Cuaderno de TEORÍA

Nº 1

La Raña

NAVAHERMOSA
TOLEDO

Centro de Educación para Adultos de los Montes de Toledo

CIENTÍFICO TECNOLÓGICO 1

1

Contenidos:

SÍGUENOS EN…

EDUCACIÓN SECUNDARIA PARA PERSONAS ADULTAS

TEORÍA TEORÍA TEORÍA
TEORÍA **TEORÍA** TE-
ORÍA TEORÍA TEORÍA
TEORÍA **TEORÍA** TE-
ORÍA TEORÍA TEORÍA
TEORÍA **TEORÍA** TE-
ORÍA TEORÍA TEORÍA
TEORÍA **TEORÍA** TE-
ORÍA TEORÍA TEORÍA

TEORÍA **TEORÍA** TE-
ORÍA TEORÍA TEORÍA
TEORÍA **TEORÍA** TE-
ORÍA TEORÍA TEORÍA
TEORÍA **TEORÍA** TE-
ORÍA TEORÍA TEORÍA
TEORÍA **TEORÍA** TE-
ORÍA TEORÍA TEORÍA

TEORÍA **TEORÍA** TEORÍA
TEORÍA TEORÍA TEORÍA
TEORÍA TEORÍA TEORÍA
TEORÍA TEORÍA **TEOR-
ÍA** TEORÍA TEORÍA TEOR-
ÍA TEORÍA **TEORÍA** TE-
ORÍA TEORÍA TEORÍA TE-
ORÍA **TEORÍA** TEORÍA

Bloque 1. Tema 1

Números naturales, operaciones y divisibilidad. El trabajo en equipo y el trabajo científico

ÍNDICE

Presentación

¿Te has parado a pensar cuántas veces ves o utilizas los números a lo largo del día? Si lo piensas, seguro que son muchas más de las que te imaginas: cuando miras la hora en tu reloj, cuando telefoneas a un amigo o un familiar, cuando miras el escaparate de cualquier tienda, cuando recibes una factura… y seguro que muchas más.

Los números que más utilizamos son los llamados naturales, los que sirven, por ejemplo, para contar y con ellos podemos realizar diferentes operaciones.

También los científicos suelen utilizar los números en su trabajo. Además, realizan su trabajo utilizando siempre el mismo método, con los mismos "pasos": el método científico.

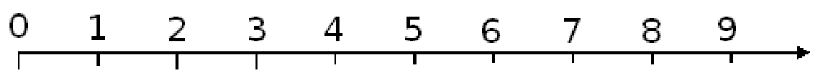
1. Estudio de los números naturales

1.1. Concepto de número natural

Los números que utilizamos para contar (uno, dos, tres,…), se llaman **números naturales**. Reciben este nombre porque fueron los primeros que utilizó el ser humano para contar objetos.

El conjunto de todos los naturales lo simbolizaremos con una “ene” mayúscula, ***N***, y son los que sirven para contar y *ordenar:*

N ={0,1,2,3,4,5,.......,64,65,66,.......,1639,1640,1641,1642,.......}



Representación gráfica de los números naturales

1.2. tema de numeración decimal

El sistema de numeración que utilizamos actualmente es el sistema de numeración decimal, que fue introducido en Europa por los árabes, en el siglo XI.

¿Por qué se llama sistema decimal? Quizá la respuesta esté en nuestras manos, porque tenemos diez dedos y todos hemos usado alguna vez los dedos para contar. Seguramente por eso nuestro sistema utiliza 10 símbolos que son 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,
7, 8 y 9.

Cuando tenemos diez unidades, las agrupamos formando un grupo superior llamado **decena**.

Cuanto tenemos diez decenas, formamos un nuevo grupo llamado **centena** que, por lo tanto, equivale a cien unidades.

Y así sucesivamente: cada diez unidades de un orden forman una unidad del orden inmediato superior. En el siguiente cuadro figuran las clases, órdenes y unidades:

BILLONES			MILES DE MILLONES			MILLONES			MILLARES			UNIDADES			CLASE
15º	14º	13º	12º	11º	10º	9º	8º	7º	6º	5º	4º	3º	2º	1º	ORDEN
CENTENA BILLÓN	DECENA BILLÓN	UNIDAD BILLON	CENTENA MILLAR MILLÓN	DECENA MILLAR MILLÓN	UNIDAD MILLAR MILLÓN	CENTENA MILLÓN	DECENA MILLÓN	UNIDAD MILLÓN	CENTENA MILLAR	DECENA MILLAR	UNIDAD MILLAR	CENTENA	DECENA	UNIDAD	

El número 4.368 está formado por 4 unidades de millar, 3 centenas, 6 decenas y ocho unidades. Lo podemos observar mejor si los colocamos en la tabla:

MILLARES			UNIDADES		
6º	5º	4º	3º	2º	1º
CENTENA MILLAR	DECENA MILLAR	UNIDAD MILLAR	CENTENA	DECENA	UNIDAD
		4	3	6	8

ra leer un número se separan en grupos de tres cifras y se van leyendo por clases.

Ejemplo: Para leer el número 49807621, lo dividimos en grupos de tres. Así: 49.807.621 y empezamos a leer por la izquierda. Cuando llegamos a un punto, nombramos su clase. Sería así: Cuarenta y nueve millones, ochocientos siete mil seiscientos veintiuno.

Se puede ver mejor si lo colocamos en la tabla anterior:

MILLONES			MILLARES			UNIDADES		
9º	8º	7º	6º	5º	4º	3º	2º	1º
CENTENA MILLÓN	DECENA MILLÓN	UNIDAD MILLÓN	CENTENA MILLAR	DECENA MILLAR	UNIDAD MILLAR	CENTENA	DECENA	UNIDAD
	4	9	8	0	7	6	2	1

Actividad 1

Actividad 1. Escribe cómo se leen los siguientes números:

a) 435.207.756

b) 16.503.203

c) 335.698

d) 200.014

Actividad 2. Escribe con números:

a) Dos mil ocho.

b) Seiscientos mil cuatrocientos treinta y dos.

c) Diez mil cinco.

d) Doce millones, trescientos quince mil doscientos uno.

e) Ciento diez millones, doscientos mil nueve.

f) Trescientos cinco mil veintidós

1.2.1. Comparación de números naturales

- Si dos números tienen el mismo número de cifras, habrá que ir comparando éstas de izquierda a derecha. El que tiene mayor la primera cifra de la izquierda es el mayor. En caso de que sean iguales, se compara la segunda y así sucesivamente.

- Si un número tiene más cifras que otro, éste será mayor, además, para expresar matemáticamente que un número es mayor que otro, se emplea el símbolo >.
  Veamos algunos ejemplos:

  a) 2.567 es mayor que 384 se escribe así: 2.567>384

  b) 4.685 es menor que 4.692 se escribe así: 4.685<4.692

Observa que la punta de la flecha señala siempre al número menor y la abertura del símbolo señala al número mayor.

Actividad 2

Actividad 1. Completa con los signos >, <:

a) 5605 … 5506

b) 646 … 664

c) 5010 … 5001

d) 6304 … 6403

Actividad 2. Ordena los siguientes números de menor a mayor:

a) 56.505 *b) 78.549* *c) 45.693* *d) 54.956*

1.3. Suma de números naturales

Sumar es agrupar varias cantidades en una sola. Vamos a ver <u>cómo se realiza la suma</u>: 6.578 + 4.087 + 792

u.m. c. d. u. 6 5 7 8 4 0 8 7 7 9 2	Primero colocamos los números en columna de forma que coincidan las unidades con las unidades, las decenas con las decenas…	
1 6 5 7 8 4 0 8 7 7 9 2 7	Empezamos sumando las unidades: 8 + 7 + 2 = 17, es decir 1 decena y 7 unidades Escribimos el 7 debajo de las unidades y ponemos el 1 en la columna de las decenas.	En la práctica decimos: 8 + 7 + 2 son 17. *Escribo el 7 y me llevo 1*
2 1 6 5 7 8 4 0 8 7 7 9 2 5 7	A continuación sumamos las decenas: 1 + 7 + 8 + 9 = 25, es decir 2 centena y 5 decenas. Escribimos el 5 debajo de las decenas y el 2 en la columna de las centenas.	Decimos: 1 + 7 + 8 + 9 son 25. *Escribo 5 y me llevo 2*
1 2 1 6 5 7 8 4 0 8 7 7 9 2 4 5 7	Al sumar las centenas obtenemos: 2 + 5 + 0 + 7 = 14 centenas, que son una unidad de millar y 4 centenas. Escribimos el 4 debajo de las centenas y el 1 en la columna de las unidades de millar	En la práctica decimos: 2 + 5 + 0 + 7 son 14. *Escribo 4 y me llevo 1*

1 2 1 6 5 7 8 4 0 8 7 7 9 2 ——— 1 1 4 5 7	Sumamos las unidades de millar: 1 + 6 + 4 = 11, es decir una decena de millar y una unidad de millar. Escribimos el 1 debajo de las unidades de millar y el otro 1 en el lugar de las decenas de millar, puesto que ya no hay más columnas que sumar.	Decimos: 1 + 6 + 4 son 11. Escribo el 11 y hemos terminado.

Los números que sumamos en una suma se llaman **sumandos**. En el ejemplo anterior había tres sumandos, el 6.578, el 4.087 y el 792. Al resultado de la operación se le llama **suma**.

Para indicar esta operación utilizamos el signo "+" que se lee "más".

Actividad 3

Actividad. Realiza las siguientes sumas:

a) 6570 + 167 + 8658 =

b) 563132 + 54006 + 66707 =

c) 4657 + 506 + 568 + 70 =

Respuestas

1.3.1. Propiedades de la suma

a) Propiedad conmutativa:

El orden de los sumandos no altera la suma: a + b = b + a

En la práctica da lo mismo sumar 4 + 6 que 6 + 4, puesto que obtenemos el mismo resultado, que es 10.

b) Propiedad asociativa:

Si tenemos que sumar tres o más sumandos, podemos sumar dos cualquiera de ellos y sustituirlos por el resultado de su suma: (a + b) + c = a + (b + c)

37 + (30 + 20) = (37 + 30)+50 = 87

1.4. Resta de números naturales

Restar es quitar una cantidad a otra. Es la operación inversa a la suma. Esta operación también recibe el nombre de **sustracción**. Se utiliza el signo menos (-).

Los términos de la resta son:

a	-	b	=	c
minuendo		sustraendo		diferencia

En la resta de números naturales, el minuendo debe ser mayor que el sustraendo.

CÓMO COMPROBAR QUE UNA RESTA ESTÁ BIEN HECHA

Operación:	97 - 50 = 47
Comprobación	50 + 47 = 97

Vamos a ver cómo se realiza la resta: 958 – 671

c. d. u. 9 5 8 6 7 1	Primero colocamos el minuendo y el sustraendo en columna de forma que coincidan las unidades con las unidades, las decenas con las decenas…	**En la práctica:**
9 5 8 6 7 1 ——— 7	Comenzamos restando las unidades: a 8 unidades le quitamos 1 unidad y nos quedan 7 unidades Continuamos con las decenas: a 5 decenas no le podemos quitar 7 decenas	*De 1 a 8 van 7*. Colocamos el 7 debajo de las unidades.
8 ^{1}5 8 6 7 1 ——— 8 7	Tomamos una centena y la transformamos en 10 decenas, con lo que tenemos 15 decenas. A 15 decenas le quitamos 7 decenas y nos quedan 8 decenas.	Mentalmente se pone un 1 delante del 5. *Del 7 al 15 van 8 y me llevo 1.* Colocamos el 8 debajo de las decenas.

8 ^{1}5 8 6 7 1 2 8 7	Ahora sólo nos quedan 8 centenas (pues hemos quitado antes una) y al restarle 6, nos quedan 2.	
9 ^{1}5 8 6^{+1} 7 1 2 8 7		En vez de quitar una centena al 9, se la sumamos al 6. Por tanto, dejamos las 9 centenas como estaban al principio. Decimos: *6 y 1 que nos llevamos son 7. De 7 a 9 van 2.*

Actividad 4

Actividad 1. Realiza las siguientes restas:

a) 528 - 324 =

b) 11929 – 8974 =

Actividad 2. Calcula el término de la resta que falta en cada caso:

a) 935670 - ………… = 513265

b) ……….. - 543271 = 895023

c) 456799 – 375832 =………..

Respuestas

1.5. Uso de la calculadora para realizar sumas y restas de números naturales

Por ejemplo, para hacer la resta 458 – 379, has de dar a las teclas:

4 5 8 - 3 7 9 =

Si tienes calculadora, realiza algunas sumas y restas para practicar.

Puede suceder que quieras sumas varias veces el mismo número. Para no tener que estar tecleándolo cada vez, hay una tecla que introduce el número en la memoria: M+ M+

Por ejemplo: Tienes una cuenta en el banco con 23.456 euros y cada mes te ingresan 458 euros. Quieres saber cómo irá aumentando la cuenta a lo largo de 4 meses.

Es evidente que a 23.456 le tienes que ir sumando 458 cada mes.

Para hacer los cálculos con la calculadora, tecleas el número 458 y luego la tecla M+ . El número queda introducido en la memoria, aunque borres la pantalla.

Cada vez que quieras que aparezca este número, das a la tecla de Memoria recuperadora: MR

Ahora, para saber el dinero que tendrás cada mes, dejas la pantalla en 0 y tecleas lo siguiente:

23456 + MR = y obtendrás 23914, que es la cantidad que tendrás el primer mes.

Cada vez que des a las teclas + MR = irás obteniendo lo de los siguientes meses.

Para borrar el número de la memoria pulsas en la tecla MC

1.6. Multiplicación de números naturales

Si vamos a pagar 5 barras de pan y cada una cuesta 80 céntimos, podemos sumar 4 veces 80, es decir: 80 + 80 + 80 + 80. Pero lo mejor será multiplicar 4 x 80.

Por tanto, cuando se trata de hacer una suma con el mismo sumando, lo mejor es que lo hagamos con la **multiplicación**.

El sumando que se repite, en este caso el 80, se llama **multiplicando**. Las veces que se repite el sumando, en este caso 4, se llama **multiplicador**. El multiplicando y el multiplicador también se llaman **factores**. El resultado se llama **producto**. El signo de esta operación es **x** o **.** y se lee "por".

Vamos a ver <u>cómo se realiza la multiplicación</u>: 326x45

c. d. u. 3 2 6 x 4 5	
3 2 6 x 5 1 8 3 0	Primero multiplicamos 326 por 5
3 2 6 x 4 5 1 8 3 0 1 3 0 4	Luego multiplicamos 326 por 4 y colocamos el resultado debajo de las decenas.
3 2 6 x 4 5 1 8 3 0 1 3 0 4 1 4 8 7 0	Por último, sumamos los resultados obtenidos.

1.6.1. Propiedades de la multiplicación

a) Propiedad conmutativa:

El orden de los factores no altera el producto: a . b = b . a

Es decir; da lo mismo multiplicar 3 . 4, que 4 . 3, pues el resultado da 12 en ambos casos.

b) Propiedad asociativa:

Para multiplicar dos o más factores se pueden asociar dos de ellos y el resultado no varía:

(a . b) . c = a . (b . c) $(3·4)·2=3·(4·2)$

$12·2=3·8$

$24=24$

c) Propiedad distributiva:

Vamos a realizar las siguientes operaciones de dos formas diferentes: 5 x (4 + 3)

1ª) 5 x (4 + 3) = 5 x 7 = 35

2ª) 5 x (4 + 3) = 5 x 4 + 5 x 3 = 20 + 15 = 35

Esta propiedad también se puede aplicar si en vez de una suma tenemos una resta:

a . (b - c) = a . b - a . c

La operación inversa a la distributiva es **sacar factor común**:

Ejemplos resueltos

Sacar factor común:

a) 5 x 4 + 5 x 3 = 5 x (4 + 3)
b) 3 x 7 – 3 x 2 = 3 x (7 – 2)
c) 4 x 7 - 4 x 3 + 5 x 4 = 4 x (7 - 3 + 5)
d) 3·a + 5·a = (3 + 5)·a = 8·a

1.6.2. Casos particulares de la multiplicación

a) Multiplicación de un número por la unidad seguida de ceros:

Para multiplicar cualquier número por la unidad seguida de ceros, se escribe este número y se añaden tantos ceros como lleve la unidad.

34 x 1000 = 34000 10000 x 15 = 150000

En algunos casos el producto de dos números se hace más fácilmente, si uno de los factores se descompone en una suma de dos sumandos uno de los cuales es la unidad seguida de ceros:

15 x 102 = 15 x (100 + 2) = (15 x 100) + (15 x 2) = 1500 + 30 = 1530

Hemos aplicado el producto de la unidad seguida de ceros y la propiedad distributiva.

b) Multiplicación de números que terminan en cero:

Para multiplicar dos o más números seguidos de ceros se multiplican dichos números, prescindiendo de los ceros, y se añade a ese producto tantos ceros como haya en los dos factores:

400 x 30 = 12000 2700 x 60 = 162000

Actividad 5

Actividad 1. Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) 2306 x 305 =

b) 7650 x 400 =

c) 3785 x 501 =

Actividad 2. Saca factor común:

a) 3·b + 5·b – 2·b b)

6x4 + 3x4 + 2x4

c) 6·a + 6·b

d) 2·a + 2·c

Actividad 3. Completa las siguientes expresiones:

a) 425 x 100 =

b) 632 x …... = 6300

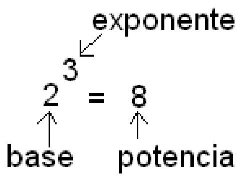
c) ….. x 1000 = 35000

1.7. Potenciación

Si tenemos que multiplicar el mismo número varias veces, recurrimos a la potenciación.

En la potenciación se parte de dos números: **base** y **exponente**. Se trata de hallar otro número llamado **potencia**. Potencia es el resultado de multiplicar la base por sí misma tantas veces como indica el exponente.

Ejemplo: 2^3 = 2 . 2 . 2 = 8. Se lee: 2 elevado a 3 igual a 8



Es decir: base$^{\text{exponente}}$ = potencia.

Base es el número que debemos multiplicar. Exponente es las veces que lo multiplicamos. Potencia es el resultado de la multiplicación.

Las potencias de exponente 2 se llaman **cuadrados** y las de exponente 3, se llaman **cubos**. El resultado de una potencia al cuadrado se llama **cuadrado perfecto**. Por ejemplo, 49 es un cuadrado perfecto porque $7^2 = 49$.

Actividad 6

Actividad 1. **Escribe en forma de potencia:**

a) 6·6·6·6 = b)

10·10 =

c) 2·2·2·2·2·2·2 =

d) a·a·a·a =

e) 7·7·7·7 = f)

4·4·4 =

Actividad 2. **Expresa y calcula:**

a) 4^2 =

b) 6^3 =

c) 5^4 =

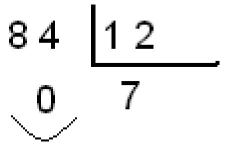
d) 2^5 =

1.8. División de números naturales

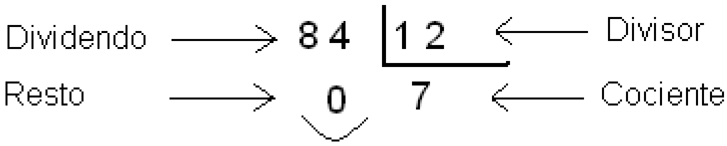
Existen numerosas situaciones de la vida cotidiana en las que utilizas la división. Es una operación que se utiliza para repartir.

Por ejemplo, tenemos que 84 huevos y queremos empaquetarlos por docenas. ¿Cuántas docenas tendremos?

Tenemos que encontrar un número que al multiplicarlo por 12 nos dé 84.



Los términos de la división son:



El **dividendo** (84) indica el número de elementos que hay que repartir. El **divisor** (12) indica el número de grupos que hay que hacer.

El **cociente** (7) indica el número de elementos que debe tener cada grupo.

El **resto** (0) indica los elementos que sobran. Cuando no sobra ninguno, como en este caso, la división se llama **exacta**, y cuando sobra algo, se llama **inexacta** o **entera**.

El símbolo que utilizamos para dividir es **:**

En la calculadora es . En el ordenador es 

Para realizar la división en la calculadora, teclearemos:

1.8.1. Cociente por defecto y por exceso

¿Qué ocurre si queremos hacer la división 42 : 5?

No hay ningún número natural que multiplicado por 5 dé 42, ya que 5 x 8 = 40 (no llega)

5 x 9 = 45 (se pasa)

Se dice que 8 es el cociente por defecto, y 9 es el cociente por exceso ya que al multiplicarlo por 9 da 45 y se pasa de 42.

A veces es mejor calcular el cociente por exceso y otras veces por defecto, según el tipo de situación que tengamos que resolver.

En toda división por defecto se cumple la siguiente **propiedad fundamental: dividendo =**

divisor x cociente + resto

De esta forma podemos comprobar si hemos realizado una división bien o mal:

$$\begin{array}{r|l} 74 & 9 \\ \hline 2 & 8 \end{array} \qquad \mathbf{74 = 9 \,.\, 8 + 2}$$

1.8.2. ¿Cómo se realiza una división?

Vamos a dividir 4610 : 53

4 6 1 0 | 5 3 8	Como el divisor tiene 2 cifras, tomamos las dos primeras cifras del dividendo: 46. Como 46 no se puede dividir entre 53, tomamos una cifra más: 461 dividido entre 53, que será aproximadamente 8, ya que 46 : 5 = 8
4 6 1 0 | 5 3 3 7 8	Se hace la operación: 8 . 3 = 24, a 31 van 7 y llevamos 3. 8 . 5 = 40 y 3 que llevamos son 43, a 46 van 3
4 6 1 0 5 3 3 7 0 8	Ahora bajamos el 0 y repetimos el mismo proceso. Podemos pensar que 370 : 53 son 7, pero al multiplicar 7 . 53 = 371, obtenemos un número mayor que 370, luego, pondremos en el cociente un 6
4 6 1 0 | 5 3 3 7 0 8 6 5 2	Decimos: 6 . 2 = 12, a 20 van 8 y llevamos 2. 6 . 5 = 30 y dos que llevamos 32, a 37 van 5

Se debe cumplir siempre que el resto debe ser menor que el divisor.

1.8.3. División por la unidad seguida de ceros

Para hallar el cociente de una división de un número terminado en ceros por la unidad seguida de ceros, se pueden tachar del dividiendo tantos ceros como tiene la unidad. Para ello es necesario que el dividendo tenga al menos tantos ceros como el divisor, aunque en próximos temas veremos otra forma de hacerlo.

53~~00~~ : 1~~00~~ = 53

58~~0~~ : 1~~0~~ = 58

Ejemplo resuelto

Para hacer una excursión de fin de curso se han apuntado 249 personas y vamos a contratas autobuses de 55 plazas. ¿Cuántos autobuses serán necesarios?

2 4 9	**5 5**
2 9	***4***

Según la división se llenarían 4 autobuses, quedando aún 29 personas, por lo que nos hará falta un autobús más.

Por tanto la respuesta correcta es:

Son necesarios 5 autobuses.

Actividad 7

***Actividad 1*. Resuelve los siguientes problemas.**

a) Un grifo deja salir 15 litros de agua por minuto, ¿Cuánto tiempo tardará en llenar un depósito de 675 litros?

b) ¿Cuántos años son 5475 días? Se considera que un año tiene 365 días.

c) Queremos guardar 768 latas de refresco en cajas de 24 latas cada una. ¿Cuántas cajas son necesarias?

d) María, Antonio y Ana coleccionan sellos. Su tío tiene 235 para repartir entre los tres. ¿Cuántos puede dar a cada uno? ¿Sobrará algún sello?

Actividad 2**.** **Realiza las siguientes divisiones:**

a) 49067 : 31

b) 34597 : 475

Actividad 3. **Indica el cociente de las siguientes divisiones:**

a) 54000 : 1000 =

b) 7100 : 10 =

c) 470 : 10 =

d) 31000 : 100 =

1.9. Prioridad de las operaciones

Si en una operación aparecen sumas, o restas y multiplicaciones o divisiones, el resultado varía según el orden en que se realicen.

Lo mejor es realizar estas operaciones de dentro a fuera, es decir, empezando por los paréntesis, siguiendo por los corchetes y finalizando con las llaves. Si dentro de algunos de ellos hay varias operaciones, se debe respetar la prioridad de las multiplicaciones y divisiones sobre las sumas y restas.

En primer lugar realizamos los paréntesis que se destacan:

$$80 - [18 + 3 \cdot \underline{\mathbf{(5 - 2)}} - 2 \cdot 4 - (7 - \underline{\mathbf{8 : 2}})] =$$

$$80 - [18 + 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - \underline{\mathbf{(7 - 4)}}] =$$

Ahora realizamos las operaciones del corchete, pero respetando la prioridad de las multiplicaciones que hay:

$$80 - [18 + \mathbf{3 \cdot 3} - \mathbf{2 \cdot 4} - 3] =$$

$$80 - [18 + 9 - 8 - 3] =$$

Ahora continuamos operando dentro del corchete: 80 – 16 = 64

Actividad 8

Actividad 1. Realiza las siguientes operaciones:

a) $3 \cdot 4 - 12 : 3 + 16 : 2 =$

b) $24 : [4 + 16 : (7 - 3)] =$

c) $16 + [2 \cdot (5 - 1) - 3 \cdot 2] - 3 \cdot 5 =$

d) $32 - \{24 - [21 - 4 \cdot (5 - 2)] + 9\} =$

[Respuestas]

2. Divisibilidad

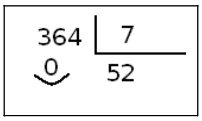
2.1. Múltiplos de un número natural

Los **múltiplos** de un número son los que se obtienen al multiplicar dicho número por todos los números naturales salvo el 0. Puesto que hay infinitos números naturales un número tiene infinitos múltiplos.

Por ejemplo: los múltiplos del número 3 son 3, 6, 9, 12,…

Para saber si un número es múltiplo de otro simplemente debes hacer la división y comprobar que el cociente es un número natural y el resto de la división es cero.

Ejemplo: El número 364 es múltiplo de 7 porque 364 = 52· 7



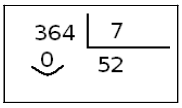
Ejemplo: Vamos a obtener cinco múltiplos de 8.

8 . 1 = **8**   8 . 2 = **16**   8 . 3 = **24**   8 . 4 = **32**   8 . 5 = **40**

2.2. Divisores de un número natural

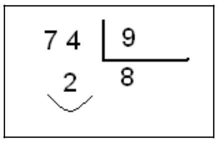
Los **divisores** de un número natural son aquellos números que se pueden dividir entre él siendo el resto cero.

Ejemplo: “el número 7 es divisor de 364”; también se dice que ”el número 364 es divisible entre 7” ya que al dividir 364 entre 7 el resto es 0

.


Para saber si un número es divisor de otro solo tienes que hacer la división y comprobar si el resto es cero.

Ejemplo: El número 9 no es divisor de 74, o el número 74 no es divisible por 9, ya que el resto de la división no es 0.



Actividad 9

Contesta:

a) ¿Es 40 múltiplo de 6?

b) ¿Es 7 divisor de 154?

c) ¿Es 162 divisible por 9?

[Respuestas]

2.2.1. Cálculo de los divisores de un número

Para calcular los divisores de un número, vamos dividiendo dicho número entre otros más pequeños que él, hasta que el cociente que obtengamos sea menor o igual que el divisor. En los casos en que la división resulte exacta, tanto el cociente como el divisor serán divisores de dicho número.

> **Ejemplo**: Vamos a calcular los divisores de 15.
> Evidentemente el 15 lo puedes dividir entre 15, entre 5, entre 3 y entre 1 dando el resto 0.
> Luego los divisores del 15 son el **1**, el **3**, el **5** y el **15**.

Entre los divisores de cualquier número siempre están el 1 y el mismo número. Observa que "un número tiene infinitos múltiplos pero solo unos cuantos divisores".

Actividad 10

Halla todos los divisores de 18.

[Respuestas]

2.3. Criterios de divisibilidad

Los criterios de divisibilidad son unas reglas que nos permiten averiguar si un número es divisible por otro sin necesidad de efectuar la división. Vamos a ver algunas de estas reglas:

- Un número es **divisible por 2** si acaba en cero o en cifra par. Ejemplo: 534 y el 430 son divisibles entre 2.
- Un número es **divisible por 5** si acaba en cero o en 5. Ejemplo: el 675 y el 980 son divisibles entre 5.

- Un número es **divisible por 10** si acaba en cero.
- Un número es **divisible por 4** si las dos últimas cifras son ceros o forman un número múltiplo de 4. Ejemplo: el 824 y el 7200 son divisibles por 4.
- Un número es **divisible por 3** cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 3. Ejemplo: el 681 es divisible entre 3 ya que si sumas sus cifras: 6 + 8 + 1 = 15 y el 15 es múltiplo de 3.
- Un número es **divisible por 6** si es divisible por 2 y por 3 a la vez. Ejemplo: el 528 es divisible por 6 porque es divisible por 2 (ya que acaba en cifra par) y también es divisible por 3 (ya que al sumar sus cifras da un número múltiplo de 3, como se ve a continuación 5 + 2 + 8 = 15).
- Esta regla es idéntica a la del 3. Un número es **divisible por 9** cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 9. Ejemplo: el 684 es divisible entre 9 ya que si sumas sus cifras: 6 + 8 + 4 = 18 y el 18 es múltiplo de 9.
- Un número es **divisible por 11** cuando la diferencia de la suma de las cifras del lugar par y la suma de las cifras del lugar impar es múltiplo de 11. (La resta se hace en el sentido que sea posible). Ejemplo: 96855 es divisible entre 11 ya que si sumamos las cifras de lugar impar 5+8+9=22 y las de lugar par 5+6=11 y luego restamos 22-11=11, que es múltiplo de 11.

Actividad 11

***Actividad 1.* ¿Cuáles de los siguientes números son divisibles por 9 o por 3? 657, 872, 8.743, 9.357, 4.518**

***Actividad 2.* Indica el valor que debe tomar la letra "a" para que se cumplan las siguientes condiciones:**

a) 4521a sea divisible por 2

b) 2231a sea divisible por 3

c) 5204a sea divisible por 5

d) 6173a sea divisible por 11

2.4. Números primos y números compuestos

Los **números primos** son todos los números naturales, mayores que 1, que son divisibles únicamente por sí mismos y por la unidad. Cuando un número no es primo se dice que es **compuesto**.

Para hallar los números primos menores que 100, podemos utilizar la llamada **criba de Eratóstenes**. Ideó un método que lleva su nombre, criba de Eratóstenes, para hallar los números primos menores de 100.

Se procede así:

1. Se escriben todos los números desde el 2 (primero número primo) hasta el 100.
2. Tachamos de 2 en 2 a partir del 2. De esta forma se supri9men todos los números múltiplos de 2.
3. Tachamos de 3 en 3 a partir del 3. Así se suprimen los números compuestos múltiplos de 3.
4. Y así sucesivamente vamos tachando de 5 en 5, de 7 en 7, y de 11 en 11.

Pero al hacer esto se observa que los múltiplos de 11 ya están tachados, por lo que no hace falta continuar.

Los números que no han sido tachados son primos. Y son los que figuran en esta tabla.

Criba de Eratóstenes									
	2	3		5		7			
11		13				17		19	
		23						29	
31						37			
41		43				47			
		53						59	
						67			
		73						79	
		83						89	
						97			

Practica. Realiza la criba de Eratóstenes en tu cuaderno.

2.5. Cómo averiguar si un número es primo

Se divide el número por la serie de los números primos, hasta llegar a una división cuyo cociente sea igual o menor que el divisor. Si todas las divisiones son inexactas, el número propuesto es primo. Ejemplo: ¿Es primo el número 127?

Lo vamos a dividir por los primeros números primos: 2, 3, 5, 7… 127 no es divisible por 2, ni por 3, ni por 5.

Al dividirlo entre 7 da de cociente 18 y de resto 1, luego tampoco es divisible por 7. Al dividirlo entre 11 da de cociente 11 y de resto 6, luego tampoco es divisible por 11, pero el cociente es igual al divisor, por lo que no es necesario seguir dividiendo. El número 127 es primo.

Actividad 12

Averigua cuáles de los siguientes números son primos:

a) 123

b) 101

c) 169

d) 97 e)

143

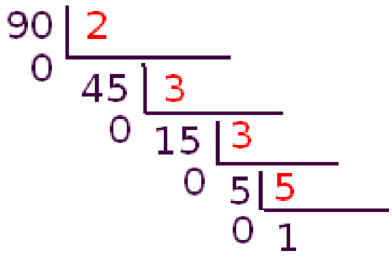
2.6. Descomposición de un número en factores primos

Cualquier número se puede **descomponer de forma única** en productos de potencias de factores primos. El orden de los factores primos puede variar al hacer la descomposición, pero al final conseguiremos descomponerlo.

Para hacer la descomposición usamos un esquema muy sencillo que conocerás a través del siguiente ejemplo: Vamos a descomponer el número 90:

Aplicando las reglas de divisibilidad observamos que el 90 es divisible entre 2, entre 3 y entre 5.

Vamos dividiendo el 90 entre sus divisores comenzando por el más pequeño (aunque podríamos empezar por el que quisiéramos) y reflejamos los resultados en el siguiente esquema:



$90 = 2 \times 3^2 \times 5$

CASO DE UN NÚMERO QUE ACABE EN CEROS: al descomponer en factores un número que acabe en ceros, podemos considerar que:

$10 = 2 \cdot 5$; $100 = 2^2 \cdot 5^2$; $1.000 = 2^3 \cdot 5^3$ y así sucesivamente.

Por ello, al descomponer el número 3.000 en factores primos, podemos escribir directamente:

$$3.000 = 3 \cdot 1000 = 3 \cdot 2^3 \cdot 5^3$$

Si descomponemos el 70.000 sería: $70.000 = 7 \cdot 10000 = 7 \cdot 2^4 \cdot 5^4$

Actividad 13

Haz la descomposición en factores primos de los siguientes números:

a) 180

b) 1.250

c) 640

d) 5000

Respuestas

2.7. Máximo común divisor de un conjunto de números

El **máximo común divisor** de un conjunto de números es el divisor común mayor.

Este es un concepto que vas a comprender muy bien con el siguiente ejemplo: Los divisores del 24 son: 24, 12, 8, **6**, 4, **3**, **2** y **1**

Los divisores del 90 son: 90, 45, 30, 18, 15, 10, 9, **6**, 5, **3**, **2** y **1**

Los números señalados en rojo son divisores comunes a 24 y 90 y el mayor de esos divisores es el 6. Luego **6** es el **máximo común divisor**.

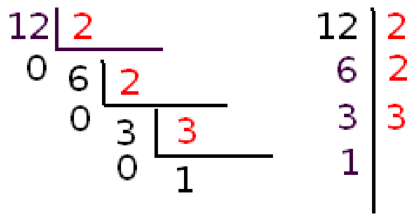
Dos números se dice que son primos entre sí cuando su único divisor común es el 1 y, por tanto, su máximo común divisor es el 1. Ejemplo: 20 y 21 son primos entre sí porque sólo tienen el 1 como único divisor común.

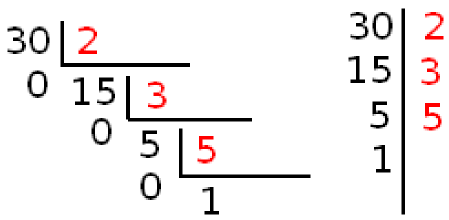
2.7.1. Método general para calcular el M.C.D. de un conjunto de números

Observa el siguiente ejemplo:

Calculemos el máximo común divisor de 12 y de 30:

1º. Descomponemos los números en producto de factores primos:





12=2^2 ·3

30= 2·3·5

2º. El máximo común divisor es el **producto de los factores comunes con el menor exponente**:

m.c.d. (12,30)= **2 · 3** = **6**

Actividad 14

Calcula el m.c.d. de los siguientes pares de números:

a) 30 y 24
b) 32 y 240
c) 180 y 210
d) 120 y 320

2.7.2. Aplicaciones del máximo común divisor a la vida real

Tenemos que enviar 18 tetrabricks de leche entera y 12 de leche desnatada en cajas, de manera que:

a.) No se mezclen los tetrabricks de cada tipo de leche.

b.) Que no sobre ningún tetrabricks.

c.) Cada caja lleve la misma cantidad de tetrabricks.

d.) Cada caja lleve el mayor número posible de tetrabricks.

¿Cuántas cajas harían falta y cuántos tetrabricks llevará cada caja?

Solución: como no podemos mezclar los tipos de leche, debemos repartir los 18 cartones de leche entera y los 12 de leche desnatada independientemente y al no sobrar ningún cartón de ningún tipo, necesitamos buscar divisores tanto de 18 como de 12. Además, como la cantidad debe ser la misma, el divisor encontrado para cada tipo de leche debe ser igual, es decir, un divisor común de 18 y de 12. Por último, como se nos pide que el número de cartones de ambos tipos sea máximo, lo que necesitaremos es el máximo común divisor de 18 y 12.

Descomponemos 18 y 12.

$18=2 \cdot 3^2$

$12=2^2 \cdot 3$

m.c.d. $(18,12) = 2 \cdot 3 = 6$

Luego tendríamos que preparar cajas con capacidad para 6 cartones.

2.8. Mínimo común múltiplo de un conjunto de números

El **mínimo común múltiplo** de un conjunto de números es el múltiplo común más pequeño.

Este es un concepto que vas a comprender muy bien con el siguiente ejemplo:

Los múltiplos del 6 son: 6; **12**; 18; **24**; 30; **36**; 42; 48;...

Los múltiplos del 4 son: 4, 8; **12**; 16; 20; **24**; 28; 32; **36**;…

Los números marcados en azul son múltiplos comunes a ambos y el ***mínimo común múltiplo*** **(m.c.m.)** es el más pequeño de los comunes; es decir el **12**

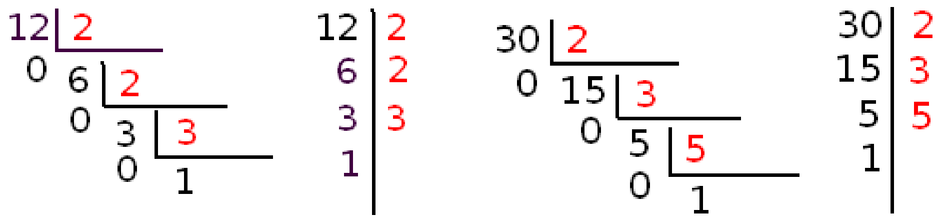
Pero el método que hemos seguido no es el más adecuado para hacer el cálculo del mínimo común múltiplo ya que solo es útil cuando se trata de números muy sencillos.

2.8.1. Método general para calcular el mínimo común múltiplo de un conjunto de números

Observa el siguiente ejemplo:

Calculemos el m.c.m. de 12 y de 30:

Descomponemos los números en producto de factores primos:



$12=2^2 \cdot 3$ $\qquad$ $30= 2 \cdot 3 \cdot 5$

El mínimo común múltiplo es el **producto de los factores comunes,** eligiendo el que tiene **mayor exponente, y los factores no comunes:**

m.c.m. $(12,30) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

Actividad 15

Halla el m.c.d. y m.c.m. de los siguientes pares de números: a) 60 y 90

b) 125 y 225

c) 84 y 180

d) 30 y 150

Respuestas

2.8.2. Aplicaciones del mínimo común múltiplo a la vida real

Una de las preguntas que te vendrás haciendo casi desde el principio del tema es si lo que hemos estudiado tiene alguna utilidad real, alguna aplicación fuera de lo meramente operativo matemático. Pues bien, además de que lo que has estudiado hasta ahora te ha hecho ejercitar la mente no te vamos a privar de que encuentres esa utilidad tangible que siempre se busca en lo abstracto de las matemáticas.

Veamos un ejemplo de aplicación:

En una urbanización el jardinero arregla el jardín cada 12 días y el limpiador cada 10 días hace limpieza. El presidente de la comunidad se reúne con el jardinero y el limpiador cada vez que estos coinciden en la urbanización. Hoy han coincidido y la reunión se ha celebrado, ¿dentro de cuantos días se celebrará la próxima reunión?

Solución:

El jardinero arreglara el jardín al pasar 12 días, 24 días, 36 días,…. El limpiador hará la limpieza al pasar 10 días, 20 días, 30 días,…

Calculamos el m.c.m. (12,10) = 60; es decir, cada 60 días, que más o menos son dos meses, coinciden.

Proponemos a continuación una serie de actividades que tienen aplicación a la vida cotidiana.

Actividad 16

a) **Se quiere aserrar una plancha de madera en cuadrados lo más grandes posible. ¿Cuánto podrá medir el lado de cada cuadrado si la longitud de la plancha es de 120 cm y la anchura de 75 cm?**

b) **Un barco A sale de un puerto cada 18 días y un barco B sale del mismo puerto cada 27 días. Hoy han coincidido ambos barcos en el puerto. ¿Cuánto tiempo tardarán en volver a coincidir?**

c) **Una pareja de novios han quedado para verse a las 7 de la tarde en un bar, pero, por equivocación, cada uno va a un local diferente de la misma calle. Ella sale cada 15 minutos para comprobar si llega el novio y él sale cada 10 minutos. ¿A qué hora se encontrarán?**

d) **Se quiere cercar con estacas un campo rectangular de 756 metros de largo y 234 metros de ancho. Se pretende que todas las estacas estén a la misma distancia entre sí y que haya una estaca en cada esquina. ¿Cuál es el menor número de estacas que hay que poner?**

3. El trabajo en equipo

Las nuevas tendencias laborales y la necesidad de reducir costos, llevaron a las empresas a pensar en los equipos como una forma de trabajo habitual.

3.1. Concepto

El trabajo en equipo implica un **grupo de personas trabajando de manera coordinada** en la ejecución de un proyecto.

- **El equipo responde del resultado final** y no cada uno de sus miembros de forma independiente.
- **Cada miembro está especializado en un área determinada** que afecta al proyecto.
- Cada miembro del equipo es responsable de un cometido y **sólo si todos ellos cumplen su función será posible sacar el proyecto adelante.**

Un equipo médico en una sala de operaciones (cirujano, anestesista, especialista cardiovascular, enfermeras, etc.) sí forman un equipo de trabajo. Cada miembro de este equipo va a realizar un cometido específico; el de todos ellos es fundamental para que la operación resulte exitosa y para ello sus actuaciones han de estar coordinadas.

El trabajo en equipo se basa en las "5 c":

- **Complementariedad:** cada miembro domina una parcela determinada del proyecto. Todos estos conocimientos son necesarios para sacar el trabajo adelante.
- **Coordinación:** el grupo de profesionales, con un líder a la cabeza, debe actuar de forma organizada con vista a sacar el proyecto adelante.
- **Comunicación:** el trabajo en equipo exige una comunicación abierta entre todos sus miembros, esencial para poder coordinar las distintas actuaciones individuales.

  El equipo funciona como una maquinaria con diversos engranajes; todos deben funcionar a la perfección, si uno falla el equipo fracasa.
- **Confianza:** cada persona confía en el buen hacer del resto de sus compañeros. Esta confianza le lleva a aceptar anteponer el éxito del equipo al propio lucimiento personal.

Cada miembro trata de aportar lo mejor de si mismo, no buscando destacar entre sus compañeros sino porque confía en que estos harán lo mismo; sabe que éste es el único modo de que el equipo pueda lograr su objetivo.

Por ejemplo, en una operación de transplante todos los especialistas que intervienen lo hacen buscando el éxito de la operación. El cirujano no busca su lucimiento personal sino el buen hacer del equipo. Además, si la operación fracasa poco va a valer que su actuación particular haya sido exitosa.

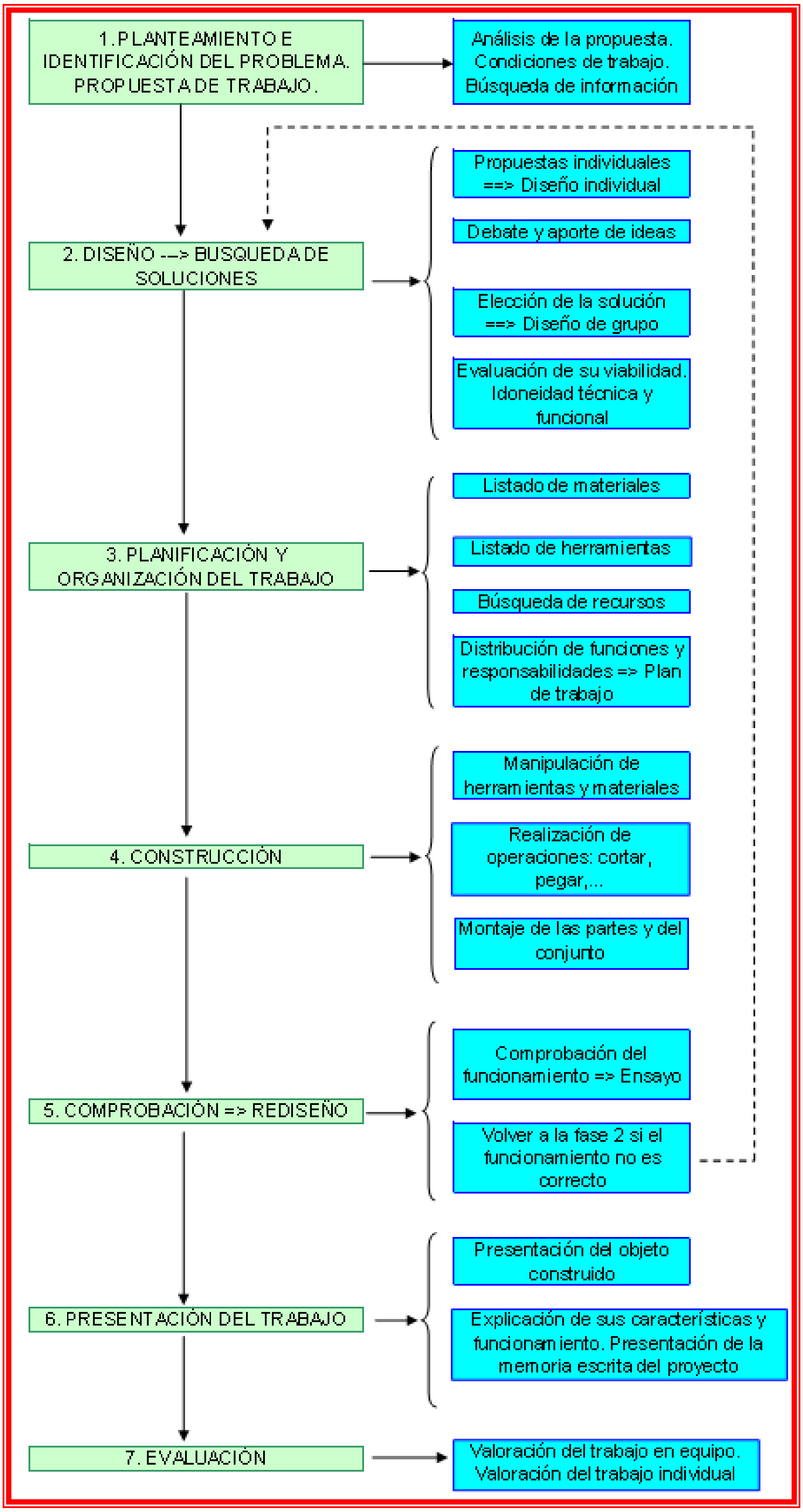
- **Compromiso:** cada miembro se compromete a aportar lo mejor de si mismo, a poner todo su empeño en sacar el trabajo adelante.

Actividad 17

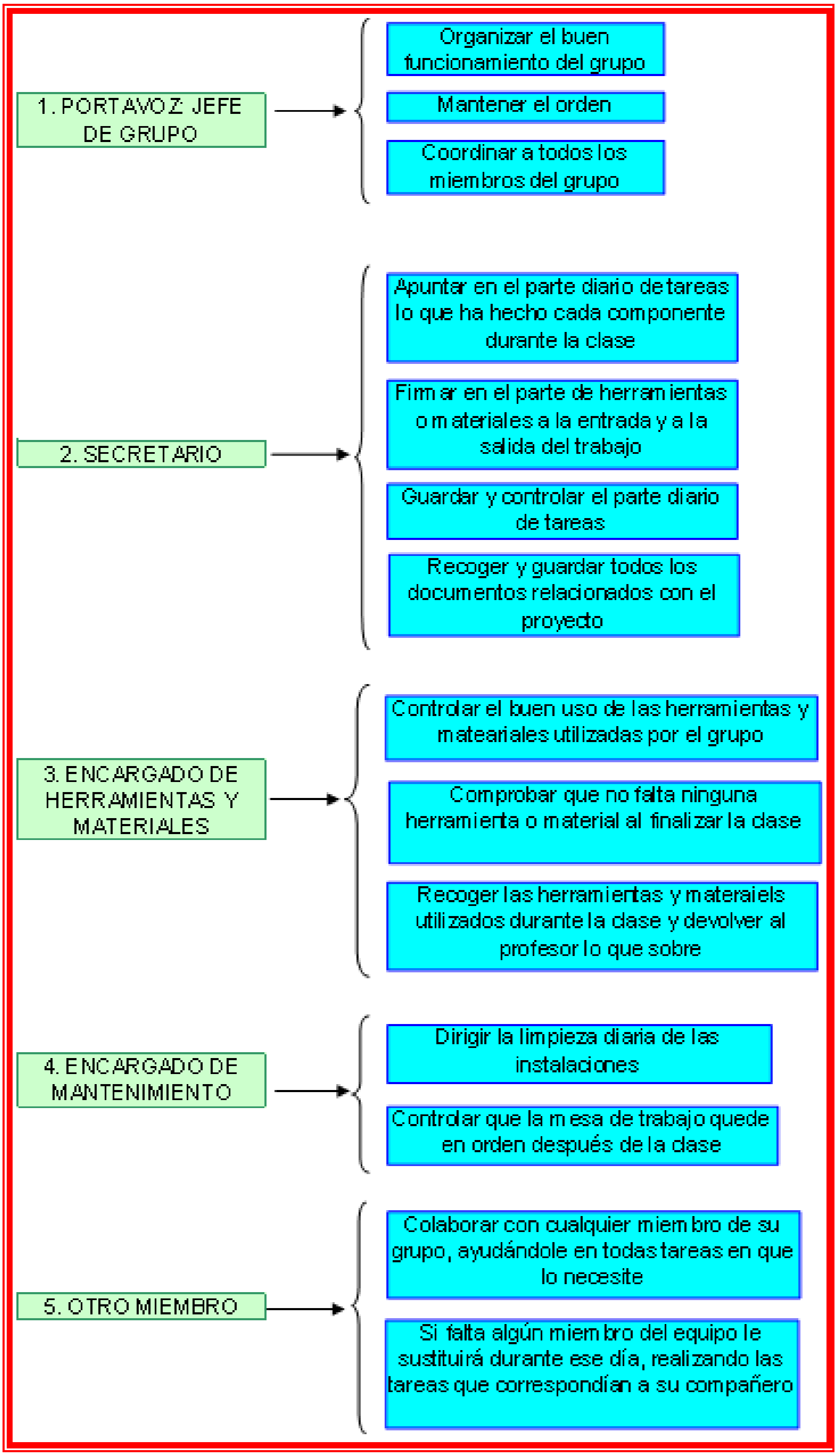
Enumera y explica brevemente cuáles son las 5 "c" en que se basa el trabajo en equipo.

Respuestas

3.2. Fases de un proyecto tecnológico


1. PLANTEAMIENTO E IDENTIFICACIÓN DEL PROBLEMA. PROPUESTA DE TRABAJO.
Análisis de la propuesta. Condiciones de trabajo. Búsqueda de información
2. DISEÑO --> BUSQUEDA DE SOLUCIONES
Propuestas individuales ==> Diseño individual
Debate y aporte de ideas
Elección de la solución ==> Diseño de grupo
Evaluación de su viabilidad. Idoneidad técnica y funcional
3. PLANIFICACIÓN Y ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO
Listado de materiales
Listado de herramientas
Búsqueda de recursos
Distribución de funciones y responsabilidades => Plan de trabajo
4. CONSTRUCCIÓN
Manipulación de herramientas y materiales
Realización de operaciones: cortar, pegar,...
Montaje de las partes y del conjunto
5. COMPROBACIÓN => REDISEÑO
Comprobación del funcionamiento => Ensayo
Volver a la fase 2 si el funcionamiento no es correcto
6. PRESENTACIÓN DEL TRABAJO
Presentación del objeto construido
Explicación de sus características y funcionamiento. Presentación de la memoria escrita del proyecto
7. EVALUACIÓN
Valoración del trabajo en equipo. Valoración del trabajo individual

3.3. Funciones de los componentes del grupo



4. El trabajo científico

Fuente utilizada: http://recursos.cnice.mec.es/biosfera

¿Alguna vez has tenido que solucionar un problema que se haya planteado en tu entorno? ¿Conseguiste resolverlo? Si no fue así, ¿Cuál crees que fue tu fallo?

Un método es una forma de trabajar ordenada y secuencial, para obtener el mayor rendimiento en ese trabajo. Así, el método científico es un procedimiento de trabajo, ordenado en una serie de pasos, con el que se trata de explicar un hecho físico.

El método científico es el modo como trabajan los científicos.

Los pasos que hay que seguir en este método de trabajo son los siguientes:

1. Observación de un hecho.
2. Búsqueda de datos.
3. Formulación de una hipótesis.
4. Experimentación.
5. Elaboración de leyes, teorías o conclusiones.

Actividad 19

De las siguientes actividades, algunas se realizan de forma metódica y otras al azar. Escribe a la derecha de cada una de ellas la palabra Azar o Metódica, según sea el tipo de cada una de ellas:

- **a) Receta de cocina: ………..**
- **b) Juego de cartas: ………..**
- **c) Cadena de montaje de coches: ………..**
- **d) Juego del escondite: ……………..**
- **e) Ejercicios de calentamiento: ………….**

Respuestas

Observación. El primer paso del método científico tiene lugar cuando se hace una observación a propósito de algún evento o característica del mundo. Esta observación puede inducir una pregunta sobre el evento o característica.

Búsqueda de datos. Probablemente, un suceso que nos ha llamado la atención, ha sido descrito con anterioridad por otra persona. Una de las claves en los estudios científicos es la búsqueda de datos ya elaborados por otros científicos. Esos datos los podemos encontrar en los libros, en Internet o preguntando. Una vez obtenidos hay que clasificarlos, utilizando un espíritu critico. Debes tener presente que no todo lo publicado tiene que ser correcto.

Hipótesis. La hipótesis es la explicación personal que se da a las causas que producen un hecho. Toda hipótesis debe ser contrastada para demostrar si es verdadera o falsa. Esto se realiza mediante un experimento.

Experimentación. Los experimentos se realizan cuando se ha planteado una hipótesis que queremos contrastar, es decir, queremos saber si nuestra solución al problema es la solución correcta.

Una vez observado el hecho y buscados datos sobre el mismo hemos establecido la hipótesis (posible explicación).

Tenemos que idear un experimento que verifique nuestra hipótesis.

Un experimento contiene las siguientes etapas:

- Enumeración del material que se necesita para el experimento.
- Metodología del experimento.
- Observación del experimento, describiendo cómo transcurre y anotando los datos que se obtienen del experimento.
- Representación de resultados. Se pueden realizar gráficas si los datos son objetivos.
- Redacción de las conclusiones obtenidas.

Elaboración de leyes, teorías o conclusiones. Una vez realizada la experimentación y obtenidos los resultados, hay que elaborar la conclusión que se deriva del experimento.

La conclusión es una idea que explica el hecho que ha desencadenado todo el método de estudio.

La conclusión debe ser concisa y clara. Además, debe cumplirse siempre que se haga el experimento bajo las mismas condiciones.

Todas las teorías y leyes que han elaborado los grandes científicos han derivado de las conclusiones obtenidas al aplicar el **método científico** a un determinado hecho natural.

Cuando un experimento demuestra que la hipótesis es cierta, la conclusión convierte a la hipótesis en Ley o Teoría.

Si los datos recogidos del experimento demuestran que la hipótesis es falsa, la conclusión indica que hay que desechar la hipótesis y elaborar una nueva, que deberá ser contrastada con un nuevo experimento.

Como resumen, puedes consultar el siguiente mapa conceptual de todo el proceso:

A modo de resumen, estas son las ideas fundamentales de este epígrafe:

1. El método científico es un procedimiento que tiene como finalidad dar explicación a un hecho.
2. La observación de un hecho debe realizarse utilizando el máximo número posible de sentidos.
3. Para que un problema pueda ser analizado científicamente debe ser relevante y resoluble.
4. Las hipótesis sirven para explicar un hecho. Pueden se ciertas o no.
5. Para averiguar la veracidad de una hipótesis hay que diseñar un experimento.
6. El experimento debe ser reproducible, es decir, que cualquiera puede realizar el mismo experimento y obtener los mismos resultados, si se hace bajo las mismas condiciones.

7. Cuando un experimento demuestra que la hipótesis es cierta, la hipótesis se convierte en Ley o Teoría.
8. Cuando un experimento demuestra que una hipótesis es falsa, ésta se desecha. En ese caso se debe enunciar una nueva hipótesis que habrá que contrastar mediante un nuevo experimento.

Actividad 20

Escribe, ordenadas, las fases del método científico.

5. Respuestas de las actividades

5.1 Respuestas actividad 1

Actividad 1:

a) Cuatrocientos treinta y cinco millones, doscientos siete mil setecientos cincuenta y seis
b) Dieciséis millones, quinientos tres mil doscientos tres
c) Trescientos treinta y cinco mil seiscientos noventa y ocho
d) Doscientos mil catorce

Actividad 2:

a) 2.008
b) 600.432
c) 10.005
d) 12.315.201
e) 110.200.009
f) 305.022

Volver

5.2 Respuestas actividad 2

Actividad 1.

a) *5605 > 5506*

b) *646 < 664*

c) *5010 > 5001*

d) *6304 < 6403*

Actividad 2.

45.693 < 54.956 < 56.505 < 78.549

Volver

5.3 Respuestas actividad 3

a) 15395
b) 683845
c) 5801

Volver

5.4 Respuestas actividad 4

Actividad 1.

204, 2955

Actividad 2.

882405, 1438294

Volver

5.5 Respuestas actividad 5

Actividad 1.

703330, 3060000, 1896285

Actividad 2.

$3 \cdot b + 5 \cdot b - 2 \cdot b = (3 + 5 - 2) \cdot b$,

$6 \times 4 + 3 \times 4 + 2 \times 4 = (6 + 3 + 2) \times 4$

$6 \cdot a + 6 \cdot b = 6 \cdot (a + b)$

$2 \cdot a + 2 \cdot c = 2 \cdot (a + c)$

Actividad 3.

42500, 1000

Volver

5.6 Respuestas actividad 6

Actividad 1.

a) 6^5

b) 10^2

c) 2^7

d) a^4

e) 7^4

f) 4^3

Actividad 2.

a) $4 \cdot 4 = 16$

b) $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$

c) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$ d)

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

Volver

5.7 Respuestas actividad 7

Actividad 1

a) 675 : 15 = 45 minutos

b) 5475 : 365 = 15 años

c) 768 : 24 = 32 latas

d) 235 : 3 Cociente: 78; Resto: 1. 78 sellos a cada uno y sobra un sello

Actividad 2

a) Cociente: 1582; Resto: 25

b) Cociente: 72; Resto: 397

Actividad 3

a) 54

b) 710

c) 47 d)

310

Volver

5.8 Respuestas actividad 8

a) 16

b) 3

c) 3

d) 26

Volver

5.9 Respuestas actividad 9

a) No

b) Sí

c) Sí

Volver

5.10 Respuestas actividad 10

1, 2, 3, 6, 9, 18

Volver

Actividad 1.

a) Por 3: 657, 9.357, 4518

b) Por 9: 657, 4518

Actividad 2.

a) 0, 2, 4, 6, 8

b) 1, 4, 7

c) 0, 5

d) 2

Volver

5.12 Respuestas actividad 12

101, 97

Volver

5.13 Respuestas actividad 13

a) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

b) $2 \cdot 5^4$

c) $2^7 \cdot 5$

d) $2^3 \cdot 5^4$

Volver

5.14 Respuestas actividad 14

a) m.c.d. (30,24) = 6

b) m.c.d. (32,240) = 16

c) m.c.d. (180,210) = 30

d) m.c.d. (120,320) = 40

Volver

a) m.c.d. (60,90)= 30; m.c.m. (60,90) = 180

b) m.c.d. (125,225)=25; m.c.m. (125,225) = 1125

c) m.c.d. (84,180)= 12; m.c.m. (84,180) = 1260

d) m.c.d. (30,150)= 30; m.c.m. (30,150) = 150

5.16 Respuestas actividad 16

a) m.c.d. (120,75) = 15 cm medirá el lado del cuadrado.

b) m.c.m. (18,27) = 108. Volverán a coincidir al cabo de 108 días.

c) m.c.m. (10,15) = 30 minutos. Se encontrarán a las 7 y media.

d) m.c.d. (756,234) = 18 m (de separación máxima) 756 : 18 = 42 estacas a lo largo

234 : 18 = 13 estacas a lo ancho

(42 + 13) · 2 = 110 estacas en total

Volver

5.17 Respuestas actividad 17 Respuestas libre

Volver

5.18 Respuestas actividad 18 Respuestas libre

Volver

5.19 Respuestas actividad 19

a) Metódica
b) Azar

c) Metódica

d) Azar

e) Metódica

5.20 Respuestas actividad 20

Observación, búsqueda de datos, formulación de hipótesis, experimentación, elaboración de teorías, leyes o conclusiones.

MÓDULO I - BLOQUE I –TEMA2: LOS NÚMEROS ENTEROS

1. El número entero
   - 1.1 Concepto
   - 1.2 Valor absoluto de un número entero
   - 1.3 Comparación y ordenación de números enteros
   - 1.4 Opuesto de un número entero
2. Operaciones con números enteros
   - 2.1 Suma de números enteros.
   - 2.2 Resta de números enteros
   - 2.3 Multiplicación de números enteros
   - 2.4 División de números enteros
3. Expresiones algebráicas
4. La medida
   - 4.1 Concepto
   - 4.2 Magnitudes fundamentales y derivadas. El Sistema Internacional de Unidades
     - 4.2.1 Unidades de longitud
     - 4.2.2 Unidades de masa
     - 4.2.3 Unidades de volumen y capacidad
     - 4.2.4 Unidades de superficie

5 Respuestas a de las actividades

1. El número entero

1.5 Concepto

En la unidad anterior hemos trabajado con los números naturales, pero no nos valen para todo. Por ejemplo, no nos sirven para las siguientes situaciones:

- Cuando en invierno decimos que la temperatura en cierto lugar es de 7 grados bajo cero.
- Si tenemos en el banco 2.000 euros y nos cobran un recibo de 3.000.
- Cuando decimos que cierto personaje nació en el año 546 antes de Cristo.
- Para expresar el nivel por debajo del mar o los sótanos de un edificio.

Para todo esto necesitacmos de otros números que son los enteros y se representan así :

$$Z = \{\ldots,-5,-4,-3,-2,-1,0,+1,+2,+3,+4,+5,\ldots\}$$

Es decir, incluyen el 0, los naturales (enteros positivos) y su opuesto o enteros negativos.

Los números enteros se representan en la recta numérica de la siguiente forma:

1.6 Valor absoluto de un número entero

Si observas la recta numérica, verás que los números -6 y +6 se encuentran a la misma distancia del cero.

Esto es porque estánformado por el mismo numero natural con distinto signo. Al número sin signo se le llama valor absoluto y se representa entre barras.

|+6| = 6 ; |-6| = 6 |-3| = 3 |+14| = 14

Actividad 1

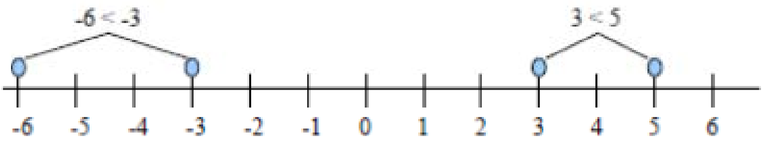
a) Si el valor absoluto de un número es 4, ¿qué número puede ser?

b) Si el valor absoluto de un número es 5 y sabes que está a la izquierda del 0, ¿qué número es?

c) ¿Qué número tiene valor absoluto 7 y está situado entre -6 y -8?

1.7 Comparación y ordenación de números enteros

Si los situamos en la rectanumérica el mayor de ellos es el que está situado mas a la derecha.



-Es mejor tener 5 que 3.

-Es mejor deber 3 (-3) que 6 (-6)

Actividad 2

1. Ordena de menor a mayor los números:

   a) +6, -10, 0, -5, +4, +3

   b) +4, -7, +2, -8, -6, +8

2. Escribe en cada caso los signos > o <, según corresponda:

   a) -4 -3

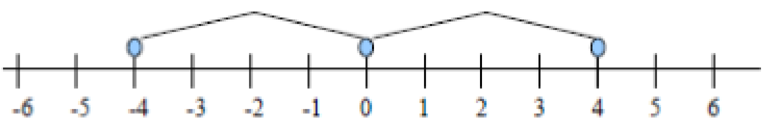
   b) -2 +6

   c) 0 -8

   d) +6 +5

1.8 Opuesto de un número entero

Es aquel que tiene el mismo valor absoluto pero distinto signo, es decir se encuentra a la misma distancia del cero.



Op(4)= -4 Op(-4)=4

Actividad 3

Escribe los opuestos de los siguientes números:

a) Op (+4) =

b) Op (-6) =

c) Op (-5) =

d) Op (3) =

e) Op (0) =

f) Op (-8) =

2. Operaciones con números enteros

2.3 Suma de números enteros.

Se eliminan los paréntesis.
Si tienen el mismo signo: se suman y se pone el mismo signo.

Ejemplos:

a.) (+5) + (+7) = +12

b.) (-3) + (-6) = -9

Si tienen distinto signo: se restan y se pone el signo del mayor.

Ejemplos:

a) (-5) + (+7) = -5 + 7 = 2

b) (+3) + (-6) = 3 – 6 = -3

c) (+4) + *(-2)* + (+3) + (+5) + *(-6)* = (+12) + *(-8)* = 12 – 8 = 4

2.5 Resta de números enteros

Para <u>restar</u> dos números enteros se restan los valores absolutos (el mayor menos el menor) y se pone el signo del mayor. También puedes aplicar la siguiente regla:

Resta de enteros

Se aplica la regla:

+(+a) = +a   - (+a) = -a
-(-a) = +a   +(-a) = -a

Se procede como en la suma

Ejemplos:

(-5)–(+7) = - 5 - 7= - 12

(+4)–(- 6) = 4 + 6 = + 10

(-3)–(- 7) = - 3 + 7 = +4

(+4) – (+2) = 4 – 2 = +2

(+4) – (+6) = 4 – 6 = -2

7 + (-11) = 7 – 11 = -4

7 - (5 – 16) = 7 – (-11) = 7 + 11 = +18

Actividad 4

1. Resuelve :

a) 12 - 5 =

b) 12 - (-5) =

c) -12 - 5 =

d) -12 - (-5) =

2. Realiza estas operaciones:

a) (+6) – (-2) + (-5) – (+4) =

b) (-5) – (-5) – (+7) + (-6) =

c) (-1) – (-10) + (+5) – (+7) =

d) 14 - (12 + 2) =

e) 17 - (-9 - 14) =

f) -14 + (6 - 13) =

g) 2 + (7 – 3) – (8 – 4) =

h) -1 – (2 – 5) + (7 – 4) =

2.6 Multiplicación de números enteros

Antes que nada debemos conocer la **regla de los signos**

Producto					Cociente				
+	×	+	=	+	+	÷	+	=	+
−	×	−	=	+	−	÷	−	=	+
+	×	−	=	−	+	÷	−	=	−
−	×	+	=	−	−	÷	+	=	−

Para hallar el producto de dos números enteros hay que multiplicar sus valores absolutos. Posteriormente el resultado es positivo si los factores tienen el mismo signo; y negativo con signo

Ejemplos:

(+5) · (+3) = +15

(+5) · (-3) = -15

(-5) · (-3) = +15

(-5) · (+3) = -15

Actividad 5

1. Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) (-4) · (+2) =

b) (+3) · (+7) =

c) (+3) · (-5) =

d) (-5) · (-12) =

e) 2 · (-3) =

f) 4 · (-5) · 2 =

g) 3 · (-3) · (-7) =

h) (-2) · (-5) · (-9) =

2. Realiza estas operaciones:

a) 3 · (-3) + 4 · (-2) + (-4) · (-5) =

b) -2 · [-6 + 5 · (-4 -2)] =

c) 17 – 9 · 2 – (-5) · (-4) =

d) 2 · (6 + 4) – (1 – 8) + (-1) · (6 + 1) – 1 =

2.7 División de números enteros

Se hace examente igual que en el producto, teniendo en cuenta la regla de los signos.

Actividad 6

Realiza estas operaciones:

a) 6 : (− 2) =

b) (–20) : (+10) =

c) (–30) : (-5) =

d) (1 – 9 + 2) : (–3) =

3. Expresiones algebraicas

Cuando en las operaciones utilizamos números y letras se dice que se usa un *lenguaje algebraico.*

Usando palabra	**Lenguaje algebraico**
Un número x es 4 unidades mayor que y	x=y+4
El número x es 6 veces el número y	x = 5.y
El doble de x más 3 es 18	2x + 1 = 18

Las letras se utilizan mucho en matemáticas. Por ejemplo, para representar cualquier número par, se usa la expresión **2n** donde n se puede sustituir por cualquier número natural. Con esta expresión siempres obtendremos un número par.

De la misma forma, para representar cualquier número impar se utiliza la expresión **2n + 1**.

n	2n	2n+1
1	2	3
2	4	5
3	6	7
....		

Al número que representa la letra y que queremos calcular se denomina incógnita.

Veamos algunos ejemplos

a) Juan tenía una cierta cantidad de dinero, invirtió en bolsa y dobló esa cantidad ¿Cuánto dinero tenía Juan, si ahora tiene 880 €?

Resolución inmediata: tenía la mitad de 880 €, es decir 440 €.

b) Juan tenía una cierta cantidad de dinero, invirtió en bolsa y dobló esa cantidad, después su hermano le dio 100 € y, volvió a invertir todo en bolsa y triplicó su dinero. ¿Cuánto dinero tenía Juan, si ahora tiene 880 €?

Resolución no tan inmediata, es mejor traducir el texto a una expresión:

Paso 1: Juan tenía x euros

Dobló en bolsa esa cantidad: *2x*

Su hermano le dio 100 euros: *2x + 100*

Invirtió y triplicó lo que tenía *3 · (2x + 100)*

Después de haberla triplicado, tiene 880 €:

$$3 \cdot (2x + 100) = 880$$

Paso 2: Resolver la expresión *3 · (2x + 100) = 880* para calcular el valor de X que resulta de esa igualdad.

Calcular el valor numérico de una expresión algebraica consiste en sustituir cada letra por el valor numérico correspondiente y operar para obtener un número.

Actividad 7

1. Escribe la expresión algebraica que corresponda en cada caso:

a) El triple de la suma de m y n
b) El doble de la diferencia de un número menos tres
c) El número n aumentado en 3 unidades
d) El doble de la suma de a, b y c

2. Calcula el valor numérico en cada caso según e ejemplo.

x, y	7x – 3y	x + 2y	3y – 2xy + 5
x = 1, y = - 1	7 ·1 – 3 ·1 = 7 – 3 = 4		
X = - 1, y = 2	7 · (-1) – 3 · 2 = -7 – 6 = - 13		

4. La medida

4.1 Concepto

Hay propiedades que se pueden medir, como la altura de una persona, y otras que no, como la belleza de esa misma persona.

Aquellas propiedades que se pueden dividir se denominan **magnitudes**.

Actividad 8

Señala cuáles de las siguientes propiedades son magnitudes:
tiempo, belleza, longitud, volumen, creatividad, decisión, densidad,honradez, velocidad

Medir es comparar el valor de una magnitud en un objeto con otro valor de la misma magnitud que tomamos como referencia. A este valor que tomamos como referencia le denominamos unidad.

4.2 Magnitudes fundamentales y derivadas. El Sistema Internacional de Unidades

El Sistema Internacional de Unidades se compone de siete unidades básicas o fundamentales que se utilizan para medir sus correspondientes siete magnitudes físicas fundamentales.

Magnitud física	**Unidad**	**Abreviatura**
Longitud	metro	m
Tiempo	segundo	s
Masa	kilogramo	Kg
Intensidad de corriente eléctrica	amperio	A
Temperatura	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

Las magnitudes derivadas son aquellas que se pueden definir a partir de otras.

Magnitud	**Unidad**	**Abreviatura**
Superficie	metro cuadrado	m^2
Volumen	metro cúbico	m^3
Velocidad	metro por segundo	m/s
Aceleración	metro por segundo cuadrado	m/s^2
Número de ondas	metro a la potencia menos uno	m^{-1}
Masa en volumen	kilogramo por metro cúbico	kg/m^3
Velocidad angular	radián por segundo	rad/s
Aceleración angular	radián por segundo cuadrado	rad/s^2

El **sistema métrico decimal** es un sistema de numeración decimal y posicional. Decimal porque cada diez unidades de un orden cualquiera forman una unidad nueva de orden superior y posicional porque cada cifra tiene un valor distinto dependiendo del lugar que ocupe dentro del número.

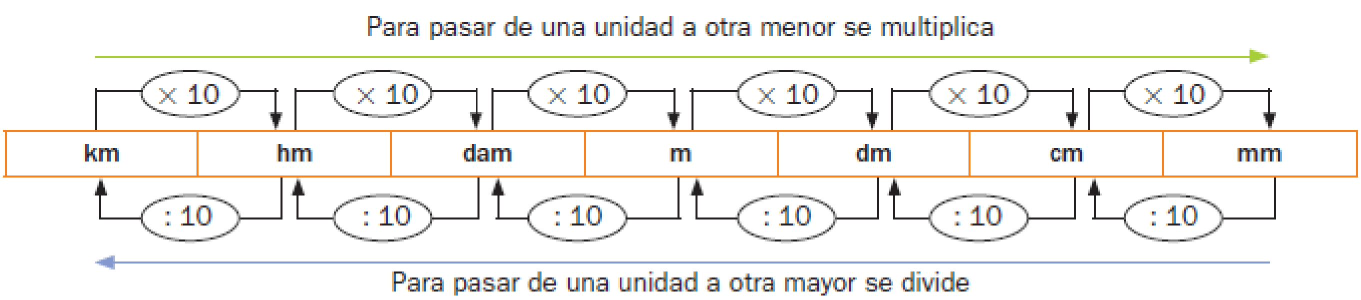
El **S**istema **M**étrico **D**ecimal es un sistema de medidas que se basa en que las **unidades** que utiliza tienen múltiplos y divisores con valores múltiplos o divisores de **10.**

Pero es necesario disponer de unidades mayores y menores que las básicas, por eso tenemos múltiplos y submúltiplos.

Factor	Prefijo	Símbolo
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
10^{3}	kilo	k
10^{2}	hecto	h
10^{1}	deca	da
1	unidad sin prefijo	-
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	µ
10^{-9}	nano	n

Las **magnitudes** fundamentales que medimos con **unidades decimales** son: **longitud, masa** y **capacidad.**

4.2.1 Unidades de longitud



Para pasar de una unidad a otra cualquiera situada a su derecha, se multiplica por launidad seguida de tantos ceros como lugares separan a las unidades consideradas.
Para pasar hacia la izquierda se divide de la misma forma.

Actividad 9

Completa:

a) 3 km =____________________________dam

b) 500 m =____________________________hm

c) 8300 cm =____________________________m

d) 180 dam =____________________________m

e) 61800 m =________________dam

f) ______ dam = 7000 dm

g) ______ km = 87000 m

g) ______ dm = 87500 mm

4.2.2 Unidades de masa

La unidad de masa es el kilogramo.

tonelada métrica	quintal métrico	miriagramo	kilogramo	hectogramo	decagramo	gramo	decigramo	centigramo	miligramo
t	q	mag	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
MÚLTIPLOS DEL KG				SUBMÚLTIPLOS DEL KILOGRAMO					

Para pasar de una unidad a otra se hace igual quelas unidades de longiud y capacidad. Así:

- 1 t = 1000 kg
- 1 q = 100 kg

Actividad 10

a) 700 cg = __________9

b) 40 hg = ___________g

c) 45 dag = __________g

d) 44 kg = ___________g

e) 20 dg = ____________g

4.2.3 Unidades de volumen y capacidad

Capacidad:

Al referirnos a la capacidad de un recipiente, nos referimos al líquido que éste puede contener. Su unidad ppal es el litro y también tiene múltiplos y submultiplos.

UNIDAD	kilolitro	hectolitro	decalitro	litro	decilitro	centilitro	mililitro
SÍMBOLO	kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
	MÚLTIPLOS DEL LITRO				SUBMÚLTIPLOS DEL LITRO		

Actividad 11

Completa:

a) 22 kl = l
b) 5000 ml= l
c) 6 dal= dl
d) 75 hl= l

Volumen:

Cuando nos referimos al volumen que ocupa un líquido, fluido, gas o sólido, hacemos mención al espacio que éstos utilizan y entonces usamos las unidades de volumen. SU unidad es el metro cúbico (M^3)

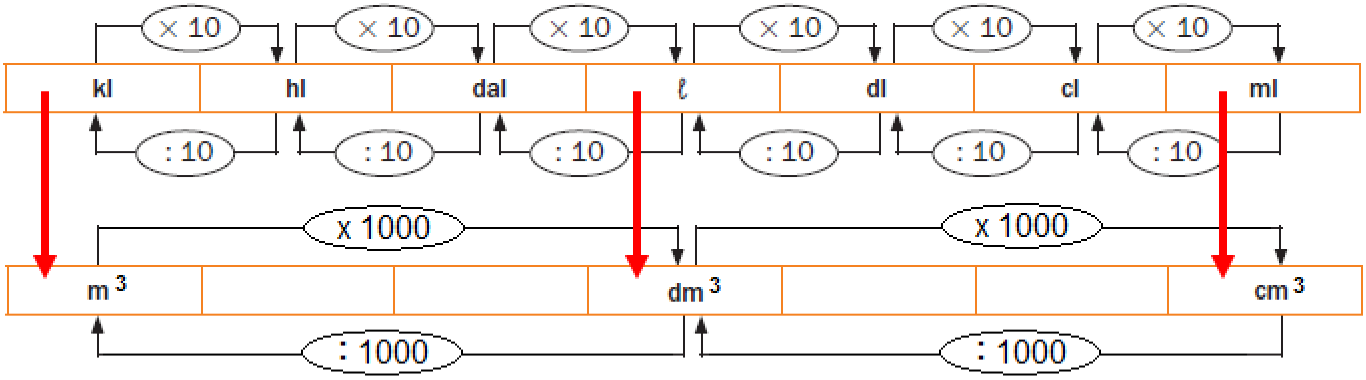
UNIDAD	kilómetro cúbico	hectómetro cúbico	decámetro cúbico	metro cúbico	decímetro cúbico	centímetro cúbico	milímetro cúbico
SÍMBOLO	km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
	MÚLTIPLOS DEL METRO CÚBICO				SUBMÚLTIPLOS DEL METRO CÚBICO		

La diferencia con las demás unidades es que estas aumentan o disminuyen de 1000 en 1000.

También tenemos que tener en cuenta que:

$$\boxed{1\ l = 1\ dm^3}$$

Así pues, tenemos que:



Actividad 12

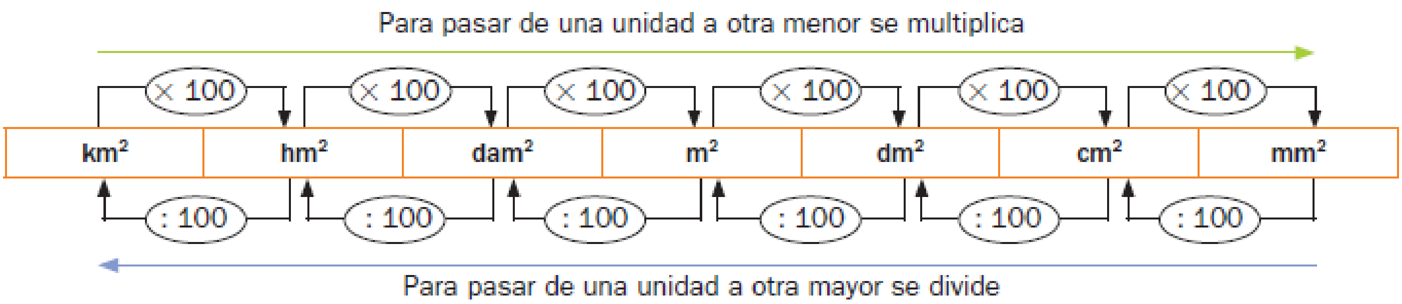
1. Expresa en metros cúbicos
   a. 63 dam^3 =
   b. 61 hm^3 =
   c. 2700 dm^3 =
2. Expresa en litros (recuerda: 1 l = 1 dm 3)
   a. 5 dam^3 =
   b. 61 m^3 =
   c. 540 dm^3=

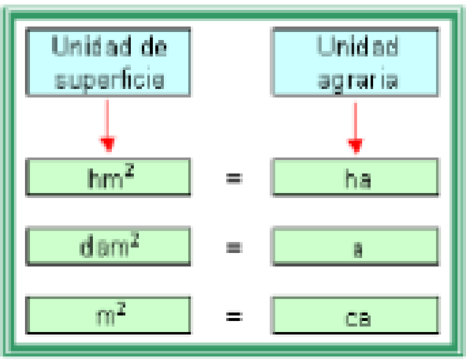
4.2.4 Unidades de superficie

La unidad de superficie es el metro cuadrado m^2

Estas unidades aumentan o dismimuyen de 100 en 100.

Para medir superficies en el campo se suelen utilizar las unidades agrarias: . el área (a) , la hectárea (ha) y la centiárea (ca).





Actividad 13

1. Expresa en metros cuadrados_
   a. 63 dam^2 =
   b. 61 hm^2 =
   c. 2700 dm^2 =
   d. 8 dam^2 =
   e. 19 km^2 =
   f. 900 dm^2 =

2. Expresa en hectáreas (1 ha = 1 hm^2)
   a. 60000 m^2 =
   b. 45 hm^2 =
   c. 19 km^2 =

5. Respuestas a de las actividades

Actividad 1

a) +4 y -4 b) -5 c) -7

Actividad 2

1. a) -10 < -5 < 0 < +3 < +4 < +6 b) -8 < -7< -6 <+2 < +4 < +8
2. a) -4 < -3 b) -2 < +6 c) 0 < 8 d) +6 > +5

Actividad 3

a) Op (+4) = - 4
b) Op (-6) =-6
c) Op (-5) =-5
d) Op (+3) =3
e) Op (0) =0
f) Op (-8) = +8

Actividad 4

1. Resuelve :
   a) 12 - 5 = 7
   b) 12 - (-5) =17
   c) -12 - 5 = -17
   d) -12 - (-5) = -7

2. Realiza estas operaciones:

a) (+6) – (-2) + (-5) – (+4) = 6 + 2 – 5 – 4 = 8 – 9 = -1

b) (-5) – (-5) – (+7) + (-6) = 5 + 5 – 7 – 6 = 10 – 13 = -3

c) (-1) – (-10) + (+5) – (+7) = -1 + 10 + 5 – 7 = - 8 + 15 = 7

d) 14 - (12 + 2) = 14 – 14 = 0

e) 17 - (-9 - 14) = 17 – (- 23) = 17 + 23 = 40

f) -14 + (6 - 13) = - 14 – 7 = - 21

g) 2 + (7 – 3) – (8 – 4) = 2 + 4 – 4 = 2

h) -1 – (2 – 5) + (7 – 4) = - 1 – (-3) + 3 = -1 + 3 + 3 = 5

Actividad 5

a) (-4) · (+2) = - 8
b) (+3) · (+7) = 21
c) (+3) · (-5) = - 15
d) (-5) · (-12) = 60
e) 2 · (-3) = - 6
f) 4 · (-5) · 2 = - 20 · 2 = -40
g) 3 · (-3) · (-7) = - 9 · (-7)= 63
h) (-2) · (-5) · (-9) = - 10 · (-9) = -90

Actividad 6

a) 6 : (− 2) = -3
b) (–20) : (+10) = -2
c) (–30) : (-5) = 6
d) (1 – 9 + 2) : (–3) = -6 : (-3) = 2

Actividad 7

1.
   a. El triple de la suma de m y n: 3·(m+n)
   b. El doble de la diferencia de un número menos tres: 2·(x – 3)
   c. El número n aumentado en 3 unidades: n + 3
   d. El doble de la suma de a, b y c 2·(a+b+c)

2.

x, y	7x – 3y	x + 2y	3y – 2xy + 5
x = 1, y = - 1	7 ·1 – 3 ·1 = 7 – 3 = 4	1 + 2·(-1) = 1 – 2 =-1	3·(-1) – 2·1·(-1) + 5 = -3 +2 +5 = -3 + 7 = 4
x = - 1, y = 2	7 · (-1) – 3 · 2 = -7 – 6 = -13	-1 + 2 · 2 = -1 + 4 =3	3·2 – 2·(-1)·2 + 5 = 6 +4 + 5 =15

Actividad 8

Tiempo, longitud, volumen, densidad, velocidad

Actividad 9

a) 3 km =3
b) 500 m =5 hm
c) 8300 cm =83 m
d) 180 dam =1800m
e) 61800 m =6180 dam
f) 70 dam = 7000 dm
g) 87 km = 87000 m
g) 875dm = 87500 mm

Actividad 10

a) 700 cg = 7 9
b) 40 hg = 4000 g
c) 45 dag = 450g
d) 44 kg =44000 g
e) 20 dg =2 g

Actividad 11

a) 22 kl = 22000 l
b) 5000 ml= 5 l
c) 6 dal=600 dl
d) 75 hl= 7500 l

Actividad 12

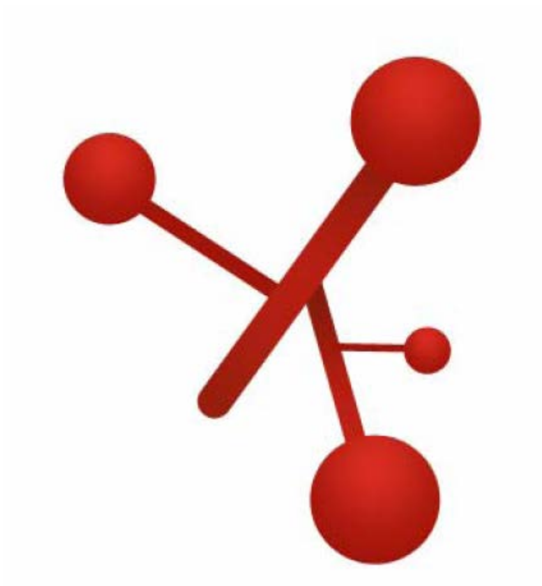
3. Expresa en metros cúbicos
   a. 63 dam^3 = 63 000 m^3
   b. 61 hm^3 = 61.000.000 m^3
   c. 2700 dm^3 = 2,7 m^3

4. Expresa en litros (recuerda: 1 l = 1 dm^3)
   a. 5 dam^3 = 5.000.000 l
   b. 61 m^3 = 61.000
   c. 540 dm^3= 540 l

Actividad 13

1. Expresa en metros cuadrados_
   a. 63 dam^2 = 6.300 m^2
   b. 61 hm^2 = 610.000 m^2
   c. 2700 dm^2 = 27 m^2
   d. 8 dam^2 = 800 m^2
   e. 19 km^2 = 19.000.000 m^2
   f. 900 dm^2 = 9 m^2

2. Expresa en hectáreas (1 ha = 1 hm^2)
   a. 60000 m^2 = 6 ha
   b. 45 hm^2 = 45 ha
   c. 19 km^2 = 1900 ha



BLOQUE 1 - Resumen- T3

Los números racionales y decimales. Operaciones.

1. Las fracciones

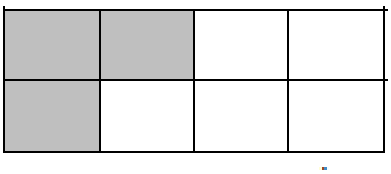
1.1. Concepto

Fracción es una o varias partes iguales en que dividimos la unidad. Las fracciones representan siempre una cierta parte de “algo”. Ese “algo” es la parte que elegimos.

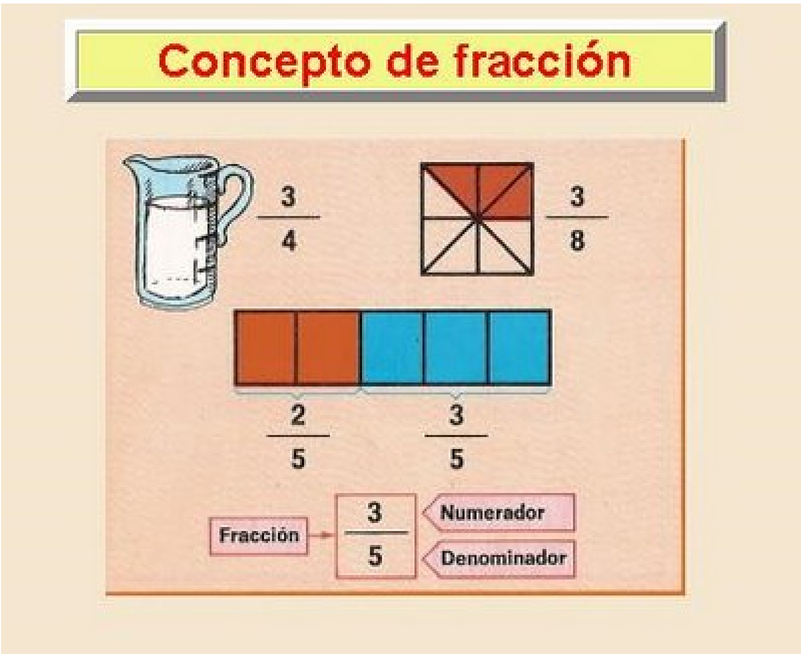
Una fracción es un par de números naturales a y b en la forma $\frac{a}{b}$

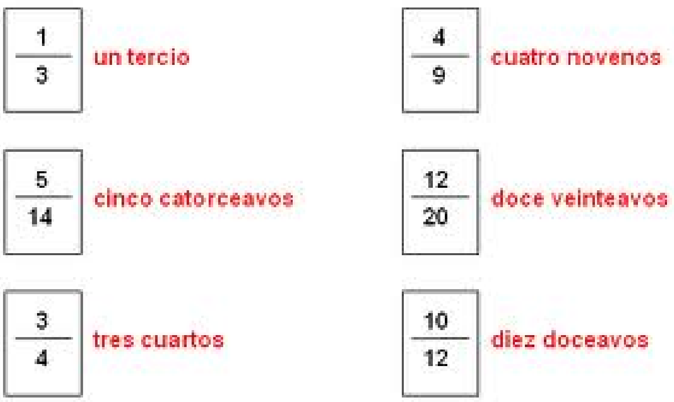
El número de abajo se llama **denominador** e indica las partes iguales en que dividimos la unidad.

El número de arriba es el **numerador** e indica las partes que cogemos.



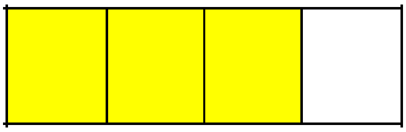
La figura se ha dividió en 10 partes de las que se han cogido 3, por lo tanto la figura sombreada es tres décimos, $\frac{3}{10}$ y la no sombreada siete décimos. $\frac{7}{10}$



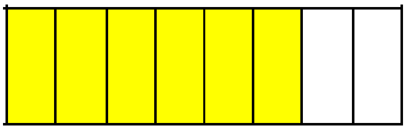


1.2. Fracciones equivalentes

Dos fracciones son equivalentes cuando aunque estén escritas de distinta manera el resultado es el mismo.

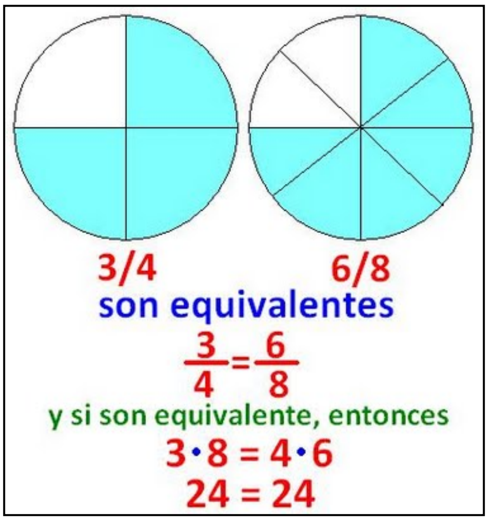


$\frac{3}{4}$



$\frac{6}{8}$

- Para comprobar que dos fracciones son equivalentes basta con multiplicar en cruz y ver si el resultado obtenido es el mismo.



En general $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si $a \cdot d = b \cdot c$

- Obtención de fracciones equivalentes

Obtención de fracciones equivalentes:

Por amplificación: Multiplicando los dos términos por un mismo número ≠ de cero.

a) $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}$ b) $\frac{3}{6} = \frac{3 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{6}{12}$; Las fracciones $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{6}{12}$ son equivalentes.

Por simplificación: Dividiendo los dos términos por un mismo número ≠ de cero.

c) $\frac{18}{12} = \frac{18:2}{12:2} = \frac{9}{6}$ d) $\frac{9}{6} = \frac{9:3}{6:3} = \frac{3}{2}$; Las fracciones $\frac{18}{12} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ son equivalentes.

Fracción irreducible: Es aquella que no se puede simplificar más. Ejemplos: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{5}{13}$; $\frac{4}{7}$

Para simplificar aplicamos las reglas de divisibilidad. Debemos simplificar siempre para trabajar con los números más bajos, obteniendo fracciones irreducibles.

Ejemplos:

$a)\frac{12}{24}=\frac{12:2}{24:2}=\frac{6}{12}$	$b)\frac{6}{12}=\frac{6:3}{12:3}=\frac{2}{4}$

Ejemplos:

$a)\frac{5}{6}=\frac{5\cdot 2}{6\cdot 2}=\frac{10}{12}$	$b)\frac{5}{6}=\frac{5\cdot 8}{6\cdot 8}=\frac{40}{48}$	$c)5=\frac{5}{1}=\frac{5\cdot 2}{1\cdot 2}=\frac{10}{2}$

1.3. Fracción propia e impropia

Fracción propia → El numerador es menor que el denominador. 4/6

Fracción impropia → 1. El numerador es mayor que el denominador 6/3.

2. El numerador es igual al denominador. 6/6

1.4. Simplificación de fracciones

Simplificar fracciones es obtener otra equivalentes cuyos términos sean más pequeños. Para ello:

Dividir numerador y denominador por un mismo número.

- Fracción irreducible

Es aquella que no se puede simplificar más. Para obtener una fracción irreducible calcular al m.c.d. del numerador y denominador. Ejemplo:

$\frac{24}{36}=\frac{24:12}{36:12}=\frac{2}{3}$, que es la fracción irreducible.

m.c.d.(24,36)=12

Actividad

Simplifica las siguientes fracciones hasta obtener la fracción irreducible:

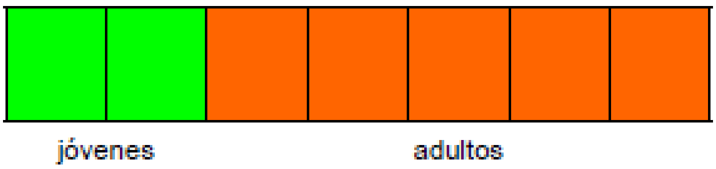
a) $\frac{48}{20}$ b) $\frac{20}{28}$ c) $\frac{-45}{125}$ d) $\frac{36}{48}$

Solución:

a) $\frac{12}{5}$; b) $\frac{5}{7}$; c) $\frac{-9}{25}$; d) $\frac{3}{4}$

1.5. La fracción como un operador

En una localidad se sabe que 2/7 son jóvenes y 5/7 son adultos. ¿Qué significa esto?



Que si dividimos la localidad en 7 partes, 2 serán jóvenes y 5 adultos. Si nos dicen que hay 2.275 habitantes podemos hacer lo siguiente:

2275:7=325; 325 ·2= 650 son jóvenes

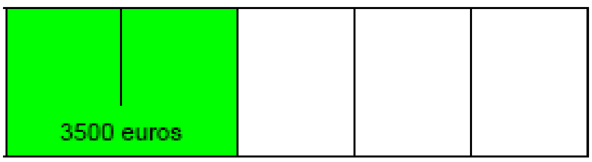
La operación contraria da el mismo resultado

2275·2=4550; 4550:7=650.

La forma de expresarlo es: $\frac{2}{7}$ de 2275 = 650, o bien: $\frac{2}{7}(2275) = 650$

Otro ejemplo:

Una persona recibe 2/5 de un premio. Si ha recibido 3500 euros. ¿Cuánto era el premio total?



3500: 2 = 1750 €

1750 ·5= 8750 € era el premio

Actividad

1. Calcula:

a) $\frac{2}{5}$ de $150 =$ b) $\frac{5}{7}$ de $2100 =$ c) $\frac{9}{25}$ de 5000 d) $\frac{3}{4}$ de 1440

2. Al estreno de una obra han asistido 288 personas de las que $\frac{7}{2}$ son mujeres. ¿Cuántos hombres asistieron?

Respuestas:

1. A) 60; b) 1500; c) 1800; d) 1080
2. 168 mujeres y 120 hombres

1.6. Reducción de fracciones a un denominador común

Para expresar fracciones con el mismo denominador:

1. Se halla el m.c.m. de los denominadores.
2. Este m.c.m. será el nuevo denominador de las fracciones.
3. Para hallar el denominador de cada fraccione, se divide el m.c.m. por el denominador antiguo y el resultado se multiplica por el numerador antiguo.

Ejemplo: Vamos a reducir a común denominador las fracciones $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$ y $\frac{3}{4}$.

Solución: Calculamos el mínimo común múltiplo de los denominadores:

m.c.m. (3,6,4) = 12; que será el nuevo denominador de todas ellas,

y calculamos los numeradores:

$$\frac{2}{3} \rightarrow \frac{12:3.2}{12} = \frac{4}{12}$$

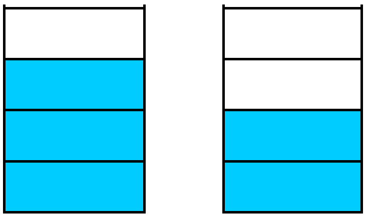
$$\frac{5}{6} \rightarrow \frac{12:6.5}{12} = \frac{10}{12}$$

$$\frac{3}{4} \rightarrow \frac{12:4.3}{12} = \frac{9}{12}$$

1.7. Comparación de fracciones

Hay tres casos:

A) Igual denominador: Es mayor la de mayor numerador



$\frac{3}{4} > \frac{2}{4}$

b) De distinto denominador.: Reducir a común denominador y aplicar el criterio anterior.

Ejemplo resuelto:

$\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{7}$; como m.c.m. (5,7) = 35, tenemos $\frac{2}{5}=\frac{14}{35}$ y $\frac{3}{7}=\frac{15}{35}$; de donde se deduce que $\frac{15}{35}>\frac{14}{35}$ al ser mayor el numerador, y por lo tanto: $\frac{3}{7}>\frac{2}{5}$.

Actividades

1. Ordena de mayor a menor

a) $\frac{3}{8},\frac{2}{5},\frac{3}{4}$ b) $\frac{2}{5},\frac{1}{2},\frac{3}{10}$

Respuestas: a) $\frac{3}{4}>\frac{2}{5}>\frac{3}{8}$ b) $\frac{1}{2}>\frac{2}{5}>\frac{3}{10}$

2. Operaciones con números racionales

2.1. Suma y resta de números racionales

- Para sumar o restar fracciones, han de tener el mismo denominador, en caso contrario hay que transformarlas en otras equivalentes cuyo denominador sea el mismo

Ej: $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}$. m.c.m.(3 ,5)= 15, luego $\frac{2}{5}=\frac{2\cdot 3}{5\cdot 3}=\frac{6}{15}$ y $\frac{1}{3}=\frac{1\cdot 5}{3\cdot 5}=\frac{5}{15}$

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{3}=\frac{2\cdot 3}{5\cdot 3}+\frac{1\cdot 5}{3\cdot 5}=\frac{6}{15}+\frac{5}{15}=\frac{11}{15}$$

- Si sumamos un número entero mas una fracción, al número se le pone denominador 1.

$$2+\frac{1}{3}=\frac{2}{1}+\frac{1}{3}=\frac{3\cdot 2}{3}+\frac{1\cdot 1}{3}=\frac{6}{3}+\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$$

- En las fracciones con signo negativo $\frac{a}{-b}=\frac{-a}{b}$

Actividad

Calcula:

a) $\frac{5}{7}-\frac{2}{7}$

b) $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}$

c) $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}+\frac{3}{8}$

d) $\frac{1}{2}+\frac{2}{5}-\frac{3}{10}$

Respuestas: a) $\frac{3}{7}$ b) $\frac{11}{12}$ c) $\frac{61}{40}$ d) $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

2.2. Multiplicación de números racionales

Para multiplicas fracciones hay que multiplicar numerador con numerador y denominador con denominador.

Ej: $\frac{1}{2}\text{de}\frac{3}{4}=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1.3}{2.4}=\frac{3}{8}$

- Caso particular: Para multiplicar un número por una fracción, se multiplica el número por el numerador.

$$4\cdot\frac{3}{5}=\frac{4}{1}\cdot\frac{3}{5}=\frac{4\cdot3}{1\cdot5}=\frac{12}{5}$$

Ejercicio Resuelto:

Si queremos realizar la siguiente multiplicación $\frac{24}{81}\cdot\frac{45}{16}$, será conveniente descomponer en factores los números que aparecen en el numerador y denominador:

$24 = 2\cdot2\cdot2\cdot3;$ $45 = 3\cdot3\cdot5;$ $81 = 3\cdot3\cdot3\cdot3;$ $16 = 2\cdot2\cdot2\cdot2$

$$\frac{24}{81}\cdot\frac{45}{16}=\frac{24\cdot45}{81\cdot16}=\frac{(2\cdot2\cdot2\cdot3)\cdot(3\cdot3\cdot5)}{(3\cdot3\cdot3\cdot3)\cdot(2\cdot2\cdot2\cdot2)}$$

Ahora podemos tachar los factores que están repetidos en el numerador y el denominador:

$$\frac{\cancel{2}.\cancel{2}.\cancel{2}.\cancel{3}.\cancel{3}.\cancel{3}.5}{3.\cancel{3}.\cancel{3}.\cancel{3}.\cancel{2}.\cancel{2}.\cancel{2}.2}=\frac{5}{3.2}=\frac{5}{6}$$

<u>Actividad</u>

a) $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}$

b) $8\cdot\frac{3}{5}$

c) $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{7}$

d) $2\cdot\frac{-3}{8}$

Soluciones:

a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{24}{5}$ c) $\frac{10}{21}$ d) $\frac{-3}{4}$

2.2.1. Números inversos

Consiste en dar la vuelta a la fracción:

Ejemplos:

El inverso de $\frac{3}{8}$ es $\frac{8}{3}$

El inverso de 5 es $\frac{1}{5}$

2.3. División de números racionales

Para dividir fracciones se multiplican en cruz, o lo que es lo mismo, se multiplica la primera por la inversa de la segunda.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Actividades

a) $\frac{-1}{2} : \frac{3}{4}$ c) $\frac{2}{3} : \frac{5}{7}$

b) $8 : \frac{3}{5}$ d) $2 : \frac{-3}{8}$

Soluciones: a) $\frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$ b) $\frac{40}{3}$ c) $\frac{14}{15}$ d) $\frac{16}{3}$

2.4. Operaciones combinadas. Jerarquía de operaciones

Para realizar operaciones combinadas hay que seguir la misma jerarquía se se ha usado con naturales y enteros.

1º) Se resuelven los paréntesis

2º) Multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha

3º) Sumas y restas en el orden en el que están.

4º) Simplificar la fracción resultado todo lo que sea posible

Ejemplos:

a) $\frac{6}{5}\cdot\frac{1}{2}+\frac{3}{5}:\frac{2}{7}=\frac{6}{10}+\frac{21}{10}=\frac{27}{10}$ Primero hacemos las multiplicaciones y divisiones. Luego la suma.

b) $\frac{1}{3}-\left(\frac{2}{3}:\frac{5}{6}\right):\frac{1}{7}=\frac{1}{3}-\frac{12}{15}:\frac{1}{7}=\frac{1}{3}-\frac{84}{15}=\frac{5}{15}-\frac{84}{15}=\frac{-79}{15}$ Primero hacemos las divisiones,luego la resta.

c) $\left(\frac{4}{5}+\frac{3}{10}\right)-\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{8}{10}+\frac{3}{10}\right)-\left(\frac{8}{12}-\frac{3}{12}\right)=\frac{11}{10}-\frac{5}{12}=\frac{66}{60}-\frac{25}{60}=\frac{41}{60}$ $\begin{cases}\text{primero los paréntesis}\\ \text{segundo la resta}\end{cases}$

d) $\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{6}\right)-\frac{4}{9}:5=\left(\frac{4}{6}+\frac{5}{6}\right)-\frac{4}{9}:\frac{5}{1}=\frac{9}{6}-\frac{4}{45}=\frac{135}{90}-\frac{8}{90}=\frac{127}{90}$ $\begin{cases}\text{Primero el paréntesis y la división.}\\ \text{Por último la resta.}\end{cases}$

e) $4-3\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{5}\right)=4-3\left(\frac{10}{15}-\frac{3}{15}\right)=4-3\left(\frac{7}{15}\right)=4-\frac{21}{15}=\frac{60}{15}-\frac{21}{15}=\frac{39}{15}$ $\begin{cases}\text{Primero el paréntesis}\\ \text{Multiplicación}\\ \text{Por último la resta.}\end{cases}$

3. Los números decimales

3.1. Introducción

Las fracciones que tienen por denominador la unidad seguida de ceros se llaman fracciones decimales.

Ejemplo: $\frac{3}{10}$ se lee: tres décimos.

Ejemplo: $\frac{7}{100}$ se lee: siete centésimas.

3.2. Expresión decimal de los números racionales

Se escribe el numerador y se separan con una coma, a partir de la derecha, tantas cifras decimales como ceros tenga el denominador.

Ejemplos: $\frac{1}{10}=0{,}1$; $\frac{1}{100}=0{,}01$; $\frac{43}{10}=4{,}3$; $\frac{371}{1000}=0{,}371$

Los números decimales tienen una parte entera y otra decima.

PARTE ENTERA			PARTE DECIMAL					
CENTENA	DECENA	UNIDAD	DÉCIMA	CENTÉSIMA	MILÉSIMA	DIEZMILÉSIMA	CIENMILÉSIMA	MILLONÉSIMA

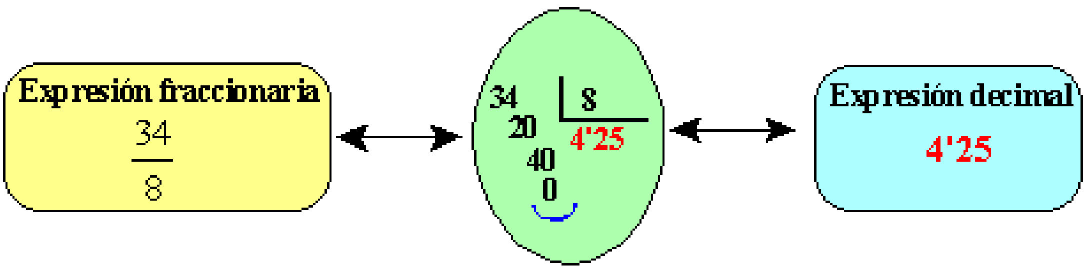
Para leer un número decimal se dice primero la parte entera, seguida de la palabra "unidades" o "enteros" y después se lee la parte decimal acabando con el nombre del lugar que corresponde a la última cifra decimal.

28,64 ⇒ veintiocho unidades y sesenta y cuatro centésimas

0,045 ⇒ cuarenta y cinco milésimas.

0,0436 ⇒ cuatrocientas treinta y seis diezmilésimas.

Como una fracción es una división, la expresión decimal es dividir el numerador entre el denominador.



- Los decimales pueden ser exactos o periodicos. Son decimales periodicos aquellos que tienen infinitas cifras decimales que se repiten indefinidamente. A estas cifras se les llama periodo

Por ejemplo:

40/33=1'21212121....... Se representa como $1'\overset{\frown}{21}$ y al 21 se le llama periodo

a) <u>Decimales exactos</u> → Los que tienen finitos decimales

$$0'24 = \frac{24}{100} \quad ; \quad 3'1 = \frac{31}{10} \quad ; \quad 3'478 = \frac{3478}{1000}$$

b) Decimales periodicos puros → Aquellos en los que el periodo comienza inmediatamente a continuación de la coma.

1'21212121……. = $1'\overset{\frown}{21}$

c) Decimales periodicos mixtos → Aquellos en los que el periodo no comienza exactamente después de la coma.

1, 916666666…. = $1'191\overset{\frown}{6}$

Actividad

---

1. Escribe cómo se leen estos números:

a) 3,82 b) 5,1 c) 4,356 d) 0,03

2. Escribe estas fracciones en forma de número decimal:

a) $\frac{53}{100}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{8}{30}$ d) $\frac{82}{11}$ e) $\frac{56}{35}$

Solución:

Actividad 1.

a) Tres unidades, ochenta y dos centésimas

b) Cinco unidades, una décima

c) Cuatro unidades, trescientas cincuenta y seis milésimas

d) Tres centésimas

Actividad 2.

a) 0,53 b) 0,4 c) 0,26 d) 7,45 e) 1,6

3.3. Cálculo de fracciones generatrices

a) Decimales exactos

$$0'24 = \frac{24}{100} \quad ; \quad 3'1 = \frac{31}{10} \quad ; \quad 3'478 = \frac{3478}{1000}$$

La fracción generatriz de un decimal exacto es una fracción que tiene por numerado al número, escrito sin coma decimal, y por denominador un uno seguido de tantos ceros como cifras decimales tiene.

b) Decimales periódicos puros

LA fracción generatriz es una fracción que tiene por numerador al propio número, escrito sin los signos y sin periodo, menos el número formado por las cifras anteriores a la coma. Por denominador tantos nueves como cifras hay en el periodo

Ejemplos: $3,\widehat{16} = \frac{316-3}{99} = \frac{313}{99}$;

$$0,\widehat{2345} = \frac{2345-0}{9999} = \frac{2345}{9999}$$

Actividad

1. Utilizando el método anterior comprueba que:

$2'\hat{6} = \frac{26-2}{9}$, es decir $2'\hat{6} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$

$$1'\widehat{081} = \frac{1081-1}{999} = \frac{1080}{999} = \frac{40}{37}$$

2. Escribe las fracciones generatrices de :

a) 5,1 b) 0,002 c) 0,555… d)2,353535…

Solución: a) $\frac{51}{10}$ b) $\frac{2}{1000}$ c) $\frac{5}{9}$ d) $\frac{233}{99}$

4. Operaciones con números decimales

4.1. Suma y resta de números decimales

Se coloca uno debajo de otro de forma que la coma coincida.

Ejemplo: Vamos a sumar 3,06 + 4,8 + 6,125

	3,	0	6	0	+
	4,	8	0	0	+
	6,	1	2	5	=
1	3,	9	8	5	

Vamos a restar 8,6 – 3,25

8,	6	0	-
3,	2	5	=
5,	3	5	

Realiza las siguientes operaciones:

a) 57,28 + 35,2 + 4,257

b) 15,75 – 3,251

c) 9,35 + 35,1 – 3,2

Solucíón: a) 96,957 b) 12,499 c) 41,25

4.2. Multiplicación de números decimales

Para multiplicar dos números decimales se hace la multiplicación como si fueran números naturales y en el producto se coloca la coma dejando a la derecha tantas cifras decimales como tengan entre los dos factores.

Ejemplo: Vamos a multiplicar 142,3 x 0,35

	1	4	2,	3	x	→ Un decimal
		0,	3	5	=	→ Dos decimales
	7	1	1	5		
4	2	6	9			
4	9,	8	0	5		→ Tres decimales

Actividad 10

1. Hemos comprado 32,5 l de leche a 0,92 € el litro. ¿Cuánto hemos pagado?

2. Realiza:

a) 0,024 · 100 **b) 5,9 · 1000** **c) 0,023 · 10000**

Solucion:

Actividad 1.

32,5 · 0,94 = 30,55 €

Actividad 2.

a) 2,4 b) 5900 c) 230

4.3. División de números decimales

4.3.1. División de un número decimal por la unidad seguida de ceros

Para dividir un número decimal por la unidad seguida de ceros, se desplaza la coma hacia la izquierda tantos lugares como ceros tiene la unidad. Si faltan lugares, se rellenan con ceros.

Ejemplos:

36 : 10 = 3,6; 27 : 1000 = 0,027; 4,5 : 1000 = 0,0045

4.3.2. División de un número decimal por un número entero

Para dividir un número decimal por un número entero se empieza dividiendo la parte entera y en el momento de bajar al resto la primera cifra decimal, se pone una coma en el cociente y se continúa la división.

Vamos a hacer la división 56,15 : 25:

$$\begin{array}{rrrr|rr} 5 & 6, & 1 & 5 & 2 & 5 \\ \cline{5-6} 0 & 6 & & & 2 & \end{array}$$

Al dividir 56 unidades entre 25 se obtiene 2 unidades en el cociente y de resto 6.

$$\begin{array}{rrrr|rr} 5 & 6, & 1 & 5 & 2 & 5 \\ \cline{5-6} 0 & 6 & 1 & & 2, & \end{array}$$

Ahora bajamos 1 al resto y como es la primera cifra decimal, colocamos una coma en el cociente y continuamos dividiendo.

$$\begin{array}{rrrr|rr} 5 & 6, & 1 & 5 & 2 & 5 \\ \cline{5-6} 0 & 6 & 1 & & 2, & 2 \\ & 1 & 1 & & & \end{array}$$

Al dividir 61 entre 25 se obtiene 2 en el cociente y 11 en el resto

$$\begin{array}{rrrr|rrr} 5 & 6, & 1 & 5 & 2 & 5 & \\ \cline{5-7} 0 & 6 & 1 & & 2, & 2 & 4 \\ & 1 & 1 & 5 & & & \\ & & 1 & 5 & & & \end{array}$$

Bajamos el 5.

Al dividir 115 entre 25, se obtiene 4 en el cociente y 15 en el resto

4.3.3. División de dos números decimales

En el divisor no puede haber números decimales. Por tanto para dividir dos números decimales, lo primero que tenemos que hacer es quitar la coma del divisor. En el dividendo se desplaza la coma hacia la derecha tantos lugares como cifras decimales tiene el divisor. Si el dividendo tiene menos cifras decimales que el divisor, Vamos a ver a continuación varios ejemplos del arreglo previo que hay que realizar en la división de dos números decimales:

3, 5 2 8 | 2 8, 4

Quitamos la coma del divisor.

Desplazamos la coma del dividendo un lugar a la derecha, que es la cifra que hemos quitado en el divisor.

3 5, 2 8 | 2 8 4

En este otro caso no tenemos bastantes cifras en el dividendo, por lo que deberemos añadir algún cero:

4 5, 2 | 0, 6 4

Quitamos la coma del divisor.

Desplazamos la coma del dividendo dos lugares a la derecha.
Como falta un lugar, añadimos un cero.

4 5 2 0 | 6 4

A continuación se realizarían las divisiones como ya sabemos.

Pero vamos a comenzar la primera de las divisiones por tratarse de un ejemplo singular.

3 5, 2 8 | 2 8 4
0,

Al intentar dividir 35 unidades entre 284, no podemos. Por tanto ponemos 0 en el cociente y bajamos la cifra siguiente. Pero como la cifra siguiente es la primera cifra decimal, ponemos una coma en el cociente, después del 0.

3 5, 2 8 | 2 8 4
0 6 8 0, 1

Ahora ya debemos dividir 352 entre 284. Obtenemos 1 en el cociente y 68 en el resto.

Bajamos la siguiente cifra decimal: el 8

Obtenemos 2 en el resto y de resto 120.

3 5, 2 8 | 2 8 4

Al no haber más cifras, hemos terminado la división.

Actividad

1. Realiza las siguientes divisiones:

a) 369 : 1000 = **b) 3669 : 100 =**

c) 363 : 100 = **d) 3,6 : 1000 =**

2. El tío de Andrés quiere repartir 14,52 euros entre sus tres sobrinos. ¿Cuánto dará a cada uno?

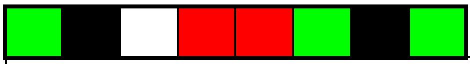
3. Hemos comprado varios litros de leche pagando por la compra 20,4 euros. Si cada litro cuesta 0,85 €, ¿cuántos litros hemos comprado?

Solución:

1. A) 0,369 b) 36,69 c) 3,63 d) 0,9936
2. 4,84 €
3. 24 litros.

ACTIVIDADES DEL TEMA3

1. Escribe verdadero o falso en cada apartado, y en caso de ser falso, escribe la solución:



a) La parte coloreada de negro es $\frac{2}{8}$.	V	
b) La parte coloreada de verde es $\frac{3}{6}$.	F	Es 3/8
c) La parte coloreada de rojo es $\frac{2}{4}$.		
d) La parte que es blanca es $\frac{1}{6}$.		
e) La parte que no es negra es $\frac{5}{8}$.		
f) La parte que no está coloreada de rojo es $\frac{6}{8}$.		
g) La parte que no está coloreada de verde es $\frac{6}{8}$.		
h) La parte que no es blanca es $\frac{7}{8}$.		
i) La parte que es negra o blanca es $\frac{3}{4}$.		
j) La parte que es verde o roja es $\frac{5}{8}$.		

Actividad 2. Contesta a estas cuestiones:

1) $\frac{1}{3}$ es igual que	a) $\frac{1}{6}$	b) $\frac{2}{6}$	c) $\frac{3}{6}$
2) $\frac{2}{5}$ es igual que	a) $\frac{4}{10}$	b) $\frac{2}{10}$	c) $\frac{6}{10}$
3) $\frac{4}{7}$ es igual que	a) $\frac{8}{7}$	b) $\frac{4}{14}$	c) $\frac{8}{14}$
4) $\frac{2}{4}$ es igual que	a) $\frac{2}{8}$	b) $\frac{1}{2}$	c) $\frac{1}{8}$

Actividad 3. Actividad 3. Señala en cada caso cuál es la fracción equivalente a:

1) $\frac{4}{5}$ que tiene por numerador 24	a) $\frac{24}{5}$	b) $\frac{24}{20}$	c) $\frac{24}{30}$
2) $\frac{36}{84}$ que tiene por denominador 21	a) $\frac{9}{21}$	b) $\frac{36}{21}$	c) $\frac{52}{21}$

Actividad 5. Completa el siguiente cuadro:

Fracción	Propia o Impropia	Mayor, Menor o Igual (que la unidad)
a) $\frac{4}{6}$		
b) $\frac{5}{5}$		
c) $\frac{1}{6}$		
d) $\frac{7}{6}$		

Actividad 6. Escribe V o F a continuación de cada apartado para decir si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones (En caso de ser falsa, indica la solución):

a) El número mixto que corresponde a la fracción $\frac{7}{6}$ es $7\frac{1}{6}$.		
b) La fracción que corresponde al número mixto $4\frac{2}{3}$ es $\frac{14}{3}$.		
c) Al número mixto $6\frac{4}{5}$ le corresponde la fracción $\frac{24}{5}$		
d) A la fracción $\frac{13}{4}$ le corresponde el número mixto $3\frac{3}{4}$		

Actividad 7. Señala en cada caso cuál es la fracción irreducible a cada una de las siguientes:

1) $\frac{18}{72}$:	a) $\frac{9}{36}$	b) $\frac{1}{4}$	c) $\frac{2}{8}$
2) $\frac{60}{90}$:	a) $\frac{6}{9}$	b) $\frac{30}{45}$	c) $\frac{2}{3}$
3) $\frac{36}{48}$:	a) $\frac{3}{4}$	b) $\frac{18}{24}$	c) $\frac{9}{12}$
4) $\frac{10}{6}$:	a) $\frac{20}{12}$	b) $\frac{5}{2}$	c) $\frac{5}{3}$

Actividad 8. Escribe V o F a continuación de cada apartado para decir si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones (En caso de ser falsa, indica la solución):

a) Después de gastar las $\frac{3}{4}$ del dinero que tenía, me quedan 300 euros. Al principio tenía 1000 euros.	
Justifica tu respuesta:	
b) En una sala hay 80 personas. Si los $\frac{2}{5}$ son mujeres, habrá 48 hombres.	
Justifica tu respuesta:	

c) De una caja se han roto los $\frac{4}{5}$ de los huevos que contenía. Sabiendo que se han roto 8, al principio había 12 huevos en la caja.	
Justifica tu respuesta:	
d) En una bolsa hay 120 bolas: $\frac{2}{3}$ son rojas, $\frac{1}{6}$ son azules, $\frac{1}{8}$ son negras; el resto, son blancas. Por tanto, habrá 6 bolas blancas.	
Justifica tu respuesta:	

Actividad 9. Las siguientes fracciones se han reducido a común denominador. Elige la respuesta correcta:

1)	$\frac{1}{3}$ y $\frac{5}{6}$	a) $\frac{2}{6}$ y $\frac{5}{6}$	b) $\frac{6}{18}$ y $\frac{8}{18}$	c) $\frac{6}{9}$ y $\frac{15}{9}$
2)	$\frac{3}{7}$ y $\frac{5}{9}$	a) $\frac{21}{63}$ y $\frac{45}{63}$	b) $\frac{27}{63}$ y $\frac{35}{63}$	c) $\frac{15}{63}$ y $\frac{8}{63}$
3)	$\frac{2}{5}$, $\frac{1}{6}$ y $\frac{3}{4}$	a) $\frac{3}{120}$, $\frac{6}{120}$ y $\frac{2}{120}$	b) $\frac{48}{60}$, $\frac{20}{60}$ y $\frac{90}{60}$	c) $\frac{24}{60}$, $\frac{10}{60}$ y $\frac{45}{60}$

Actividad 10. Elige la respuesta correcta en cada una de las siguientes operaciones:

1)	$\left(2+\frac{1}{2}\right)-\left(1+\frac{1}{4}\right)=$	a) $\frac{1}{4}$	b) $\frac{5}{4}$	c) $\frac{1}{2}$
2)	$\frac{1}{3}+\left(\frac{4}{5}+\frac{1}{-2}\right)=$	a) $\frac{19}{30}$	b) $\frac{5}{6}$	c) $\frac{5}{30}$
3)	$\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{15}\right)-\left(\frac{-3}{10}-\frac{3}{5}\right)=$	a) $\frac{-27}{30}$	b) $\frac{-3}{15}$	c) $\frac{49}{30}$

Actividad 11. Elige la respuesta correcta en cada una de las siguientes operaciones (simplifica el resultado en el apartado que sea posible para encontrar la respuesta correcta):

1)	$\frac{1}{4}:\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)+3.\left(1-\frac{4}{5}\right)=$	a) $\frac{39}{60}$	b) $\frac{114}{80}$	c) $\frac{57}{70}$
2)	$\frac{60}{84}.\frac{63}{28}=$	a) $\frac{45}{28}$	b) $\frac{28}{45}$	c) $\frac{15}{28}$
3)	$\dfrac{\frac{3}{4}+\frac{2}{5}}{3.\frac{1}{2}}:\dfrac{4-\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}+2}=$	a) $\frac{23}{20}$	b) $\frac{46}{45}$	c) $\frac{39}{30}$

Actividad 12. Escribe V o F a continuación de cada apartado para decir si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones (En caso de ser falsa, indica la solución):

a) Una persona tiene una zafra de aceite de 300 litros y quiere embotellarlo en botellas de $\frac{3}{4}$ de litro. Necesitará 400 botellas.	
Justifica tu respuesta:	
b) Por la mañana gasté los $\frac{2}{3}$ del dinero que tenía. Por la tarde, los $\frac{3}{4}$ del resto. Por la noche me quedan 7 euros. Al empezar el día tenía 84 euros.	
Justifica tu respuesta:	
c) Un ciclista ha recorrido los $\frac{3}{4}$ del camino. Después de un descanso recorre $\frac{1}{3}$ del resto, y todavía le faltan 8 km para llegar a la meta. La longitud total del camino es de 50 km.	
Justifica tu respuesta:	
d) El café, al tostarlo. pierde $\frac{1}{5}$ de su peso. Para obtener 600 kg de café tostado necesitaremos 800 kg.	
Justifica tu respuesta:.	

Actividad 13. Señala en cada caso cuál es el número decimal que corresponde a las siguientes lecturas:

1.	Cuatro unidades y setenta y tres milésimas	a) 4,730	b) 47,3	c) 4,073
2.	Veintinueve diezmilésimas	a) 0,29	b) 0,029	c) 0,0029
3.	Cinco unidades y tres centésimas	a) 0,53	b) 5,03	c) 5,003
4.	Setenta y una diezmilésimas	a) 0,0071	b) 0,071	c) 0,7100

Actividad 14. Señala en cada caso cuál es el número decimal periódico que corresponde a las siguientes fracciones:

1.	$\frac{12}{11}$	a) $1,\overset{\frown}{09}$	b) $1,\overset{\frown}{19}$	c) $0,\overset{\frown}{19}$
2.	$\frac{14}{90}$	a) $0,\overset{\frown}{15}$	b) $0,1\overset{\frown}{5}$	c) $0,1\overset{\frown}{15}$

Actividad 15. Señala en cada caso cuál es el número decimal que corresponde a las siguientes fracciones:

1)	$\frac{213}{100}$	a) 0,213	b) 21,3	c) 2,13
2)	$\frac{5401}{1000}$	a) 5,401	b) 54,01	c) 0,5401
3)	$\frac{49}{10000}$	a) 0,049	b) 0,49	c) 0,0049
4)	$\frac{837}{10}$	a) 8,37	b) 8370	c) 83,7

Actividad 16. Señala en cada caso cuál es la fracción generatriz que corresponde a los siguientes números decimales:

1)	$4,\overset{\frown}{31}$	a) $\frac{427}{9}$	b) $\frac{431}{99}$	c) $\frac{427}{99}$
2)	$12,\overset{\frown}{268}$	a) $\frac{12256}{900}$	b) $\frac{12256}{999}$	c) $\frac{12268}{900}$

Actividad 17. Señala en cada caso cuál es la respuesta correcta que corresponde a las siguientes operaciones:

1)	14,5 + 23,07 – 18,879 =	a) 18,681	b) 18,691	c) 18,581
2)	2,56 x 0,027 =	a) 0,06912	b) 0,6912	c) 6,912
3)	3978 : 1,7 =	a) 234	b) 2340	c) 23400
4)	156,48 : 4,8 =	a) 3,26	b) 326	c) 32,6
5)	877,4 : 2,05 =	a) 428	b) 4,28	c) 42,8
6)	(325,4 – 98,825) : 4,5 =	a) 50,35	b) 5,35	c) 503,5

Actividad 18. Señala en cada caso cuál es la respuesta correcta que corresponde a las siguientes operaciones:

1)	42,8 x 1.000 =	a) 42800	b) 0,0428	c) 0,42800
2)	0,01 x 100 =	a) 0,01	b) 0,1	c) 1
3)	2,396 x 100 =	a) 23,96	b) 239,6	c) 2396
4)	23,78 : 10 =	a) 2,378	b) 237,8	c) 23780
5)	58,29 : 100 =	a) 582,9	b) 5829	c) 0,5829
6)	5,72 : 100 =	a) 572	b) 0,572	c) 0,0572
7)	2,346 : 100 =	a) 0,2346	b) 234,6	c) 0,02346
8)	42 : 1000 =	a) 42000	b) 0,042	c) 0,0042

Actividad 19. Escribe V o F a continuación de cada apartado para decir si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

a) De un depósito con agua se sacan 25,5 litros y después 12,75 litros; finalmente se sacan 8,5 litros. Al final en el depósito quedan 128 litros. Por tanto la capacidad del depósito es de 46,75 litros.	
Justifica tu respuesta:	
b) Un agricultor ha recolectado 1.500 kg de trigo y 895 kg de cebada. Ha vendido el trigo a 0,26 euros/kg y la cebada a 0,145 euros/kg. La diferencia entre lo que ha recibido por la venta del trigo y lo que ha recibido por la venta de la cebada será de 260,225 euros.	
Justifica tu respuesta:	

Actividad 20.

a. Elige la respuesta correcta para la siguiente pregunta:

La Ley de Prevención de Riesgos Laborales no se aplica a:

a) Los trabajadores autónomos.

b) La policía.

c) Al personal civil de las administraciones públicas.

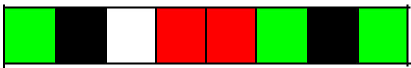
d) A todos los anteriores.

b. En el siguiente cuadro escribe una E (empresario) o una T (trabajador), según quién tenga la obligación de cumplir cada una de las siguientes medidas preventivas:

a) Contribuir con su actitud a que todos cumplan con las normas de seguridad y salud laboral.	
b) Documentar la actividad preventiva de la empresa.	
c) Prevenir y evaluar los riesgos.	
d) Usar correctamente los medios de protección, las máquinas, …	
e) Seguir la formación tanto teórica como práctica en materia preventiva.	
f) Adaptar y perfeccionar las medidas de protección conforme varíen las circunstancias de la empresa.	

Soluciones:

1.



a) La parte coloreada de negro es $\frac{2}{8}$.	V	
b) La parte coloreada de verde es $\frac{3}{6}$.	F	Es $\frac{3}{8}$
c) La parte coloreada de rojo es $\frac{2}{4}$.	F	Es $\frac{2}{8}$
d) La parte que es blanca es $\frac{1}{6}$.	F	Es $\frac{1}{8}$
e) La parte que no es negra es $\frac{5}{8}$.	F	Es $\frac{6}{8}$
f) La parte que no está coloreada de rojo es $\frac{6}{8}$.	V	
g) La parte que no está coloreada de verde es $\frac{6}{8}$.	F	Es $\frac{5}{8}$
h) La parte que no es blanca es $\frac{7}{8}$.	V	
i) La parte que es negra o blanca es $\frac{3}{4}$.	F	Es $\frac{3}{8}$
j) La parte que es verde o roja es $\frac{5}{8}$.	V	

Actividad 2. Contesta a estas cuestiones:

1) $\frac{1}{3}$ es igual que	a) $\frac{1}{6}$	b) $\frac{2}{6}$	c) $\frac{3}{6}$
2) $\frac{2}{5}$ es igual que	**a)** $\frac{4}{10}$	b) $\frac{2}{10}$	c) $\frac{6}{10}$
3) $\frac{4}{7}$ es igual que	a) $\frac{8}{7}$	b) $\frac{4}{14}$	**c)** $\frac{8}{14}$
4) $\frac{2}{4}$ es igual que	a) $\frac{2}{8}$	**b)** $\frac{1}{2}$	c) $\frac{1}{8}$

Actividad 3. Actividad 3. Señala en cada caso cuál es la fracción equivalente a:

1) $\frac{4}{5}$ que tiene por numerador 24	a) $\frac{24}{5}$	b) $\frac{24}{20}$	**c)** $\frac{24}{30}$
2) $\frac{36}{84}$ que tiene por denominador 21	**a)** $\frac{9}{21}$	b) $\frac{36}{21}$	c) $\frac{52}{21}$

Actividad 5. Completa el siguiente cuadro:

Fracción	Propia o Impropia	Mayor, Menor o Igual (que la unidad)
a) $\frac{4}{6}$	Propia	Menor
b) $\frac{5}{5}$	Impropia	Igual
c) $\frac{1}{6}$	Propia	Menor
d) $\frac{7}{6}$	Impropia	Mayor

Actividad 6. Escribe V o F a continuación de cada apartado para decir si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

a) El número mixto que corresponde a la fracción $\frac{7}{6}$ es $7\frac{1}{6}$.	F	Es $1\frac{1}{6}$
b) La fracción que corresponde al número mixto $4\frac{2}{3}$ es $\frac{14}{3}$.	V	
c) Al número mixto $6\frac{4}{5}$ le corresponde la fracción $\frac{24}{5}$	F	Es $\frac{34}{5}$
d) A la fracción $\frac{13}{4}$ le corresponde el número mixto $3\frac{3}{4}$	F	Es $3\frac{1}{4}$

Actividad 7. Señala en cada caso cuál es la fracción irreducible a cada una de las siguientes:

1) $\frac{18}{72}$:	a) $\frac{9}{36}$	b) $\frac{1}{4}$	c) $\frac{2}{8}$
2) $\frac{60}{90}$:	a) $\frac{6}{9}$	b) $\frac{30}{45}$	c) $\frac{2}{3}$

3) $\frac{36}{48}$:	a) $\frac{3}{4}$	b) $\frac{18}{24}$	c) $\frac{9}{12}$
4) $\frac{10}{6}$:	a) $\frac{20}{12}$	b) $\frac{5}{2}$	c) $\frac{5}{3}$

Actividad 8. Escribe V o F a continuación de cada apartado para decir si s verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

a) Después de gastar las $\frac{3}{4}$ del dinero que tenía, me quedan 300 euros. Al principio tenía 1000 euros.	F
Si gasté $\frac{3}{4}$, me quedaron $\frac{1}{4}$, que corresponde a los 300 euros. Luego al principio tenía **1200 euros**.	
b) En una sala hay 80 personas. Si los $\frac{2}{5}$ son mujeres, habrá 48 hombres.	V
$\frac{2}{5}$ de 80 son 32 mujeres. Luego hay 80 – 32 = **48 hombres**	
c) De una caja se han roto los $\frac{4}{5}$ de los huevos que contenía. Sabiendo que se han roto 8, al principio había 12 huevos en la caja.	F
$\frac{4}{5}$ son los huevos que se han roto y se corresponde con 8 huevos. Luego entonces al principio había 8:4 = 2; 2.5 = **10 huevos**	
d) En una bolsa hay 120 bolas: $\frac{2}{3}$ son rojas, $\frac{1}{6}$ son azules, $\frac{1}{8}$ son negras; el resto, son blancas. Por tanto, habrá 6 bolas blancas.	F
$\frac{2}{3}$ de 120 = 80 bolas rojas; $\frac{1}{6}$ de 120 = 20 bolas azules.;	
$\frac{1}{8}$ de 120 = 15 bolas negras; 80 + 20 + 15 = 115 bolas rojas, azules o negras; 120 – 115 = **5 bolas blancas**.	

Actividad 9. Las siguientes fracciones se han reducido a común denominador. Elige la respuesta correcta:

1)	$\frac{1}{3}$ y $\frac{5}{6}$	a) $\frac{2}{6}$ y $\frac{5}{6}$	b) $\frac{6}{18}$ y $\frac{8}{18}$	c) $\frac{6}{9}$ y $\frac{15}{9}$
2)	$\frac{3}{7}$ y $\frac{5}{9}$	a) $\frac{21}{63}$ y $\frac{45}{63}$	b) $\frac{27}{63}$ y $\frac{35}{63}$	c) $\frac{15}{63}$ y $\frac{8}{63}$
3)	$\frac{2}{5}$, $\frac{1}{6}$ y $\frac{3}{4}$	a) $\frac{3}{120}$, $\frac{6}{120}$ y $\frac{2}{120}$	b) $\frac{48}{60}$, $\frac{20}{60}$ y $\frac{90}{60}$	c) $\frac{24}{60}$, $\frac{10}{60}$ y $\frac{45}{60}$

Actividad 10. Elige la respuesta correcta en cada una de las siguientes operaciones:

1)	$\left(2+\frac{1}{2}\right)-\left(1+\frac{1}{4}\right)=$	a) $\frac{1}{4}$	b) $\frac{5}{4}$	c) $\frac{1}{2}$
2)	$\frac{1}{3}+\left(\frac{4}{5}+\frac{1}{-2}\right)=$	a) $\frac{19}{30}$	b) $\frac{5}{6}$	c) $\frac{5}{30}$
3)	$\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{15}\right)-\left(\frac{-3}{10}-\frac{3}{5}\right)=$	a) $\frac{-27}{30}$	b) $\frac{-3}{15}$	c) $\frac{49}{30}$

1. $\left(2+\frac{1}{2}\right)-\left(1+\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{2}{1}+\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{4}{2}+\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{4}{4}+\frac{1}{4}\right)=\frac{5}{2}-\frac{5}{4}=\frac{10}{4}-\frac{5}{4}=\frac{5}{4}$

2. $\frac{1}{3}+\left(\frac{4}{5}+\frac{1}{-2}\right)=\frac{1}{3}+\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{3}+\left(\frac{8}{10}-\frac{5}{10}\right)=\frac{1}{3}+\frac{3}{10}=\frac{10}{30}+\frac{9}{30}=\frac{19}{30}$

3. $\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{15}\right)-\left(\frac{-3}{10}-\frac{3}{5}\right)=\left(\frac{12}{15}-\frac{1}{15}\right)-\left(\frac{-3}{10}-\frac{6}{10}\right)=\frac{11}{15}-\left(\frac{-9}{10}\right)=\frac{11}{15}+\frac{9}{10}=\frac{22}{30}+\frac{27}{30}=\frac{49}{30}$

Actividad 11. Elige la respuesta correcta en cada una de las siguientes operaciones (simplifica el resultado en el apartado que sea posible para encontrar la respuesta correcta):

1)	$\frac{1}{4}:\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)+3.\left(1-\frac{4}{5}\right)=$	a) $\frac{39}{60}$	b) $\frac{114}{80}$	c) $\frac{57}{70}$
2)	$\frac{60}{84}.\frac{63}{28}=$	a) $\frac{45}{28}$	b) $\frac{28}{45}$	c) $\frac{15}{28}$
3)	$\frac{\frac{3}{4}+\frac{2}{5}}{3.\frac{1}{2}}:\frac{4-\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}+2}=$	a) $\frac{23}{20}$	b) $\frac{46}{45}$	c) $\frac{39}{30}$

1. $\frac{1}{4}:\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)+3.\left(1-\frac{4}{5}\right)=\frac{1}{4}:\left(\frac{3}{6}+\frac{4}{6}\right)+3.\left(\frac{5}{5}-\frac{4}{5}\right)=\frac{1}{4}:\frac{7}{6}+3.\frac{1}{5}=\frac{6}{28}+\frac{3}{5}=\frac{30}{140}+\frac{84}{140}=\frac{114}{140}$

Al simplificar, tenemos: mc.d.(114,140) = 2, luego entonces: $\frac{114}{140}=\frac{57}{70}$

2. 60 = 2.2.3.5; 84 = 2.2.3.7; 63 = 3.3.7; 28 = 2.2.7

$$\frac{60}{84}.\frac{63}{28}=\frac{2.2.3.5}{2.2.3.7}.\frac{3.3.7}{2.2.7}=\frac{5.3.3}{2.2.7}=\frac{45}{28}$$

3. $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}=\frac{15}{20}+\frac{8}{20}=\frac{23}{20}$; $3.\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

$$4-\frac{3}{2}=\frac{4}{1}-\frac{3}{2}=\frac{8}{2}-\frac{3}{2}=\frac{5}{2};\quad \frac{4}{3}+2=\frac{4}{3}+\frac{2}{1}=\frac{4}{3}+\frac{6}{3}=\frac{10}{3}$$

$$\frac{\frac{3}{4}+\frac{2}{5}}{3.\frac{1}{2}}:\frac{4-\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}+2}=\frac{\frac{23}{20}}{\frac{3}{2}}:\frac{\frac{5}{2}}{\frac{10}{3}}=\frac{23.2}{20.3}:\frac{5.3}{2.10}=\frac{46}{60}:\frac{15}{20}=\frac{46.20}{60.15}=\frac{920}{900}$$

Vamos a simplificar: m.c.d.(920,900)=20;

Luego entonces: $\frac{920}{900}=\frac{920:20}{900:20}=\frac{46}{45}$

Actividad 12. Escribe V o F a continuación de cada apartado para decir si s
verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

a) Una persona tiene una zafra de aceite de 300 litros y quiere embotellarlo en botellas de $\frac{3}{4}$ de litro. Necesitará 400 botellas.	V
$300:\frac{3}{4}=\frac{300.4}{3}=\frac{1200}{3}=400$ botellas	
b) Por la mañana gasté los $\frac{2}{3}$ del dinero que tenía. Por la tarde, los $\frac{3}{4}$ del resto. Por la noche me quedan 7 euros. Al empezar el día tenía 84 euros.	V
En total tenía $\frac{3}{3}$, de los que gasté $\frac{2}{3}$. Luego entonces, después de gastar por la mañana, me quedó: $\frac{3}{3}-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$. De este $\frac{1}{3}$, me gasté los $\frac{3}{4}$ por la tarde. Luego en consecuencia, por la tarde me gasté: $\frac{3}{4}.\frac{1}{3}=\frac{3}{12}$ Entre la mañana y la tarde me gasté $\frac{2}{3}+\frac{3}{12}=\frac{8}{12}+\frac{3}{12}=\frac{11}{12}$. Por tanto, me quedarán $\frac{12}{12}-\frac{11}{12}=\frac{1}{12}$, que corresponden con los 7 euros que quedaron por la noche. Al empezar el día tenía 7:1 = 7; 7.12 = 84 euros.	
c) Un ciclista ha recorrido los $\frac{3}{4}$ del camino. Después de un descanso recorre $\frac{1}{3}$ del resto, y todavía le faltan 8 km para llegar a la meta. La longitud total del camino es de 50 km.	F
Si ha recorrido $\frac{3}{4}$ del camino, le quedará por recorrer $\frac{1}{4}$ del mismo. Después del descanso recorre $\frac{1}{3}$ de ese $\frac{1}{4}$ que le quedó, Luego recorrió $\frac{1}{3}.\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$. En total ha recorrido $\frac{3}{4}+\frac{1}{12}=\frac{9}{12}+\frac{1}{12}=\frac{10}{12}$. Luego le faltan por	

recorrer $\frac{12}{12}-\frac{10}{12}=\frac{2}{12}$, que se corresponden con los 8 km que le faltan para llegar. El total del camino será 8:2 = 4; 4.12 = **48 km**.	
d) El café, al tostarlo, pierde $\frac{1}{5}$ de su peso. Para obtener 600 kg de café tostado necesitaremos 800 kg.	F
Si pierde $\frac{1}{5}$ de su peso, nos quedarán $\frac{5}{5}-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$ de café después de elaborado. Esos $\frac{4}{5}$ se corresponden con los 600 kg que queremos obtener. Luego necesitaremos 600:4 = 150; 150.5 = **750 kg** de café.	

Actividad 13. Señala en cada caso cuál es el número decimal que corresponde a las siguientes lecturas:

1.	Cuatro unidades y setenta y tres milésimas	a) 4,730	b) 47,3	c) **4,073**
2.	Veintinueve diezmilésimas	a) 0,29	b) 0,029	c) **0,0029**
3.	Cinco unidades y tres centésimas	a) 0,53	b) **5,03**	c) 5,003
4.	Setenta y una diezmilésimas	a) **0,0071**	b) 0,071	c) 0,7100

Actividad 14. Señala en cada caso cuál es el número decimal periódico que corresponde a las siguientes fracciones:

1. $\frac{12}{11}$	a) $1,\overline{09}$	b) $1,\overline{19}$	c) $0,\overline{19}$
2. $\frac{14}{90}$	a) $0,\overline{15}$	b) $0,1\overline{5}$	c) $0,1\overline{15}$

Actividad 15. Señala en cada caso cuál es el número decimal que corresponde a las siguientes fracciones:

1) $\frac{213}{100}$	a) 0,213	b) 21,3	**c) 2,13**
2) $\frac{5401}{1000}$	**a) 5,401**	b) 54,01	c) 0,5401
3) $\frac{49}{10000}$	a) 0,049	b) 0,49	**c) 0,0049**
4) $\frac{837}{10}$	a) 8,37	b) 8370	**c) 83,7**

Actividad 16. Señala en cada caso cuál es la fracción generatriz que corresponde a los siguientes números decimales:

1) $4,\overset{\frown}{31}$	a) $\frac{427}{9}$	b) $\frac{431}{99}$	**c) $\frac{427}{99}$**
2) $12,\overset{\frown}{268}$	a) $\frac{12256}{900}$	**b) $\frac{12256}{999}$**	c) $\frac{12268}{900}$

Actividad 17. Señala en cada caso cuál es la respuesta correcta que corresponde a las siguientes operaciones:

1)	14,5 + 23,07 – 18,879 =	a) 18,681	**b) 18,691**	c) 18,581
2)	2,56 x 0,027 =	**a) 0,06912**	b) 0,6912	c) 6,912
3)	3978 : 1,7 =	a) 234	**b) 2340**	c) 23400
4)	156,48 : 4,8 =	a) 3,26	b) 326	**c) 32,6**
5)	877,4 : 2,05 =	**a) 428**	b) 4,28	c) 42,8
6)	(325,4 – 98,825) : 4,5 =	**a) 50,35**	b) 5,35	c) 503,5

Actividad 18. Señala en cada caso cuál es la respuesta correcta que corresponde a las siguientes operaciones:

1)	42,8 x 1.000 =	a) 42800	b) 0,0428	c) 0,42800
2)	0,01 x 100 =	a) 0,01	b) 0,1	c) 1
3)	2,396 x 100 =	a) 23,96	b) 239,6	c) 2396
4)	23,78 : 10 =	a) 2,378	b) 237,8	c) 23780
5)	58,29 : 100 =	a) 582,9	b) 5829	c) 0,5829
6)	5,72 : 100 =	a) 572	b) 0,572	c) 0,0572
7)	2,346 : 100 =	a) 0,2346	b) 234,6	c) 0,02346
8)	42 : 1000 =	a) 42000	b) 0,042	c) 0,0042

Actividad 19. Escribe V o F a continuación de cada apartado para decir si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

a) De un depósito con agua se sacan 25,5 litros y después 12,75 litros; finalmente se sacan 8,5 litros. Al final en el depósito quedan 128 litros. Por tanto la capacidad del depósito es de 46,75 litros.	F
25,5+12,75+8,5+128=**174,75 litros** es la capacidad.	
b) Un agricultor ha recolectado 1.500 kg de trigo y 895 kg de cebada. Ha vendido el trigo a 0,26 euros/kg y la cebada a 0,145 euros/kg. La diferencia entre lo que ha recibido por la venta del trigo y lo que ha recibido por la venta de la cebada será de 260,225 euros.	V
1500.0,26=390 euros por el trigo. 895.0,145=129,775 euros por la cebada. 390 -129,775=**260,225** es la diferencia entre la venta del trigo y la cebada.	

Bloque 2. Tema 4

Potencias. Raíces. El Universo y el Sistema Solar

ÍNDICE

Presentación

Cuenta la leyenda que el ajedrez fue inventado en la India por un joven brahmán llamado Sessa, con la intención de entretener y animar a su rey. Tal fue el éxito que el juego tuvo en la corte que el rey concedió a Sessa la recompensa que quisiera.
El joven le pidió 1 grano de trigo por la primera casilla del tablero, 2 por la segunda, 4 por la tercera y así sucesivamente, doblando la cantidad, hasta alcanzar las 64 casillas del tablero.
¿Cómo se puede escribir y calcular el número de granos de cada casilla? Utilizando las **potencias**: una forma de escribir de forma abreviada cantidades muy grandes, como por ejemplo, las distancias o los tamaños que nos podemos encontrar en el Universo
Las potencias nos ayudarán a acercaremos a la inmensidad del Universo. Descubriremos las galaxias, estrellas, constelaciones y demás objetos celestes. Haremos un recorrido por nuestro Sistema Solar y veremos las características más importantes de nuestros vecinos más cercanos para acabar nuestro viaje en la Luna y la Tierra.
Por cierto, si sigues teniendo curiosidad, el rey no pudo cumplir su promesa, ya que no existía suficiente trigo en toda la Tierra.

1. Potencias de números enteros con exponente natural

Recuerda que en el bloque anterior ya vimos los conceptos fundamentales de la potenciación.

Aunque es recomendable que lo vuelvas a repasar, vamos a hacer un breve resumen de lo aprendido:

> Potencia de un número es el resultado tras la sucesiva multiplicación de un número por sí mismo.

Una potencia es un modo abreviado de escribir un producto de un número por sí mismo.

En la expresión de la potencia de un número consideramos dos partes:

- **La base** es el número que se multiplica por sí mismo
- **El exponente** es el número que indica las veces que la base aparece como factor.

Una potencia se escribe tradicionalmente poniendo el número base de tamaño normal y junto a él, arriba a su derecha se pone el exponente, de tamaño más pequeño.

Para nombrar o leer una potencia decimos primeramente el número base, después decimos lo referente al exponente. Cuando el exponente es 2 se dice "elevado al cuadrado", cuando el exponente es 3 se dice "elevado al cubo". En los demás casos se dice "elevado a la cuarta, quinta, sexta... potencia".

Exponente 3 porque el 5 aparece 3 veces como factor

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$$

Base 5: es el número que se multiplica por sí mismo

Ahora vamos a profundizar un poco más.

Se ha convenido que:

- Cualquier número elevado al exponente 1 es igual al mismo número.

$a^1 = a$; $3^1 = 3$

- Cualquier número elevado al exponente 0 es igual a 1.

$a^0 = 1$; $3^0 = 1$

Actividad 1

Escribe en forma de producto y calcula las siguientes potencias:

a) $2^5 =$

b) $4^4 =$

c) $3^4 =$

d) $7^3 =$

2. Operaciones con potencias

2.1. Producto de potencias de la misma base

Para multiplicar potencias de la misma base se deja la misma base y se suman los exponentes. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Ejemplos: $5^3 \cdot 5^4 = 5^7$ $7^8 \cdot 7^9 = 7^{17}$

Actividad 2

Escribe en forma de una sola potencia:

a) $3^4 \cdot 3^5 =$ **b)** $2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^2 =$ **c)** $4^4 \cdot 4^2 \cdot 4 =$ **d)** $5 \cdot 5^2 =$

2.2. Cociente de potencias de la misma base

Para dividir potencias de la misma base se deja la misma base y se restan los exponentes. $a^m : a^n = a^{m-n}$

Ejemplos:

$4^6 : 4^2 = 4^4$ $\qquad$ $5^{12} : 5^8 = 5^4$

Actividad 3

Escribe en forma de una sola potencia:

a) $2^5 : 2^3 =$ $\qquad$ **b) $5^{12} : 5^2 =$** $\qquad$ **c) $10^8 : 10^3 =$** $\qquad$ **d) $(-10)^5 : (-10)^2 =$**

2.3. Potencia de exponente negativo

Una potencia de exponente negativo equivale al inverso de esa potencia con exponente positivo. Es decir:

Ejemplos: $a^{-b} = \dfrac{1}{a^b}$

Un ejemplo con números puede ser: $7^{-3} = \dfrac{1}{7^3}$

Fíjate que $\dfrac{7^4}{7^7} = \dfrac{7.7.7.7}{7.7.7.7.7.7.7} = \dfrac{1}{7.7.7} = \dfrac{1}{7^3}$; y que, por otro lado, al ser un cociente de potencias: $\dfrac{7^4}{7^7} = 7^{4-7} = 7^{-3}$.

Observa también que: $\dfrac{7^5}{7^5} = \dfrac{7.7.7.7.7}{7.7.7.7.7} = 1$; y por otro lado:

$\frac{7^5}{7^5} = 7^{5-5} = 7^0$; éste es el motivo por el que $7^0=1$, y por el que en general $a^0=1$, como dijimos antes.

Actividad 4

Convierte en potencias positivas:

a) 5^{-3} b) 3^{-1} c) 3^{-10} d) 2^{-2} e) 15^{-3} f) 3^{-5}

2.4. Potencia de base negativa

Al elevar un número negativo a un exponente par el resultado es siempre positivo. Al elevarlo a un exponente impar, el resultado es siempre negativo.

Ejemplos:

$(-5)^4 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = 625$ El resultado es positivo

$(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$ El resultado es negativo

Actividad 5

Escribe en forma de producto y calcula:

a) $(-3)^4 =$ b) $(-1)^5 =$ c) $(-2)^3 =$ d) $(-2)^6 =$ e) $(-3)^5 =$ f) $(-2)^8 =$

2.5. Potencia de otra potencia

Para elevar una potencia a otra potencia, se deja la misma base y se multiplican los exponentes. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Ejemplo: $(3^2)^4 = 3^8$

Fíjate que: $(3^2)^4 = 3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 = 3^{2+2+2+2} = 3^8$

Actividad 6

Escribe en forma de una sola potencia:

a) $(3^2)^5$ b) $(2^2)^7$ c) $(5^2)^3$ d) $(2^2)^3$ e) $[(-10)^2]^3$ f) $(3^{-2})^5$

2.6. Potencia de un producto

La potencia de un producto equivale al producto de potencias cuyas bases son cada uno de los factores y cuyo exponente es el mismo. $(a.b)^m = a^m.b^m$

Ejemplo: $(3 \cdot 5)^4 = 3^4 \cdot 5^4$

O también: $(3 \cdot 5)^4 = 15^4$

Actividad 7

Escribe como producto de potencias:

a) $(2 \cdot 4)^3$ b) $(3 \cdot 2)^5$ c) $(7 \cdot 2)^2$ d) $(10 \cdot 5)^3$

Para saber más:

En los siguientes enlaces puedes profundizar y practicar ejercicios de potencias:

http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Potencias_y_raices/index.htm

http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/potencia/index.htm

http://www.rena.edu.ve/TerceraEtapa/Matematica/TEMA2/potenciacionN.html

3. La notación científica

Vamos a plantear un **problema curioso** que tiene relación con las potencias que acabamos de estudiar y con los números grandes que vamos a ver a continuación.

Cuentan que el inventor del ajedrez le enseñó a jugar al rey de la India. A éste le gustó tanto que le dijo "Pídeme lo que quieras que te lo concedo". El sabio le dijo al rey: "Quiero dos granos de trigo en la primera casilla del tablero, cuatro en la segunda, ocho en la tercera, dieciséis en la cuarta, etc". El rey incluso se enfadó y le dijo: "Has despreciado mi generosidad, diré a mis criados que te den lo que has pedido en un saco". Pero cuando sus matemáticos hicieron el cálculo se quedaron horrorizados: "Majestad, ¿qué habéis hecho? Se necesitaría la cosecha de trigo de todo el mundo durante 150 años para dar el trigo prometido.

Vamos sólo a iniciar los cálculos:

Casilla	Granos	Total
1	2^1 = 2 granos	2 granos
2	2^2 = 4 granos	6 granos
3	2^3 = 8 granos	14 granos
4	2^4 = 16 granos	30 granos
5	2^5 = 32 granos	62 granos

Y así sucesivamente. Si te molestas en hacer el cálculo completo obtendrás que debería entregarle 36.893.488.147.420.000.000 granos de trigo. Sólo para contarlos, a razón de un grano por segundo, se tardarían 11.698.848.347 siglos en contarlos; es decir, cien veces la edad del Universo.

Vamos a ver ahora cómo evitar tener que escribir números tan grandes.

Toda potencia de base 10 es igual a la unidad seguida de tantos ceros como unidades tiene el exponente.

Ejemplos: $10^2 = 100$ $10^3 = 1000$ $10^4 = 10000$

Las "potencias de 10" son una manera muy útil de escribir números muy grandes.

En lugar de muchos ceros, puedes poner qué **potencia de 10** necesitas para hacer todos esos ceros

Ejemplo: $7.000 = 7 \times 1.000 = 7 \times 10^3$

- Cinco mil es 7 veces mil. Y mil es 10^3. Así que $7 \times 10^3 = 7.000$
- ¿Ves cómo 10^3 es una manera cómoda de escribir 3 ceros?

¿Y para qué sirve?

Científicos e ingenieros (quienes a veces usan números muy grandes o muy pequeños) encuentran muy útil esta manera de escribir números:

- La velocidad de la luz es de 300.000.000 m/sg, podemos expresarla de manera más breve: 3.10^8 m/sg.
- La distancia que la luz viaje en un año es de 946000000000000000 metros, la podemos expresar de manera más corta: $9,46 \times 10^{17}$ metros.
- La masa del Sol es de 19891000000000000000000000000000000 kg, que evidentemente es más fácil expresar así: $1,9891 \times 10^{34}$ kg.
- La longitud de onda de los rayos cósmicos es inferior a 0,000000000000001 metros, y la podemos expresar así: 1×10^{-14} metros.

Se nota la diferencia ¿verdad?

Con este tipo de notación evitan tener que escribir muchos ceros. Se denomina **notación científica**.

Aunque parezca difícil al principio, hay un sencillo "truco":

El índice de 10 dice cuántas posiciones se mueve la coma a la derecha o a la izquierda.

Ejemplo: ¿Cuánto es $1{,}35 \times 10^4$?

Se traslada la coma cuatro posiciones a la derecha y obtenemos: 13.500

Si el exponente de 10 es negativo, la coma la trasladamos a la izquierda:

Ejemplo: $7 \times 10^3 = 0{,}007$

En general escribimos una sola cifra entera multiplicada por 10 elevado a tantos ceros como tenga la cifra. Si se trata de cifras inferiores a 1, lo haremos igual, pero el exponente tendrá el signo negativo.

Ejemplo: $2340000000000 = 2{,}34 \cdot 10^{12}$

Observa que ponemos una sola cifra en la parte entera y el exponente del 10 es igual al número de cifras que hay desde que colocamos la coma hasta el final (contando de izquierda a derecha).

Otros Ejemplos: $529745386 = 5{,}29 \,.\, 10^8$

$0{,}0000073462 = 7{,}34.10^{-6}$

Resumen

El índice de 10 dice cuántas veces se mueve el punto decimal. Positivo es a la derecha, negativo a la izquierda. Ejemplo:

	Número	En notación científica
Potencias positivas	7.000	7×10^{3}
Potencias negativas	0,007	7×10^{-3}

Veamos ahora una tabla donde aparecen expuestos diferentes valores numéricos, sus equivalentes en notación científica y la representación numérica de cada uno:

Valor numérico	Representación en Notación Científica	Representación numérica
Miltrillonésima	10^{-21}	0,000000000000000000001
Trillonésima	10^{-18}	0,000000000000000001
Milbillonésima	10^{-15}	0,000000000000001
Billonésima	10^{-12}	0,000000000001
Milmillonésima	10^{-9}	0,000000001
Millonésima	10^{-6}	0,000001
Milésima	10^{-3}	0,001
Centésima	10^{-2}	0,01
Décima	10^{1}	0,1
Uno	1	1
Diez	10^{1}	10
Cien	10^{2}	100
Mil	10^{3}	1 000
Millón	10^{6}	1 000 000
Mil millones	10^{9}	1 000 000 000
Billón	10^{12}	1 000 000 000 000

Mil billones	10^{15}	1 000 000 000 000 000
Trillón	10^{18}	1 000 000 000 000 000 000
Mil trillones	10^{21}	1 000 000 000 000 000 000 000

Actividad 8

Escribe en notación científica:

a) 0,00004
b) 0,000014
c) 8.000.000
d) 265.000.000
e) 0,00032
f) 75.000.000
g) 0,429
h) 6.320.000

Respuestas

3.1. Manejo de la calculadora

La calculadora es un instrumento que hace uso de la notación científica pero no todas las calculadoras son iguales. Las hay que admiten más cifras o dígitos y otras menos.

Si tienes una calculadora científica prueba con ella a multiplicar dos números muy grandes, por ejemplo, multiplica **345.600.000x21.500.000** y observa lo que te sale.

> Si no tienes una calculadora a mano puedes entrar en la siguiente página para hacer la operación:
>
> http://www.ayudadigital.com/Documentos-formularios/calculadora_cientifica.htm

Escribe en la calculadora la operación

345600000·21500000

y al pulsar el igual aparece la expresión

7.4304 e+ 15

Observa que te sale un número con una cifra en la parte entera y el resto son decimales. Después, según el tipo de calculadora que uses, aparecerá a la derecha un número pequeñito o bien una e minúscula seguida de un signo + y un número.

¿Qué crees que indica dicho número?

Para averiguarlo haz la multiplicación en tu cuaderno y compara los resultados.

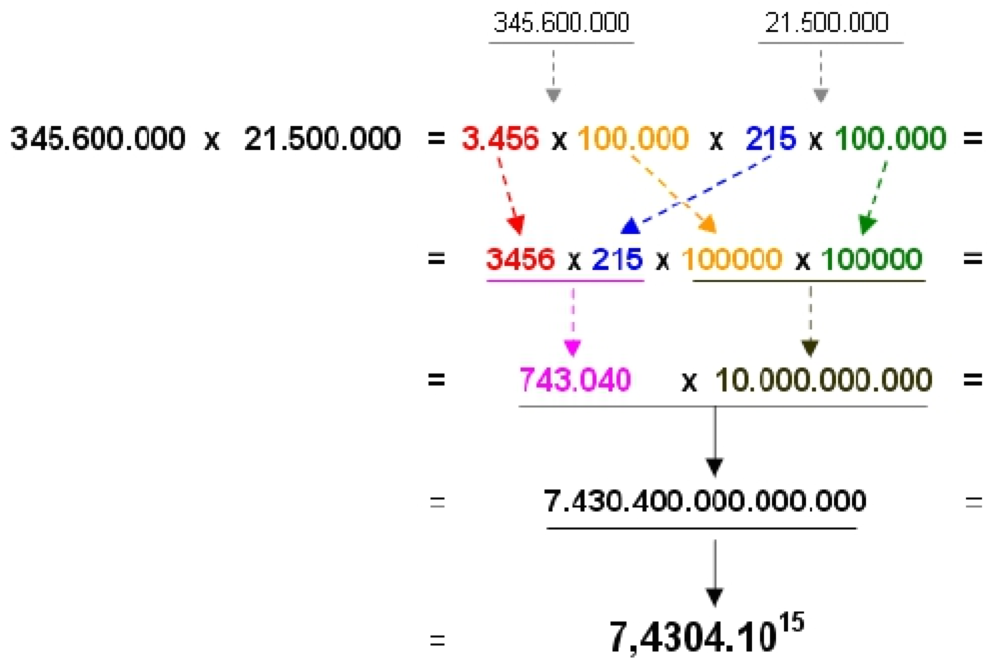
Seguro que has llegado a la siguiente conclusión:

$345.600.000 x 21.500.000 = 7,4304 \cdot 10^{15}$

Es decir, al realizar operaciones cuyo resultado no puede ser presentado en el visor de manera significativa aparecerán en notación científica, donde la **e** estará mostrando el exponente de base 10.

Si no utilizas la calculadora: ¿De qué otros modos podemos realizar la operación anterior?

Podríamos reagrupar los números de la siguiente forma



Vamos a ver **cómo usar la calculadora en la notación científica**:

Casi todas las calculadoras científicas tienen una tecla marcada EXP o EE que es la que se usa para introducir potencias de 10 (no escribas el 10). Por ejemplo para escribir el número $3{,}2 \times 10^4$ la secuencia de teclas será:

$$3 \longrightarrow . \longrightarrow 2 \longrightarrow \text{EXP (o EE)} \longrightarrow 4$$

Para introducir un exponente negativo usa la tecla **+/−**

Actividad 9

Realiza las siguientes operaciones con la calculadora e indica el resultado:

a) $8{,}73 \cdot 10^8 + 3{,}1 \cdot 10^7 =$

b) $5{,}25 \cdot 10^4 - 9{,}6 \cdot 10^3 =$

c) $(3{,}5 \cdot 10^{-3}) \cdot (2{,}6 \cdot 10^{-2}) =$

d) $(3{,}4 \cdot 10^2) : (2 \cdot 10^{-3}) =$

Para saber más:

En los siguientes enlaces puedes ver curiosidades sobre la notación científica y las cifras grandes y pequeñas:

http://www.genmagic.net/mates2/nc1c.swf

http://www.ucv.ve/parroquia/Documentos/DelMicroAlMacroCosmos.pps

http://www.youtube.com/watch?v=9JUpIa4ncWg

http://www.youtube.com/watch?v=BKe3HdVGhRI&NR=1

http://www.youtube.com/watch?v=hmzLR4H_fKA&feature=related

http://www.youtube.com/watch?v=R1R-Tl5JXb0&feature=related

4. Raíces cuadradas

Hemos visto anteriormente que el cuadrado de un número es el resultado de multiplicar ese número por sí mismo. Ejemplo: $8^2 = 8{\cdot}8 = 64$

Calcular la raíz cuadrada de un número es hacer la operación contraria a su cuadrado, es decir es hallar otro número que al ser multiplicado por sí mismo da como resultado el número primero.

Ejemplo: $\sqrt{64} = 8$

Llamamos cuadrado perfecto al número cuya raíz cuadrada es un número entero.

Formalmente: x es un cuadrado perfecto si y sólo si $\sqrt{x} \in \mathbb{Z}$.

Algunos cuadrados perfectos o raíces cuadradas exactas son:

• $0^2 = 0$	• $8^2 = 64$
• $1^2 = 1$	• $9^2 = 81$
• $2^2 = 4$	• $10^2 = 100$
• $3^2 = 9$	• $11^2 = 121$
• $4^2 = 16$	• $12^2 = 144$
• $5^2 = 25$	• $13^2 = 169$
• $6^2 = 36$	• $14^2 = 196$
• $7^2 = 49$	• $15^2 = 225$

Actividad 10

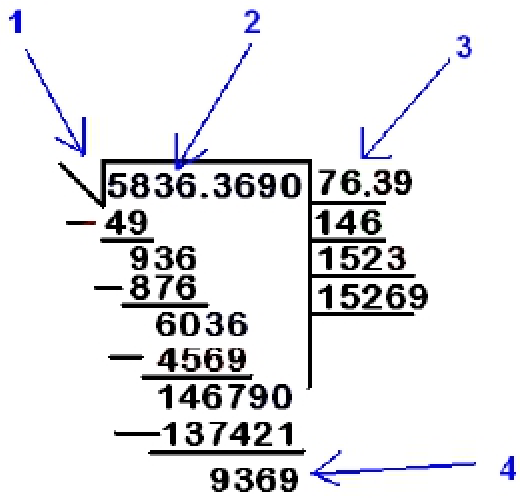
Indica el valor de las siguientes raíces cuadradas:

a) $\sqrt{25}$ b) $\sqrt{64}$ c) $\sqrt{81}$ d) $\sqrt{100}$ e) $\sqrt{144}$ f) $\sqrt{225}$

4.1. Partes de una raíz cuadrada

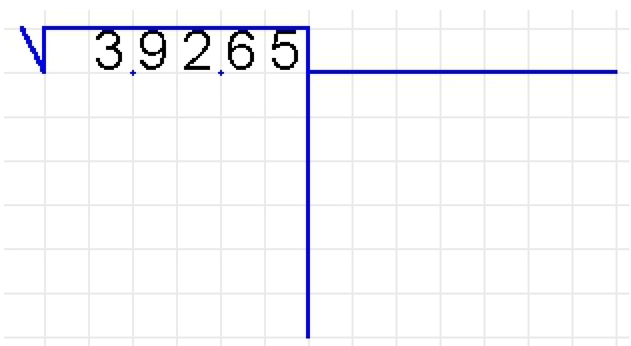
Las partes de que consta una raíz cuadrada son:

1. **Radical**: es el símbolo que indica que es una raíz cuadrada.
2. **Radicando**: Es el número del que se obtiene la raíz cuadrada.
3. **Raíz**: Es propiamente la raíz cuadrada del radicando; es decir el resultado.
4. **Resto**: Es lo que sobra del proceso para resolver la raíz cuadrada.

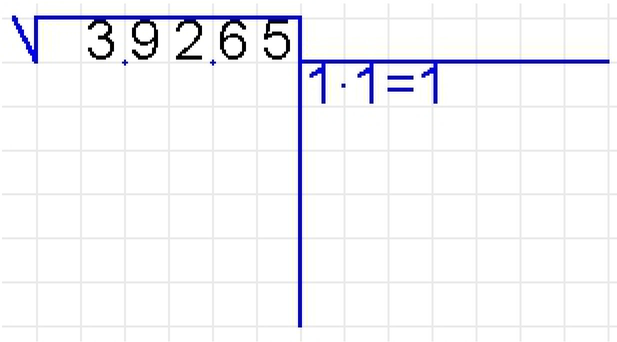


4.2. Cálculo de la raíz cuadrada

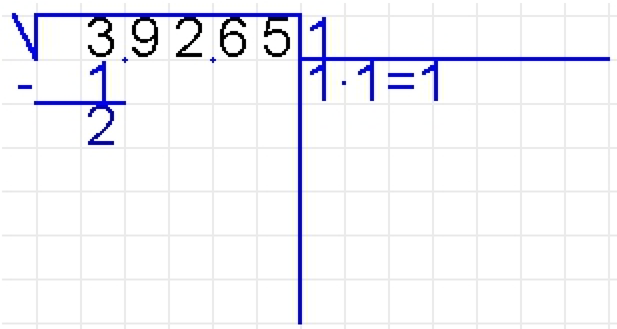
Para hallar la raíz cuadrada de un número debemos seguir una serie de pasos.
Por ejemplo, vamos a calcular la raíz cuadrada de 39265



1. En el radicando señalamos grupos de dos cifras empezando por la derecha.

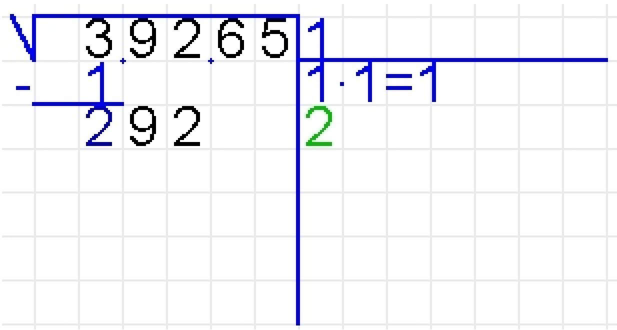


2. Calculamos mentalmente la raíz cuadrada del primer grupo de la izquierda, sin que sobrepase. La operación de hacer el cuadrado de esa cifra la colocamos en una línea a la derecha.



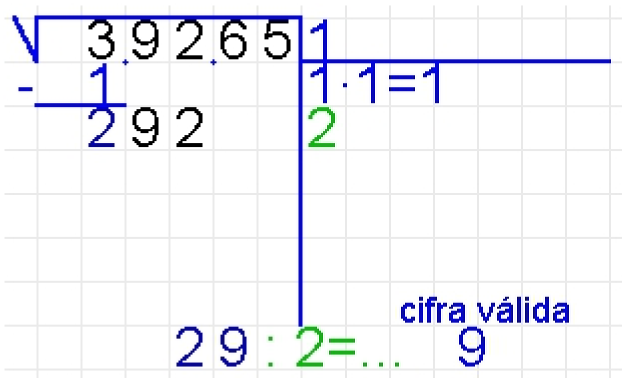
3. Restamos ese cuadrado del primer grupo de cifras.

4. Si la resta ha sido posible colocamos la cifra arriba, en la raíz.

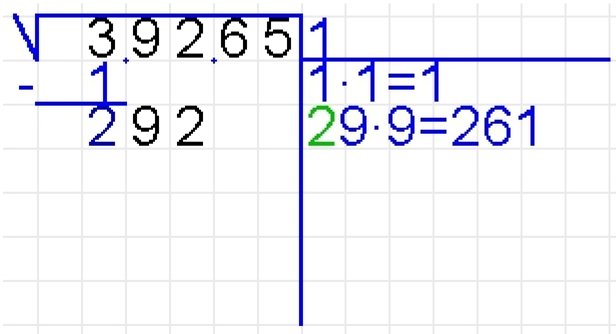


5. Bajamos del radicando las dos cifras siguientes y las colocamos a la derecha del resto actual.

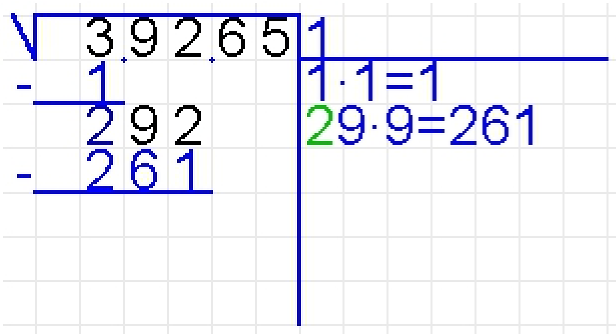
6. Abajo, a la derecha, en una nueva línea, ponemos el doble de la raíz actual.



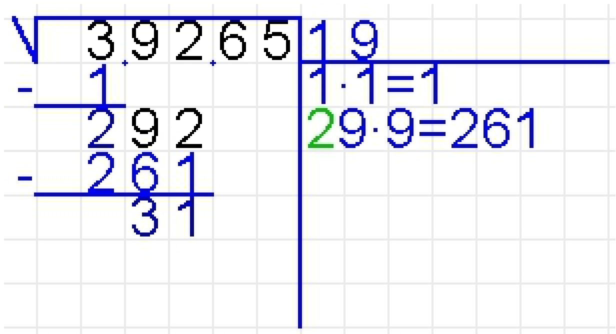
7. Para calcular la nueva cifra de la raíz cogemos aparte el número de abajo izquierda, le quitamos la cifra de la derecha y le dividimos por el que hemos puesto a la derecha.



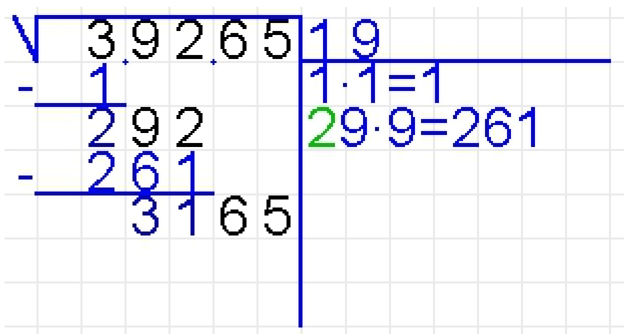
8. La cifra así obtenida la juntamos a las de abajo derecha y multiplicamos todo ello por esa cifra. El producto resultante no debe ser mayor que el número del resto actual, si fuese mayor habría que probar con una cifra una unidad menor que la anterior.



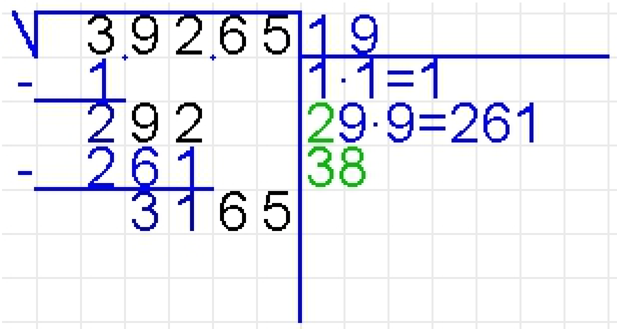
9. Lo colocamos a la izquierda y lo restamos.



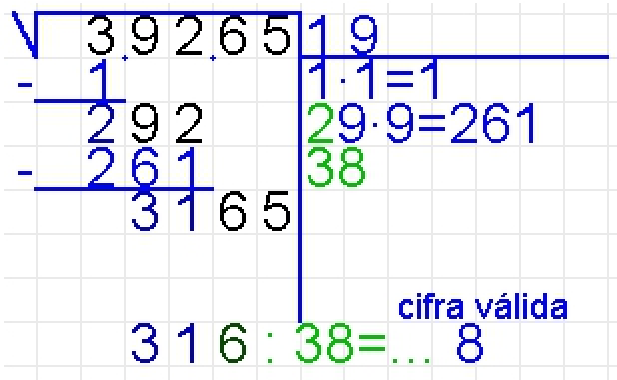
10. Si la resta ha sido posible colocamos arriba, en la raíz la cifra por la que habíamos multiplicado.



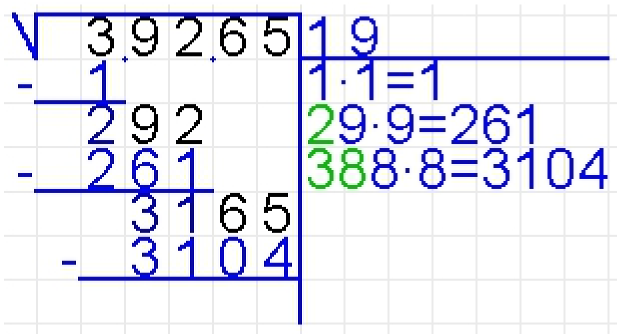
11. Si el radicando tiene más grupos de dos cifras, se baja el siguiente grupo de cifras y se continúa el proceso de la misma manera hasta el final.



12. Doble de la raíz actual



13. Dividimos el número que aparece en el resto quitándole la cifra de la derecha, entre el que acabamos de poner en la parte derecha (38).



14. Colocamos la cifra válida a la derecha y multiplicamos por esa misma cifra. Ponemos el producto obtenido en el resto.

15. Restamos y como no hay más grupos para bajar del radicando, hemos acabado la raíz.

El resto de cualquier raíz cuadrada nunca puede ser mayor que el doble de la raíz.

Para **comprobar** que hemos hecho bien la raíz cuadrada existe una **prueba** que consiste en multiplicar la raíz obtenida por sí misma, sumarle el resto y debemos obtener el radicando. Es decir:

$198^2 + 61 = 39265$

Si quisiéramos calcular con mayor precisión y exactitud el resultado podríamos sacar cifras decimales. Para ello pondríamos una coma en la raíz e iríamos añadiendo en el radicando grupos de dos ceros hasta donde quisiéramos precisar.

En el caso de que tuviéramos que calcular la **raíz cuadrada con cifras decimales**, se sigue el mismo procedimiento que para los números naturales, con alguna pequeña modificación:

- Se señalan grupos de dos cifras contando desde la coma, en la parte entera y en la parte decimal.
- Se obtiene la raíz cuadrada de la parte entera siguiendo los mismos pasos que si fuese un número natural.
- Terminada la parte entera, se pone coma en la raíz.
- Se bajan las dos cifras decimales siguientes. En caso de que el radicando no tenga cifras decimales o tenga solamente una se ponen ceros hasta completar dos cifras.
- Se continúa el mismo proceso que si se tratase de la parte entera. Se da por terminada la operación cuando se hayan bajado todas las cifras decimales del radicando.

Actividad 11

Calcula las siguientes raíces cuadradas:

a) $\sqrt{1225}$ b) $\sqrt{1444}$ c) $\sqrt{2401}$ d) $\sqrt{3844}$

RESUMEN CIENCIAS tema 4- Parte2

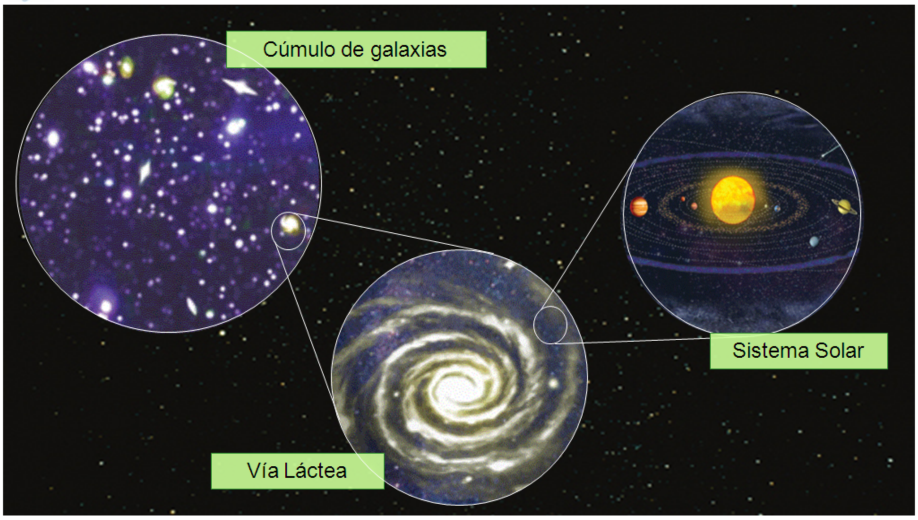
MÓDULO 1 - BLOQUE 2 : El Universo y el Sistema Solar

5.1 El Universo, estrellas y galaxias

5.1 1. El Universo

El universo es todo, sin excepciones. Materia, energía espacio y tiempo, todo forma parte del universo.

La Tierra es minúscula comparado con el universo. Forma parte del sistema solar que se encuentra hacia la parte exterior de la galaxia en la que habitamos, la Via Láctea que tiene 100.00 millones de estrellas, una de ellas el Sol.



La teoría del Bing-Bang (Gran Explosión) es una teoría científica sobre el origen del Universo. Según esta, el Universo esería una especie de globo que se está i9nflando permanentemente, de manera que los diferentes astros que lo forman se alejan continuamente del centro del mismo, donde se produjo esta explosión incial.

DISTANCIAS

Para medir distancias tan grandes como las que existen en el universo se usan unidades especiales entre las que destacamos el año luz, que es la distancia que recorre la luz en un año. La velocidad de la luz es de 300.00 km/sg.

Para que te hagas una idea, un coche cualquiera que se mueva a 120 km por hora, está en realidad moviéndose a ¡0.033 km por segundo!, es decir, la luz se mueve 10 millones de veces más deprisa que el coche.

Y a esa velocidad, ¿cuántos kilómetros puede recorrer la luz en un año?. Fíjate bien:

En un segundo recorre 300.000 Km

En un minuto recorre 300.000 km x 60 segundos = 18.000.000 km.

En una hora recorre 18.000.000 km x 60 minutos = 1.080.000.000 km.

En un día recorre 1.080.000.000 km x 24 horas = 25.920.000.000 km.

En un año recorre 25.920.000.000 km x 365 días = **9.460.800.000.000** km. ¿Eres capaz de leer esta cifra?.

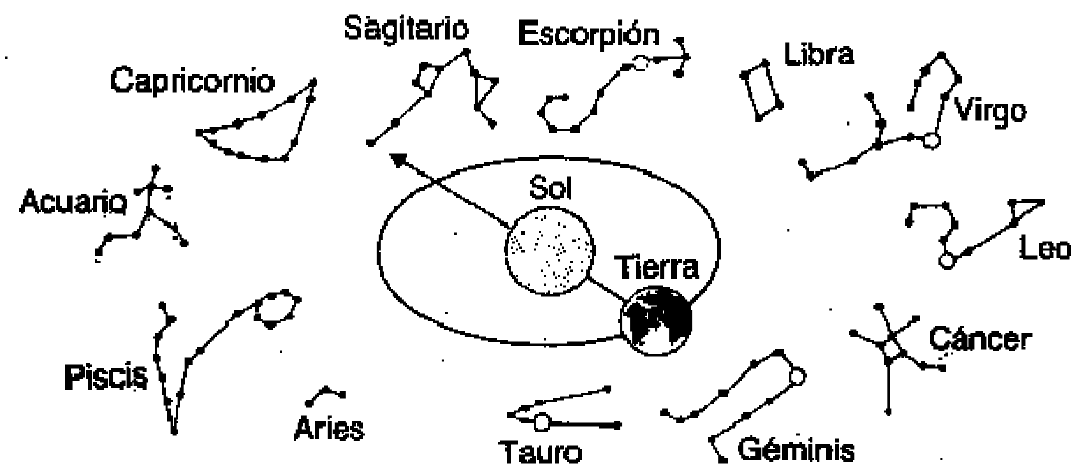
9 billones 460 mil 800 millones de kilómetros.

Son realmente muchos kilómetros, ¿no te parece?. La estrella más cercana a nosotros se llama alfa - Centauri y está a 4'3 años luz de distancia; una estrella que seguramente conoces, la estrella Polar, está a 300 años luz, y la galaxia de Andrómeda, que ya hemos visto que es la más cercana a nosotros está a ¡2.000.000 de años luz!.

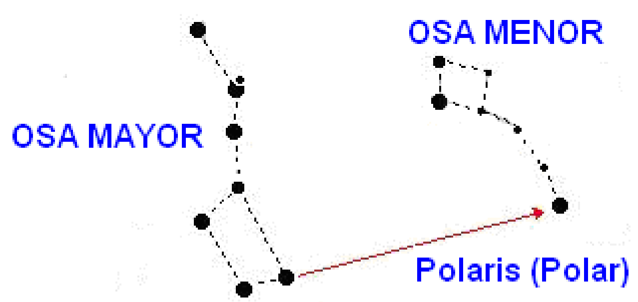
5.1.2 Las constelaciones

Son agrupaciones de estrellas que, desde la antigüedad los hombres han formado en el cielo representando figuras de objetos, animales o seres animados.

El zodíaco es una franja del cielo por donde, aparentemente, transitan el Sol y los planetas. Durante el siglo V a. C., dicha región fue dividida en 12 partes iguales (una por cada mes del año) a las cuales dieron el nombre de la constelación más próxima (grupos que muy bien podrían haber existido antes de la invención del Zodíaco propiamente).



En el hemisferio norte existe una estrella que nos sirve para guiarnos por la noche, pues señala el polo norte; es la **estrella polar.** Vamos a localizarla:



Podemos intentar localizar la Osa Mayor en nuestros cielos septentrionales (septentrional quiere decir dirección norte). Luego mentalmente dibujamos una línea imaginaria que una las dos estrellas más brillantes de la osa y alárgala cinco veces y ahí estará la estrella polar o Polaris de color amarillo claro en la constelación de la Osa Menor.

Hay que tener en cuenta que la posición aquí representada varía según la estación del año en la que nos encontremos, pero la estrella polar siempre indicará el norte.

5.1.3 Las estrellas

Las estrellas son masas de gases, que emiten luz. Se encuentran a temperaturas muy elevadas. En su interior hay reacciones nucleares.

El número de estrellas observables a simple vista desde la Tierra se ha calculado en unas 8.000, la mitad en cada hemisferio. Durante la noche no se pueden ver más de 2.000 al mismo tiempo, el resto quedan ocultas por la neblina atmosférica, sobre todo cerca del horizonte, y la pálida luz del cielo.

Los astrónomos han calculado que el número de estrellas de la Vía Láctea, la galaxia a la que pertenece el Sol, asciende a cientos de miles de millones.

La estrella más cercana al Sistema Solar es **Alfa Centauro**

5.1.4 Las galaxias. La Via Láctea

Estrellas, planetas, planetoides (planetas pequeños) y nebulosas forman las GALAXIAS, que son las unidades materiales en que está estructurado el Universo.

Dentro de las galaxias se encuentran las ESTRELLAS y girando alrededor de las estrellas se disponen otros cuerpos más pequeños, que no emiten energía o emiten muy poca, hechos con gases, hielo o rocas, que son los PLANETAS, y los PLANETAS MENORES o PLANETOIDES

LA VÍA LÁCTEA

De entre los millones de galaxias que existen en el Universo hay una que nos resulta especialmente interesante aunque no la podemos ver muy bien: es nuestra propia galaxia, la VÍA LÁCTEA.

Tiene forma de remolino aplanado y gira en espiral alrededor del centro; no la podemos ver bien porque nosotros estamos cerca del borde del remolino. Entonces, ¿por qué sabemos que tiene esa forma?. Pues simplemente porque pensamos que es muy parecida a la galaxia más próxima a la nuestra; esta galaxia próxima si la podemos ver y se llama galaxia de Andrómeda.

El Sol y nuestro Sistema solar se encuentran en uno de los brazos espirales de la Vía Láctea.

Todas las estrellas que podemos ver desde la Tierra están en la Vía Láctea, a grandes distancias de nosotros. Están tan lejos que para poder medir la distancia de las estrellas no podemos utilizar ni los metros ni los kilómetros; hay que utilizar otra medida que es el AÑO LUZ.

5.2 El sistema solar

5.2.1 El Sol

Es una gigantesca bola de gas, de la que proviene la luz y el calor necesarios para la vida. Es la estrella mas cercana a nosotros.

Las estrellas son los únicos cuerpos del Universo que emiten luz.

El Sol se formó hace 4.650 millones de años y tiene combustible para 5.000 millones más.

Millones de astros giran en torno al Sol. Hay ocho planetas y también hay planetas enanos (planetoides), satélites, asteroides y cometas.

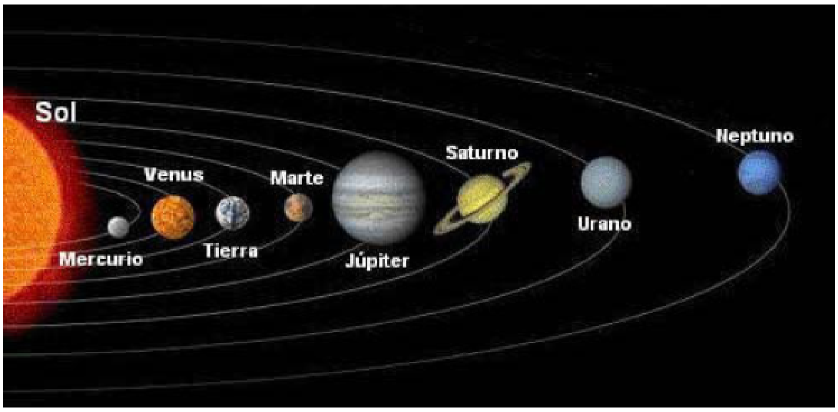
5.2.2. Los planetas

El Sol, los planetas y otros cuerpos que giran alrededor del sol constituyen El Sistema solar.

- Los planetas en orden de cercanía al Sol son: Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno.

  Planetas interiores: Mercurio, Venus, Tierra, Marte. Además son rocosos, es decir tienen una superficie rocosa compacta. Mercurio no tiene atmósfera, pero Venus, Tierra y Marte sí.

  Planetas exteriores: Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno. Son planetas gaseosos.



- Movimiento de los planetas

  Rotación: giran sobre sí mismos alrededor de su eje. Este movimiento determina la duración del día del planeta. Así en la Tierra un día dura 24 horas y en Venus un día dura -243 días terrestres porque gira en sentido contrario a la tierra.

  Traslación: En este movimiento los planetas describen órbitas alrededor del Sol. El movimiento de traslación determina la duración del año del planeta. Así la Tierra tarda 365 días terrestres en girar alrededor del Sol, mientras que por ejemplo el año de Marte es de 686,98 días terrestres.

5.2.3 Los asteroides

Los asteroides son una serie de objetos rocosos o metálicos que orbitan alrededor del Sol, la mayoría en el cinturón principal, entre Marte y Jupiter. También se les llama planetas menores.

5.3. La Tierra

Es el mayor de los planetas rocosos. Esto hace que tenga una atmósfera que evita que de día se caliente demasiado y de noche se enfrié.

Siete de cada diez partes de la superficie terrestre están cubiertas de agua. El agua que se evapora forma nubes y cae en forma de lluvia o nieve, formando ríos o lagos. En los polos como reciben poca energía solar, el agua se hiela y forma los casquetes polares. El polo sur es mayor y concentra mayor cantidad de reserva de agua dulce.

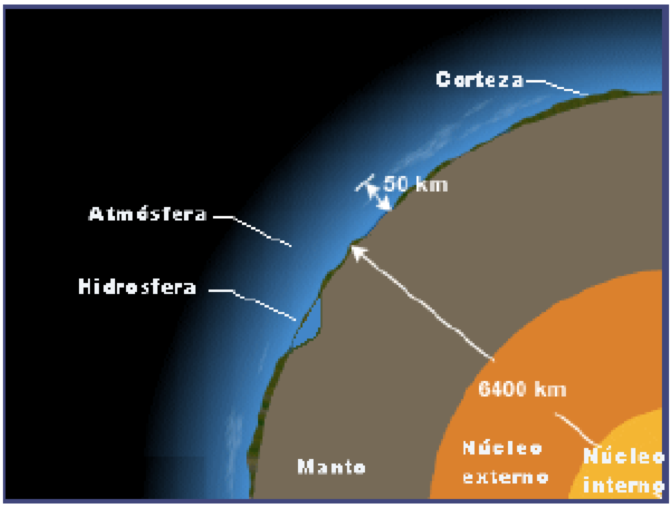
La tierra gira alrededor del sol describiendo una órbita elíptica. Se encuentra situada a una distancia de 150 millones de kms. De este.

La tierra no es una esfera perfecta. Posee una atmósfera rica en oxígeno, temperaturas moderadas, y agua abundante . Posee rocas y metales en el exterior, pero fundidos en el interior.

5.3.1. Estructura de la Tierra

Desde el exterior hacia el interior podemos dividir la Tierra en cinco partes:

Núcleo (interno y externo), manto, corteza, hidrosfera y atmósfera.



http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/1ESO/Astro/contenido17.htm

5.4. Fenómenos naturales relacionados con el movimiento de los astros

5.4.1 Movimientos de rotación y traslación

- Movimiento de rotación → Cada 24 horas (exactamente 23 h y 56 minutos), la Tierra da una vuelta completa alrededor de su eje. Gira en dirección oeste-este (sentido contrario a las agujas del reloj), produciendo la impresión que el cielo gira alrededor de nuestro planeta. A este movimiento se le debe la sucesión día-noche.

- Movimiento de traslación → Por este, la Tierra se mueve alrededor del Sol en 365 días, 5 horas y 57 minutos, equivalente a la duración de un año. Pero debido a que nuestro año oficial es de sólo 365 días, cada 4 años se incluye un día más (29 de febrero) en los llamados años bisiestos, para cubrir así casi las 24 horas acumuladas en este periodo.

  La excentricidad de la órbita terrestre hace variar la distancia entre la tierra y el sol. A primeros de enero, la Tierra alcanza su máxima proximidad al Sol (142.700.000 kms.). A principios de julio llega a su máxima lejanía del sol (151.800.000kms).

5.4.2 Las estaciones

Son debidas al movimiento de traslación de la Tierra alrededor del sol, generando así 4 estaciones:

Inicio	H. norte	H. sur	Días duración	Inclinación
20-21 Marzo	Primavera	Otoño	92,9	0º
21-22 Junio	Verano	Invierno	93,7	23,5º Norte
23-24 Septiembre	Otoño	Primavera	89,6	0º
21-22 Diciembre	Invierno	Verano	89,0	23,5º Sur

H. norte: Hemisferio norte

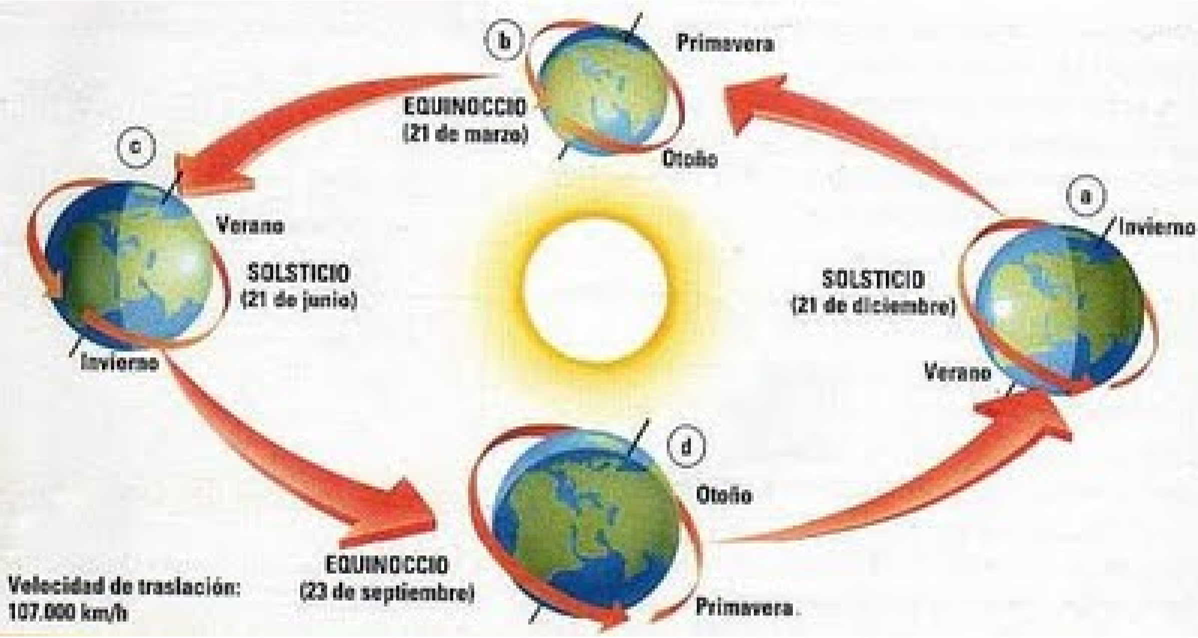
H. sur: hemisferio sur

Equinoccio de Primavera boreal (21 de Marzo) → los dos hemisferios aparecen igualmente iluminados y en ambos el día y la noche tienen la misma duración (12 horas), excepto los polos, y a que a partir de ese día en el polo Norte se inicia un día de 6 meses de duración, y una noche de 6 meses en el sur.

Solsticio de verano boreal (22 de junio) -→En el se encuentra más iluminado el hemisferio Norte, por lo tanto hay más horas de Sol en este hemisferio, y los días son más largos, estamos en Verano. Recordad que pasará lo contrario en el hemisferio Sur.

Equinoccio de Otoño boreal (21 de septiembre) -→Se `produce lo mismo que en el Equinoccio de Primavera (los días y las noches duran lo mismo), excepto en los polos, que a partir de este día en el polo Norte se inicia una noche de 6 meses y en el Sur un día de 6 mese.

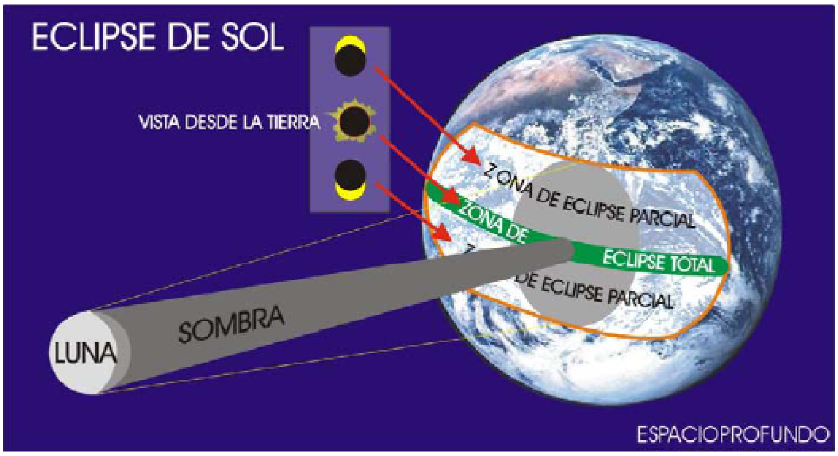
Solsticio de invierno boreal (22 de diciembre) --→ Se encuentra mas iluminado el hemisferio Sur (comienza el verano), por lo tanto en el hemisferio Norte se reducen las horas de sol, y comienza el invierno.



5.4.3 Los eclipses

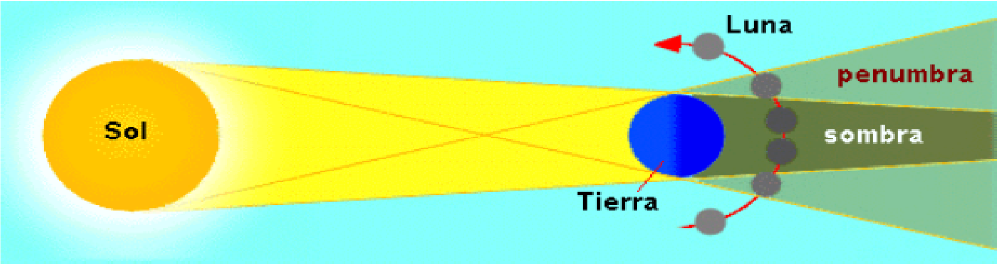
Un eclipse es el oscurecimiento de un cuerpo celeste por otro. En el caso de la luna, la tierra y el sol hay dos modalidades:

- Eclipse de Sol→ la luna se interpone entre la tierra y el Sol. La sombra que proyecta la luna sobre la tierra hace que las personas que habitan esa zona estén como si fuera de noche .



© http://www.espacioprofundo.com.ar/verarticulo/%BFComo_se_produce_un_eclipse_de_Sol%3F.html

- Eclipse de luna → La tierra se interpone entre el Sol y la Luna. Cuando la luna pasa por la sombra que proyecta la tierra desaparece de la vista de los habitantes de la parte de la tierra que es de noche, y estos pueden presenciar el eclipse luna.



© http://www.astrogea.org/foed/efemerides/2003/eclipses_de_luna.htm

5.5. La Luna

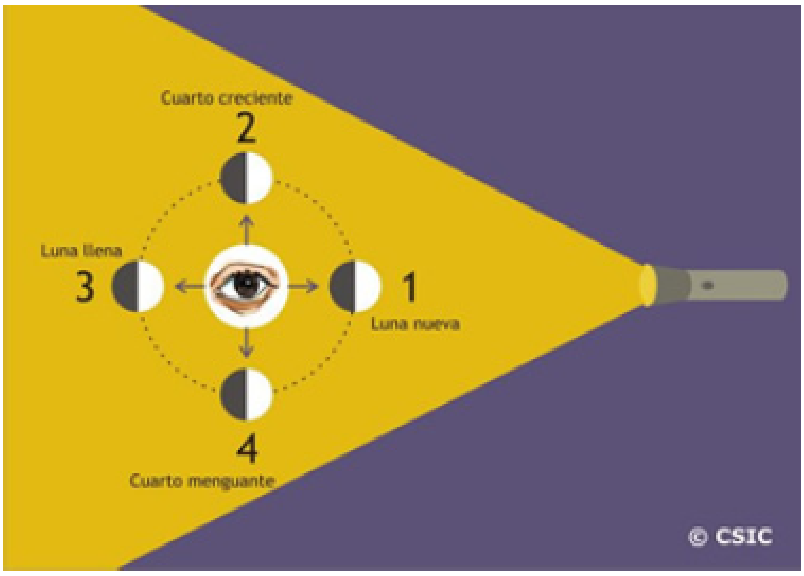
Es el único satélite de la tierra. Es aproximadamente una cuarta parte de esta . Su masa es 81 veces menor y la gravedad en su superficie es un sexto la de la tierra.

La luna orbita a unos 380.000 kms de la tierra a una velocidad de 3700 km/h.

Como tarda en dar una vuelta sobre su eje el mismo tiempo que en dar una vuelta alrededor de la Tierra, siempre nos enseña la misma cara de la luna y nun ca vemos la cara opuesta (la “cara oculta de la luna”.

Al no poseer atmósfera todos los meteoritos que llegan chocan contra ella formando cráteres.

5.5.1 Fases de la Luna



- Luna Nueva → La luna está entre la tierra y el sol, por eso no la vemos.
- Cuarto Creciente → La luna, la tierra y el sol forman un ángulo recto, por lo que se puede observar la mitad de la luna en su periodo de crecimiento.
- Luna llena → La tierra se ubica entre el sol y la luna y esta recibe los rayos del sol en su cara visible, asi que se ve completa.
- Cuarto menguante → Los tres cuerpos vuelven a formar ángulo recto, y se puede ver la otra mitad de la cara lunar.

¿Sabes que la luna es mentirosa? Cuando tiene forma de “D” nos dice que está Decreciendo, pero sin embargo está creciendo, y cuando tiene forma de C y nos dice que está creciendo realmente está decreciendo.

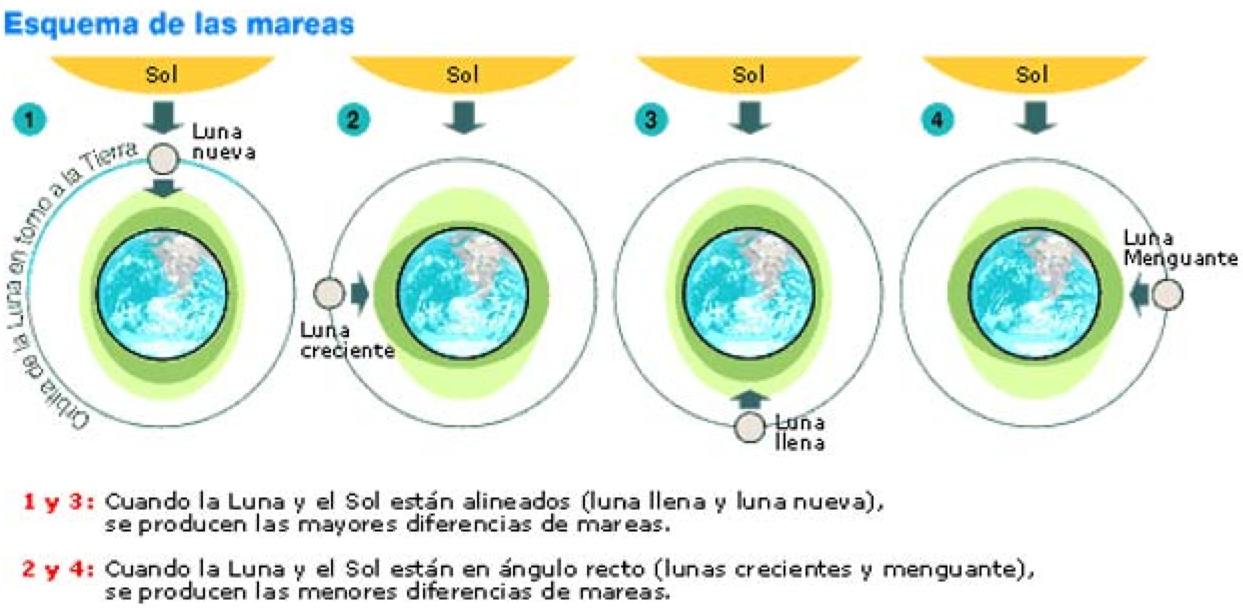
5.5.2 Las mareas

Una marea es el ascenso y descenso periódico de las aguas del mar causado por la fuerza de gravedad que la Luna ejerce sobre nuestros mares y que provoca una fuerte atracción del océano hacia el astro.. Se trata de un efecto producido por la atracción de la luna y el sol sobre el agua y la tierra. Este ciclo se repite en periodos de 12 y 24 horas.

- Cuando el océano se "infla" hablamos de marea alta o **pleamar**, momento en que las aguas cubren las orillas de las costas.
- Cuando la Luna está al otro lado de la Tierra, tenemos marea baja o **bajamar**. Muchas playas quedan al descubierto y muchos barcos varados en ellas.

El Sol también ejerce fuerza sobre nuestros mares, pero como está más lejos, su influencias es menor.

- Cuando hay luna nueva o llena la marea es más alta porque el sol y la luna están alineados (esto ocurre una vez al mes), y las fuerzas combinadas de estos dos astros hace que la marea sea mas fuerte. A este fenómeno se le llama "**marea viva**".
- Cuando la luna está en cuarto creciente o menguante las mareas son menores porque la luna forma un ángulo recto con el sol y la tierra, y a este fenómeno se le denomina "**marea muerta".**



Proporcionalidad numérica. Porcentajes. Tabla de valores y gráficas

1. Conceptos preliminares

1.1. Razón de dos números

RAZÓN ENTRE DOS NÚMEROS O CANTIDADES

- Una **razón** es el cociente entre dos números cualesquiera o cantidades que se pueden comparar.
- Si a y b son dos números, la razón entre ellos es $\frac{a}{b}$.
- No hay que confundir razón con fracción:

  – En una razón, los números a y b pueden ser números naturales y/o decimales.

  Por tanto, $\frac{2,5}{5}$, $\frac{4}{3,5}$, $\frac{10}{25}$ son razones.

  – En una fracción, los números a y b son números naturales, y $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{10}{25}$ son fracciones.

1º) Indica si estos cocientes son fracciones o razones:

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{0,5}{7}$ c) $\frac{5}{10}$ d) $\frac{3,5}{9}$ e) $\frac{4}{8}$

1.2. Proporción numérica

La igualdad de dos razones forma una **proporción**:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = 0,5 \qquad \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = 0,5 \qquad \frac{9}{18} = \frac{12}{24} = 0,5$$

El cociente de las razones de una proporción se llama **constante de proporcionalidad** (0,5).

2º) Completa esta serie de razones iguales:

a) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{5}{15} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

b) $\frac{2}{5} = \frac{6}{15} = \frac{12}{30} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

c) $\frac{5}{3} = \frac{10}{6} = \frac{15}{9} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

d) $\frac{3}{7} = \frac{9}{21} = \frac{27}{63} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

En una proporción, el producto de extremos es igual al producto de medios. Recuerda el concepto de fracciones equivalentes y los productos cruzados.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad a \cdot d = b \cdot c \qquad \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \quad 1 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \qquad \frac{3}{6} = \frac{4}{8} \quad 3 \cdot 8 = 6 \cdot 4$$

Indica si las siguientes proporciones son ciertas. En caso contrario, tacha el signo = así: ≠

a) $\frac{3}{2}=\frac{9}{7}$ b) $\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$ c) $\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$ d) $\frac{24}{6}=\frac{15}{4}$

a) Falsa, b) Verdadera, c) Verdadera d) falsa.

1.3. Cuarta proporcional

Se llama cuarta proporcional al número que forma proporción con otros tres números dados.

Ejemplo: La cuarta proporcional de los números 4, 7 y 8 es:

$$\frac{4}{7}=\frac{8}{x}\rightarrow x=\frac{7.8}{4}=14$$

1.4. Magnitud

- Una magnitud es una cualidad o una característica de un objeto que podemos medor. Ejemplo: longitud, masa, numero de alumnos, capacidad, velocidad…
- Las magnitudes se expresan en unidades de medida. Ejemplo: metros, kilómetros, kilogramos, gramos, número de personas, libros…

3º) Dí cuales de las siguientes cualidades son magnitudes: Volumen, simpatía, velocidad, superficie, color, belleza, tiempo, edad, brillo…

Sol: Volumen, velocidad, tiempo, edad

2. Proporcionalidad directa

Dos magnitudes son directamente proporcionales, cuando un aumento de una de ellas determina un aumento proporcional de la otra o cuando una disminución de una de ellas determina una disminución de la otra en la misma proporcion.

En un establo con 6 kg de pienso se alimentan 10 vacas; con 12 kg, 20 vacas; con 18 kg, 30 vacas; con 24 kg, 40 vacas; con 30 kg, 50 vacas...

Formamos la tabla de valores de ambas magnitudes:

PIENSO (kg)	6	12	18	24	30
NÚMERO DE VACAS	10	20	30	40	50

Observamos que:

1.º Al aumentar los kilos de pienso (doble, triple…), aumenta el número de vacas en la misma proporción (doble, triple…).
Al disminuir una magnitud (mitad, tercio…), la otra disminuye de la misma manera (mitad, tercio…).

2.º La razón entre dos valores cualesquiera de kilos de pienso y número de vacas forma una proporción: $\frac{6}{10} = \frac{12}{20}$ $\quad \frac{18}{30} = \frac{24}{40}$ $\quad \frac{6}{10} = \frac{30}{50}$

3.º La constante de proporcionalidad de dos o más valores de kilos de pienso y número de vacas es la misma:

$$\frac{6}{10} = \frac{12}{20} = \frac{18}{30} = \frac{24}{40} = \frac{30}{50} = 0{,}6$$

Por tanto, las magnitudes, pienso y número de vacas, son **directamente proporcionales**.

4º) Indica si las siguientes magnitudes son directamente proporcionales.

a) El peso de naranjas (en kilogramos) y su precio.
b) La velocidad de un coche y el tiempo que emplea en recorrer una distancia.
c) El número de operarios de una obra y el tiempo que tardan en terminarla.
d) El número de hojas de un libro y su peso.
e) El precio de una tela y los metros que se van a comprar.
f) La edad de un alumno y su altura.

Sol: a) y d)

5º) Indica en qué casos las magnitudes que aparecen son directamente proporcionales:

a) La velocidad de un vehículo y la distancia que recorre en dos horas

b) El coste de un lápiz y la cantidad de lápices que se pueden comprar con 10 euros

c) La distancia recorrida y el tiempo que se tarda en recorrerla.

d) El número de litros de agua que contiene un depósito y su peso.

e) La edad de una persona y su estatura.

Sol. b), c) y d)

Ejercicios resueltos:

6. ¿Cuáles de las siguientes magnitudes son directamente proporcionales?

a) El número de hojas de un libro y su peso.

b) La velocidad de un coche y el tiempo que tarda en recorrer 200 km

c) El número de pintores y el tiempo que tardan en pintar una valla.

d) El lado de un cuadrado y su perímetro.

Solución:

a) y d)

7. Completa la siguiente tabla para que las magnitudes sean directamente proporcionales:

Magnitud A	3	5	9	10	15
Magnitud B		20			

Solución:

Magnitud A	3	5	9	10	15
Magnitud B	12	20	36	40	60

8. Una máquina hace 300 tornillos en 4 horas. ¿Cuánto tiempo necesitará para hacer 900 tornillos?

Solución:

Nº tornillos (D) Tiempo (h)

$$\left.\begin{array}{l} 300 \longrightarrow 4 \\ 900 \longrightarrow x \end{array}\right\}$$

$$\frac{300}{900} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = 12 \text{ horas}$$

9. Compramos 3 kg de higos a 8,76 €. ¿Cuánto costarán 8 kg?

Solución:

Peso (kg) (D) Dinero (€)

$$\left.\begin{array}{l} 3 \longrightarrow 8{,}76 \\ 8 \longrightarrow x \end{array}\right\}$$

$$\frac{3}{8} = \frac{8{,}76}{x} \Rightarrow x = 23{,}36 \text{ €}$$

10. Una caldera consume 100 litros de gas en 8 horas. ¿Cuánto gastará en 5 horas?

Solución:

Tiempo (h) (D) Volumen (l)

$$\left.\begin{array}{l} 8 \longrightarrow 100 \\ 5 \longrightarrow x \end{array}\right\}$$

$$\frac{8}{5} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 62{,}5 \text{ litros}$$

11. Un grifo hace subir el nivel de un depósito 12,6 cm en 3 horas. ¿Cuánto subirá el nivel en 5 horas y media?

Solución:

Tiempo (h) (D) Longitud (cm)

$$\left.\begin{array}{l} 3 \longrightarrow 12{,}6 \\ 5{,}5 \longrightarrow x \end{array}\right\}$$

$$\frac{3}{5{,}5} = \frac{12{,}6}{x} \Rightarrow x = 23{,}1 \text{ cm}$$

12. Por la impresión de 120 carteles para una fiesta nos han cobrado 67,2 €. ¿Cuánto nos costará imprimir 350 carteles?

Solución:

Nº carteles (D) Dinero (€)

$$\left.\begin{array}{l} 120 \longrightarrow 67{,}2 \\ 350 \longrightarrow x \end{array}\right\}$$

$$\frac{120}{350} = \frac{62{,}7}{x} \Rightarrow x = 196 \text{ €}$$

13. En un campamento con 45 chicos, compran para desayunar un bollo para cada uno y pagan 32,4 €. Al aumentar en 32 chicos el campamento, ¿cuánto pagarán por el total de bollos?

Solución:

Nº bollos (D) Dinero (€)

$$\left.\begin{array}{l} 45 \longrightarrow 32{,}4 \\ 77 \longrightarrow x \end{array}\right\}$$

$$\frac{45}{77} = \frac{32{,}4}{x} \Rightarrow x = 55{,}44 \text{ €}$$

3. Porcentaje o tanto por ciento

- En la vida diaria se utilizan los número smediante expresiones de porcentaje. Por ejemplo, “El equipo ganó este año el 85% de los partidos”, “El 9% de los alumnos de la clase superan los 13 años.”
- Expresar un determinado **tanto por ciento** (85%, 9%) de una cantidad (partidos, alumnos), consiste en dividir esa cantidad en 100 partes iguales y coger el tanto indicado.

EJEMPLO

	%	SIGNIFICADO	FRACCIÓN	VALOR	SE LEE
El equipo ganó el 85 % de los partidos	85	85 de cada 100	$\frac{85}{100}$	0,85	85 por ciento
El 9 % de los alumnos superan los 13 años	9	9 de cada 100	$\frac{9}{100}$	0,09	9 por ciento

14º) Completa

%	SIGNIFICADO	FRACCIÓN	VALOR	SE LEE
7				
			0,15	
		$\frac{38}{100}$		
	4 de cada 100			

- Para calcular el tanto por ciento de una cantidad se multiplica por el tanto por ciento y se divide entre 100.

Ejemplo: El 40% de 1500 es: $\dfrac{40 \cdot 1500}{100} = 600$

- También se puede multiplicar por su valo:

Ejemplo: El 40% de 1500 es 0,4 ·1500=600

Ejemplo 1: El 60% de los empleados de una empresa llegan al trabajo en autobús. Si el número total de empleados es 1.200, ¿cuántos llegan en autobús?

Solución:

Planteamiento de la regla de tres:

Porcentaje		Empleados	
Si el 100%	son	1200	$x = \dfrac{1200.60}{100} = 720$
el 60%	serán	x	

Ejemplo 2: En una votación participan 300 personas. ¿Qué tanto por ciento de los votos obtuvo un candidato que fue votado por 60 personas?

Solución:

Planteamiento de la regla de tres:

Porcentaje		Personas	
Si el 100%	son	300	$x = \dfrac{60.100}{300} = 20\%$
x %	serán	60	

Ejemplo 3: El 40% de una cantidad es 1.200. ¿Cuál es la cantidad total?

Solución:

Planteamiento de la regla de tres:

Porcentaje		Cantidad	
Si el 40%	son	1200	$x = \dfrac{1200.100}{40} = 3000$
el 100%	serán	x	

4. El interés simple

Es la cantidad que las entidades financieras dan a sus clientes por el dineto que tienen guardado en estas.

El interés simple viene representado por la siguiente formula:

$$i=\frac{c\cdot r\cdot t}{100}$$

Donde

c→ es el capital depositado en el banco.

r → dinero que paga el banco por cada 100 euros. (réditos)

t → tiempo que el capital está en el banco.

Ejemplo resuelto:

Se depositan 600 € al 5% de interés simple durante 4 años. ¿Cuál es el capital final?

Solución:

El capital final será la suma del capital inicial (600 €) y el interés obtenido.

Calculamos el interés: $i=\frac{c\cdot r\cdot t}{100}\Rightarrow i=\frac{600\cdot 5\cdot 4}{100}=120$ €

El capital final será 600 + 120 = 720 €

5. Magnitudes inversamente proporcionales

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al aumentar una, disminuye la otra en la misma proporción y viceversa.

Ejemplo:

- Un vehículo en circulación: cuando mayor sea su velocidad, menos tiempo tardará en recorrer un trayecto; y al revés, a menor velocidad, mayor será el tiempo.
- Una cuadrilla de pintores y el tiempo que tardan en pintar una pared: cuantos más pintores sean, menos tiempo tardarán en pintarla.

15º) Indica en cuáles de las siguientes situaciones, las magnitudes son inversamente proporcionales.

a) El tiempo que trabaja una persona y el salario que recibe.

b) Número de trabajadores en una obra y tiempo que tardan en terminarla.

c) Velocidad de un vehículo y tiempo empleado en recorrer una distancia.

d) Precio de un artículo e importe del IVA.

e) Longitud de una circunferencia y de su diámetro.

f) Número de vacas en un establo y tiempo para el que tienen alimento.

Sol: b), c)

Ejemplo:

Un grifo que mana 18 l de agua por minuto tarda 14 horas en llenar un depósito. ¿Cuánto tardaría si su caudal fuera de 7 l por minuto?

Solución:

Son magnitudes **inversamente proporcionales**, ya que **a menos** litros por minuto tardará **más** en llenar el depósito.

Como es una proporcionalidad inversa, la equivalencia se haría invirtiendo la razón de la magnitud que es inversa.

Litros		Tiempo	
Si con 18 l	tarda	14 h	$\frac{7}{18} = \frac{14}{x}$
con 7 l	tardará	x	$x = \frac{18.14}{7} = 36$ h.

17 Una piscina se llena en 15 horas con un grifo que arroja 120 litros de agua al minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en llenar la piscina otro grifo que arroja 240 litros por minuto?

Solución:

Caudal (l/min)	(I)	Tiempo (h)
120	⟶	15
240	⟶	x

$$\frac{240}{120} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = 7{,}5 \text{ horas}$$

18 Un rectángulo tiene 12 m de base y 7 m de altura. Otro rectángulo con la misma área tiene 5 m de base. ¿Cuánto tiene de altura?

Solución:

Longitud base (m)	(I)	Longitud altura (h)
12	⟶	7
5	⟶	x

$$\frac{5}{12} = \frac{7}{x} \Rightarrow x = 16{,}8 \text{ m}$$

19 Siete obreros tardan 9 horas en hacer una obra. ¿Cuánto tardarán 3 obreros?

Solución:

Nº obreros	(I)	Tiempo (h)
7	⟶	9
3	⟶	x

$$\frac{3}{7} = \frac{9}{x} \Rightarrow x = 21 \text{ horas}$$

Nota: Estos dos puntos, el 6: Regla de tres compuesta y el 7: Tabla de valores, faltaban por añadir al tema 5: Proporcionalidad numérica.

6. Regla de tres compuesta

La **regla de tres compuesta** se emplea cuando se relacionan **tres o más magnitudes**, de modo que a partir de las relaciones establecidas entre las magnitudes conocidas obtenemos la desconocida.

Una **regla de tres compuesta** se compone de varias **reglas de tres simples** aplicadas sucesivamente.

Para resolverlo se compara la magnitud que contiene la incógnita con cada una de las restantes que intervienen en el problema y se ve si guardan relación directa o inversamente proporcional.

En la práctica para solucionar problemas de regla de tres compuesta se actúa del siguiente modo:

- Se compara cada una de las magnitudes que hay en el problema, con la magnitud donde está la incógnita y se determina si es una proporcionalidad directa o inversa.
- Se escribe una igualdad de proporciones. En el centro de la igualdad la razón donde aparece la incógnita. A cada lado las razones correspondientes a las magnitudes conocidas.
- Las que son directamente proporcionales se indican con un aspa (regla de tres directa) las que son inversamente proporcionales con dos líneas paralelas (regla de tres inversa).

Ejemplo 1: En una fábrica 6 máquinas iguales producen en 2 horas 600 piezas. ¿Cuántas piezas producirán 9 de estas máquinas en 3 horas?

Solución: El planteamiento es: si aumentamos el número de máquinas la cantidad de piezas producidas, en un cierto tiempo, aumentará, por ello la relación es Directa, a su vez, tenemos las mismas máquinas trabajando más tiempo, se producirán más piezas, luego a relación también es directa.

Máquinas		Piezas		Tiempo
	D		D	
6		600		2h
9		x		3h

Ahora establecemos la igualdad de las proporciones. En uno de los miembros la magnitud donde está la incógnita, y en el otro el producto de las razones. Al ser las dos directas, se escriben las razones sin invertir:

$$\frac{6}{9}\cdot\frac{2}{3}=\frac{600}{x} \quad \Rightarrow \quad \frac{12}{27}=\frac{600}{x} \quad \Rightarrow \quad x=\frac{600\cdot 27}{12}=1350 \text{ piezas}$$

Luego producirán **1350 piezas.**

Ejemplo 2: Para construir 4 casas iguales en 30 días hacen falta 60 albañiles. ¿Cuántos albañiles se necesitarán para construir 6 casas en 90 días?

Solución: El planteamiento es el siguiente:

Casas		Días		Albañiles
Si 4 casas	en	30 días	las construyen	60 albañiles
6 casas	en	90 días	las constuirán	x
d		i		

Las letras (**d-i**), debajo de cada magnitud, indican el tipo de proporción existente entre cada una de ellas con la magnitud donde está la incógnita. Veámoslo:

- A más casas, se necesitarán más albañiles. Por tanto esta proporcionalidad es directa.
- Si disponemos de más días para realizar la obra, se necesitarán menos albañiles. Por tanto, esta proporcionalidad es inversa.

Ahora establecemos la igualdad de las razones. En uno de los miembros la magnitud donde está la incógnita, y en el otro el producto de las razones, teniendo en cuenta que en la proporcionalidad inversa hay invertir la razón correspondiente:

$$\frac{4}{6}\cdot\frac{90}{30}=\frac{60}{x}$$

Vamos a resolver:

$$\frac{4}{6}\cdot\frac{90}{30}=\frac{60}{x};\quad \frac{360}{180}=\frac{60}{x};\quad 360.x=180.60;\quad x=\frac{180.60}{360}=\frac{10800}{360}=30$$

En consecuencia, harán falta **30 albañiles.**

Un granjero tiene pienso para alimentar a 6 vacas durante 160 días dando a cada una 9 kg diarios de pienso.

¿A cuántas vacas podrá mantener durante 90 días con una ración de 8 Kg de pienso por vaca?

Respuesta

Para saber más: Puedes acceder a estas páginas donde se trata este apartado:

http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/proporcionalidad_numerica/proporcionalidad5.htm

http://www.vitutor.com/di/p/a_11.html

Ya puedes realizar la **Tarea 8**

7. Tablas de valores

Una tabla es una representación de datos, mediante pares ordenados, que expresan la relación existente entre dos magnitudes o dos situaciones.

La siguiente tabla nos muestra la variación del precio de las patatas, según el número de kilogramos que compremos:

Kg de patatas	1	2	3	4	5
Precio en €	2	4	6	8	10

La siguiente tabla nos indica el número de alumnos que consiguen una determinada nota en un examen:

Nota	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de alumnos	1	1	2	3	6	11	12	7	4	2	1

¿Cómo reconocer una proporcionalidad directa con tablas?

La siguiente tabla es de proporcionalidad directa

Serie 1ª	2	4	6	10	12	16
Serie 2ª	0'5	1	1'5	2'5	3	4

Observa que al multiplicar un valor de la 1ª serie por un número, el valor de la 2ª serie queda multiplicado por dicho número (o al revés).

7.1. Coordenadas cartesianas

Podemos representar las tablas de valores como pares de números, utilizando las coordenadas cartesianas.

Las coordenadas cartesianas están formadas por dos ejes perpendiculares. El eje horizontal se llama **eje de abscisas** o también **eje x**, y el vertical se llama **eje de ordenadas** o **eje y**. El punto donde se cortan (**0**) es el **origen de coordenadas**.

En el **eje de abscisas** o eje x:

Los puntos situados a la derecha de 0 son POSITIVOS.

Los puntos situados a la izquierda de 0 son NEGATIVOS.

En el **eje de ordenadas** o eje y:

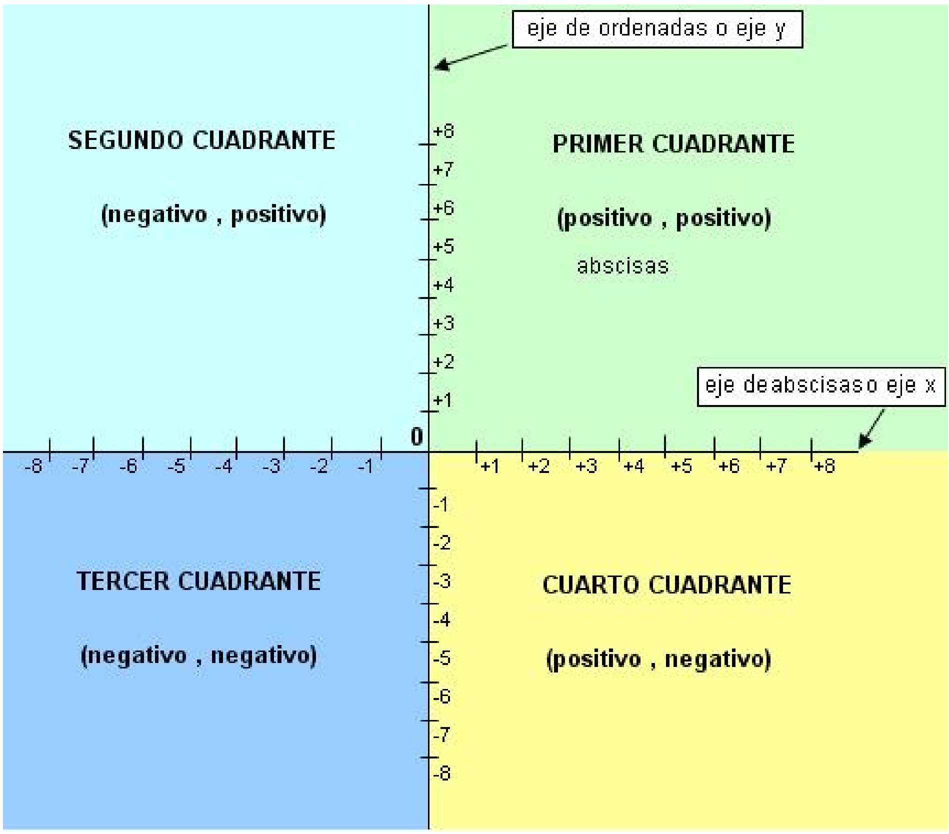
Los puntos situados por encima de 0 son POSITIVOS.

Los puntos situados por debajo de 0 son NEGATIVOS.

7.2. Representación de puntos en un sistema de ejes de coordenadas

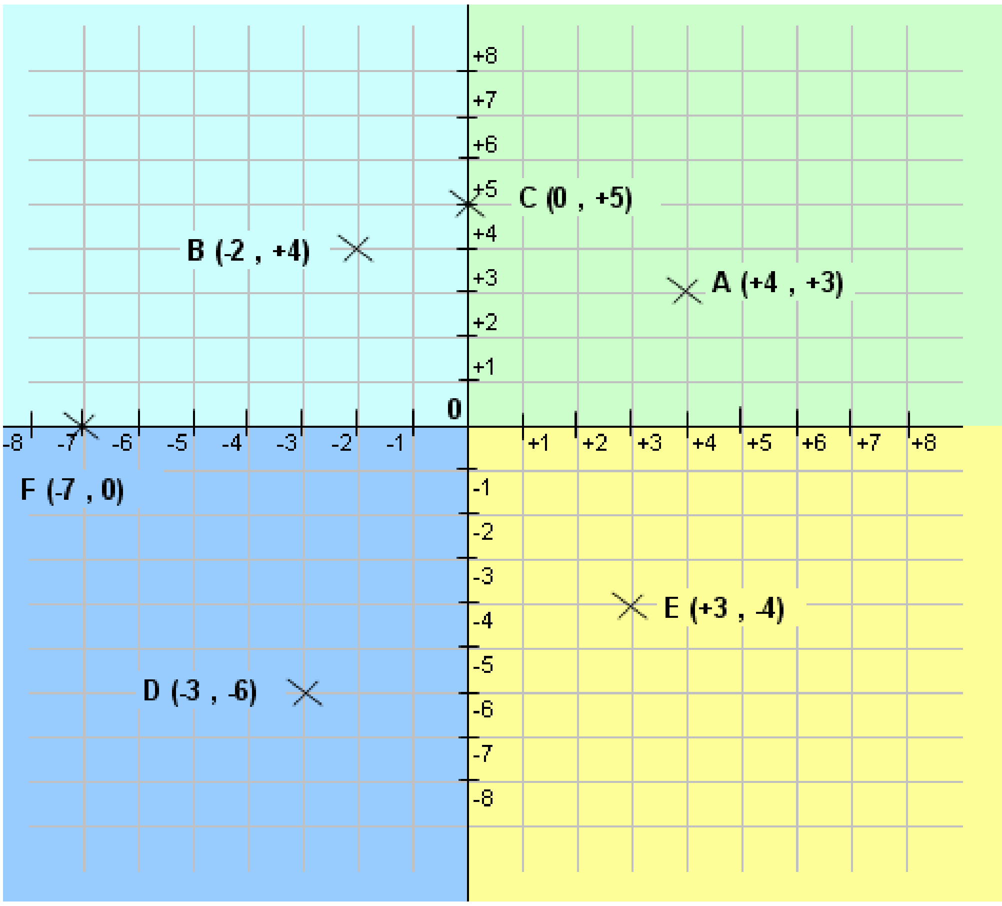
Con este sistema de referencia, cada punto del plano puede “nombrarse” mediante dos números, que suelen escribirse entre paréntesis y separados por una coma y se llama **coordenada del punto**. El primero de esos números corresponde al eje de abscisas, y el segundo, al de ordenadas. Los puntos se nombran mediante letras mayúsculas. Así tendremos, por ejemplo, el punto **A(x,y)**

El plano queda dividido en cuatro cuadrantes de la siguiente forma:



Ejemplo: Vamos a representar en el eje de coordenadas los siguientes puntos:

A (+4, +3); B (0, +5); C (-2, +4); D (-3, -6); E (+3, -4); F (-7, 0)



Actividad 8

Representa en unos ejes de coordenadas los siguientes puntos:

A(-3,0); B(2,3); C(2,-4); D(-4,-1)

[Respuesta]

7.3. Representación gráfica de una tabla de valores

Una gráfica es la representación en unos ejes de coordenadas de los pares ordenados de una tabla.

Las gráficas describen relaciones entre dos variables.

La **variable** que se representa en el **eje horizontal** se llama **variable independiente o variable x**.

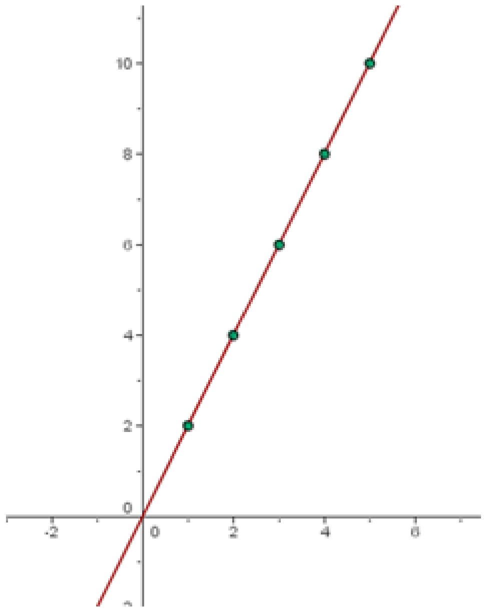
La que se representa en el **eje vertical** se llama **variable dependiente o variable y**.

La variable y está en función de la variable x.

Una vez realizada la gráfica podemos estudiarla, analizarla y extraer conclusiones.

Para interpretar una gráfica, hemos de observarla de izquierda a derecha, analizando cómo varía la variable dependiente, y, al aumentar la variable independiente, x.

Kg de patatas	1	2	3	4	5
Precio en €	2	4	6	8	10

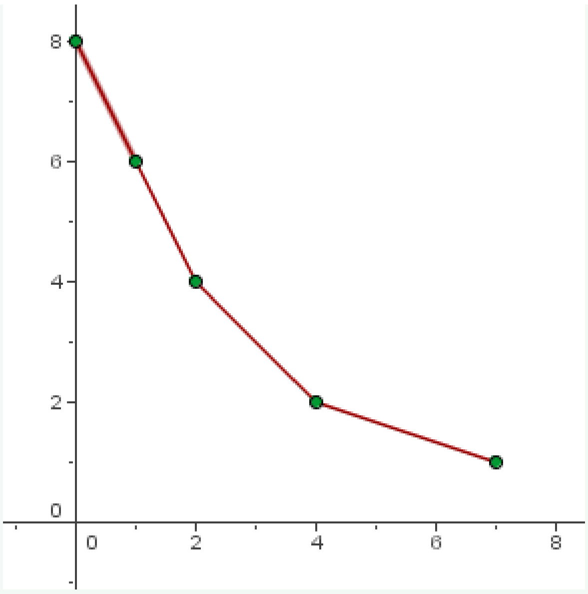


En esa gráfica podemos observar que a medida que compramos más kilos de patatas el precio se va incrementando.

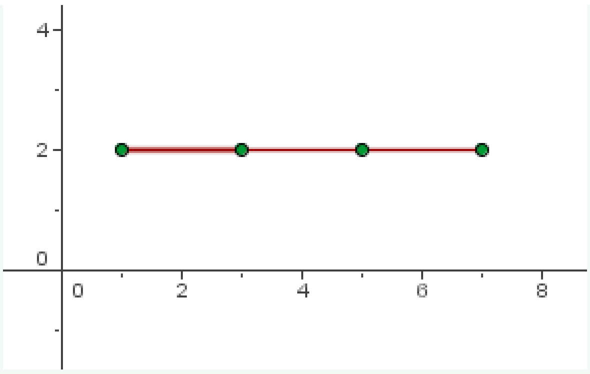
Las gráficas pueden ser:

Creciente: Si al aumentar la variable independiente aumenta la otra variable. El ejemplo anterior es una gráfica creciente.

Decreciente: Si al aumentar la variable independiente disminuye la otra variable.

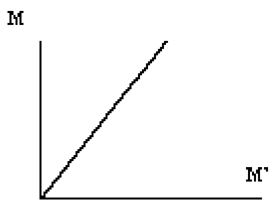


Constante: Si al variar la variable independiente la otra permanece invariable.



¿Cómo reconocer el tipo de una proporcionalidad a partir de su gráfica?

Si la gráfica de dos variables es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas, entonces una variable es directamente proporcional a la otra.



Si dos magnitudes son inversamente proporcionales dan lugar a una gráfica llamada **hipérbola**, que es del siguiente tipo:

***Para saber más**: Puedes acceder a estas páginas donde se trata este apartado:*

http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Coordenadas_cartesianas/index.htm

http://www.disfrutalasmatematicas.com/graficos/coordenadas-cartesianas.html

En la siguiente página puedes hacer ejercicios para reconocer los tipos de gráficas:

http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/test_proporcionalidad/index.htm

Actividad 9

La siguiente tabla representa las posibles dimensiones de un rectángulo de área 16 m^2.

Altura (m)	**1**	**2**	**4**	**8**	**16**
Base (m)	**16**	**8**	**4**	**2**	**1**

Representa en una gráfica estos valores y contesta:

a) ¿Qué tipo de gráfica obtienes?

b) ¿Hay alguna relación de proporcionalidad entre ambas magnitudes?

Ya puedes realizar la **Tarea 9**

Respuestas actividad 7

6 vacas -------------160 días ------------- 9 kg diarios

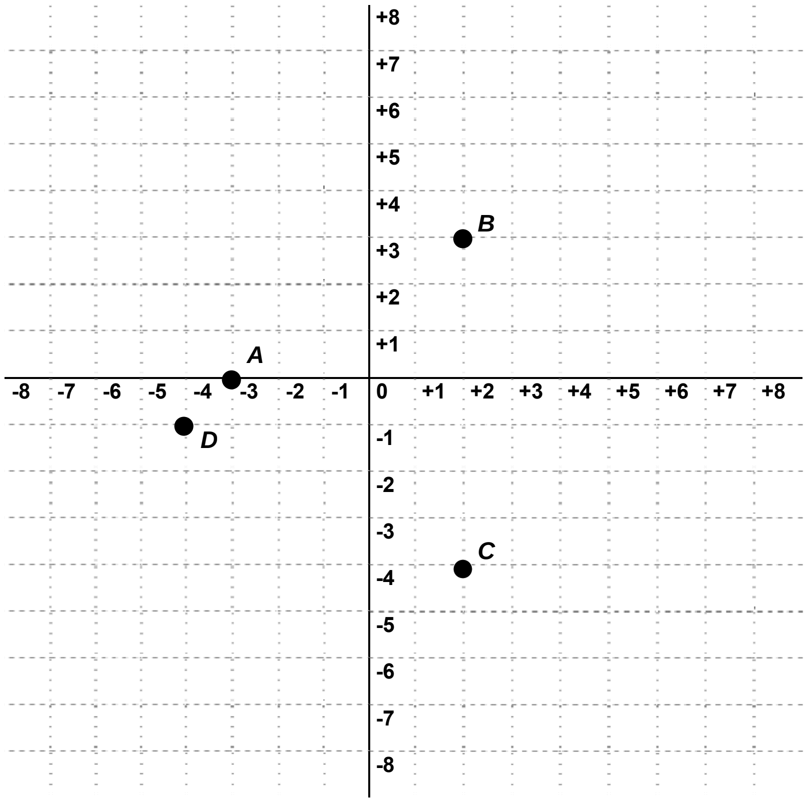
x vacas ------------- 90 días -------------- 8 kg diarios

i i

$$\frac{90}{160}\cdot\frac{8}{9}=\frac{6}{x} \quad \Rightarrow \quad x = 12 \text{ vacas}$$

Volver

Respuestas actividad 8



Volver

Respuestas actividad 9

a) Se obtiene una hipérbola.

b) Son inversamente proporcionales

Volver

1. Razón y proporción

PIENSA Y CALCULA

Calcula mentalmente la velocidad media a la que fue un ciclista que recorrió 150 km en 5 horas. ¿En qué unidades expresarías la velocidad?

Solución:
150 : 5 = 30 km/h

Carné calculista 350,7 : 8,23 | C = 42,61; R = 0,0197

APLICA LA TEORÍA

1 Calcula mentalmente las razones entre las cantidades siguientes e interpreta el resultado:

a) 2,5 kg de pescado cuestan 10 €
b) Un coche recorre 500 km en 5 horas.
c) 7,5 m de tela cuestan 15 €
d) 2,5 kg de fruta se consumen en 2 días.
e) Un grifo vierte 15 litros de agua cada 10 minutos.

Solución:
a) 10 : 2,5 = 4 €/kg. Es el precio por kg
b) 500 : 5 = 100 km/h. Es la velocidad media.
c) 15 : 7,5 = 2 €/m. Es el precio por metro.
d) 2,5 : 2 = 1,25 kg/día. Es el consumo medio por día.
e) 15 : 10 = 1,5 l/minuto. Es el caudal medio por minuto.

2 Calcula las razones entre las siguientes cantidades e interpreta el resultado:

a) Una habitación mide 24,8 m^2, y otra, 12,4 m^2
b) Juan pesa 66 kg, y María, 55 kg
c) Un tren va a 175 km/h, y otro, a 125 km/h
d) Un vaso contiene 300 ml, y otro, 250 ml
e) Un coche cuesta 13 000 €, y otro, 10 000 €

Solución:
a) La habitación grande es 24,8 : 12,4 = 2 veces mayor.
b) Juan pesa 66 : 55 = 1,2 veces lo de María.
c) Un tren va 175 : 125 = 1,4 veces más rápido que el otro.
d) Un vaso es 300 : 250 = 1,2 veces más grande que el otro.
e) Un coche es 13 000 : 10 000 = 1,3 veces más caro que el otro.

3 Calcula mentalmente y completa en tu cuaderno, para que formen proporción, las siguientes razones:

a) $\frac{5}{9} = \frac{\dots}{27}$

b) $\frac{\dots}{7} = \frac{18}{42}$

c) $\frac{9}{\dots} = \frac{1,8}{2,4}$

d) $\frac{1,2}{0,7} = \frac{12}{\dots}$

Solución:
a) 15 b) 3
c) 12 d) 7

4 Escribe las proporciones que puedas obtener con las razones siguientes y calcula su constante de proporcionalidad:

a) $\frac{6}{1,5}$ b) $\frac{11}{0,5}$ c) $\frac{2}{0,5}$ d) $\frac{11}{5}$

Solución:

$\frac{6}{1,5} = \frac{2}{0,5} = 4$ y $\frac{1,1}{0,5} = \frac{11}{5} = 2,2$

5 Calcula el cuarto proporcional en:

a) $\frac{x}{7} = \frac{6}{2}$ b) $\frac{0,5}{3,5} = \frac{7,8}{x}$

c) $\frac{3,5}{2,1} = \frac{x}{4,2}$ d) $\frac{3,5}{x} = \frac{5,6}{2,8}$

Solución:

a) 21 b) 54,6

c) 7 d) 1,75

2. Proporcionalidad directa

Tres amigos tienen que repartirse 150 €. Calcula mentalmente cuánto le corresponde a cada amigo.

Solución:

50 €

Carné calculista $\frac{3}{4} : \frac{6}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{9}{8}$

6. ¿Cuáles de las siguientes magnitudes son directamente proporcionales?

a) El número de hojas de un libro y su peso.
b) La velocidad de un coche y el tiempo que tarda en recorrer 200 km
c) El número de pintores y el tiempo que tardan en pintar una valla.
d) El lado de un cuadrado y su perímetro.

Solución:

a) y d)

7. Completa la siguiente tabla para que las magnitudes sean directamente proporcionales:

Magnitud A	3	5	9	10	15
Magnitud B		20			

Solución:

Magnitud A	3	5	9	10	15
Magnitud B	12	20	36	40	60

8. Una máquina hace 300 tornillos en 4 horas. ¿Cuánto tiempo necesitará para hacer 900 tornillos?

Solución:

Nº tornillos (D) Tiempo (h)

$$\left.\begin{array}{l} 300 \longrightarrow 4 \\ 900 \longrightarrow x \end{array}\right\}$$

$\frac{300}{900} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = 12$ horas

9. Compramos 3 kg de higos a 8,76 €. ¿Cuánto costarán 8 kg?

Solución:

Peso (kg) (D) Dinero (€)

$$\left.\begin{array}{l} 3 \longrightarrow 8,76 \\ 8 \longrightarrow x \end{array}\right\}$$

$\frac{3}{8} = \frac{8,76}{x} \Rightarrow x = 23,36$ €

10. Una caldera consume 100 litros de gas en 8 horas. ¿Cuánto gastará en 5 horas?

Solución:

Tiempo (h) (D) Volumen (l)

$$\left.\begin{array}{ccc} 8 & \longrightarrow & 100 \\ 5 & \longrightarrow & x \end{array}\right\}$$

$$\frac{8}{5} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 62{,}5 \text{ litros}$$

11. Un grifo hace subir el nivel de un depósito 12,6 cm en 3 horas. ¿Cuánto subirá el nivel en 5 horas y media?

Solución:

Tiempo (h) (D) Longitud (cm)

$$\left.\begin{array}{ccc} 3 & \longrightarrow & 12{,}6 \\ 5{,}5 & \longrightarrow & x \end{array}\right\}$$

$$\frac{3}{5{,}5} = \frac{12{,}6}{x} \Rightarrow x = 23{,}1 \text{ cm}$$

12. Por la impresión de 120 carteles para una fiesta nos han cobrado 67,2 €. ¿Cuánto nos costará imprimir 350 carteles?

Solución:

Nº carteles (D) Dinero (€)

$$\left.\begin{array}{ccc} 120 & \longrightarrow & 67{,}2 \\ 350 & \longrightarrow & x \end{array}\right\}$$

$$\frac{120}{350} = \frac{62{,}7}{x} \Rightarrow x = 196 \text{ €}$$

13. En un campamento con 45 chicos, compran para desayunar un bollo para cada uno y pagan 32,4 €. Al aumentar en 32 chicos el campamento, ¿cuánto pagarán por el total de bollos?

Solución:

Nº bollos (D) Dinero (€)

$$\left.\begin{array}{ccc} 45 & \longrightarrow & 32{,}4 \\ 77 & \longrightarrow & x \end{array}\right\}$$

$$\frac{45}{77} = \frac{32{,}4}{x} \Rightarrow x = 55{,}44 \text{ €}$$

3. Proporcionalidad inversa

Cinco agricultores recogen una cosecha en 4 horas. ¿Cuánto tardará un solo agricultor en recoger la cosecha?

Solución:

$4 \cdot 5 = 20$ horas.

14 ¿Qué magnitudes de las siguientes son inversamente proporcionales?

a) La altura de un árbol y su edad.

b) La velocidad de un ciclista y el tiempo que tarda en recorrer una distancia.

c) El número de obreros y el tiempo que tardan en hacer una obra.

d) Las longitudes de los lados de un rectángulo de 20 cm^2 de área.

Solución:

b), c) y d)

15 Escribe dos magnitudes que sean inversamente proporcionales.

Solución:

Por ejemplo:

El tiempo que un número de trabajadores tardan en hacer una obra.

El caudal de un grifo y el tiempo que tarda en llenar un depósito.

La velocidad y el tiempo empleado en recorrer un espacio.

16 Completa la siguiente tabla para que las magnitudes sean inversamente proporcionales:

Magnitud A	1	3	5	10	15
Magnitud B				3	

Solución:

Magnitud A	1	3	5	10	15
Magnitud B	30	10	6	3	2

17 Una piscina se llena en 15 horas con un grifo que arroja 120 litros de agua al minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en llenar la piscina otro grifo que arroja 240 litros por minuto?

Solución:

$$\begin{array}{ccc} \underline{\text{Caudal (l/mín)}} & \text{(I)} & \underline{\text{Tiempo (h)}} \\ 120 & \longrightarrow & 15 \\ 240 & \longrightarrow & x \end{array}\Bigg\}$$

$$\frac{240}{120} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = 7{,}5 \text{ horas}$$

18 Un rectángulo tiene 12 m de base y 7 m de altura. Otro rectángulo con la misma área tiene 5 m de base. ¿Cuánto tiene de altura?

Solución:

$$\begin{array}{ccc} \underline{\text{Longitud base (m)}} & \text{(I)} & \underline{\text{Longitud altura (h)}} \\ 12 & \longrightarrow & 7 \\ 5 & \longrightarrow & x \end{array}\Bigg\}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{7}{x} \Rightarrow x = 16{,}8 \text{ m}$$

19 Siete obreros tardan 9 horas en hacer una obra. ¿Cuánto tardarán 3 obreros?

Solución:

$$\begin{array}{ccc} \underline{\text{N° obreros}} & \text{(I)} & \underline{\text{Tiempo (h)}} \\ 7 & \longrightarrow & 9 \\ 3 & \longrightarrow & x \end{array}\Bigg\}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{9}{x} \Rightarrow x = 21 \text{ horas}$$

4. Porcentajes

PIENSA Y CALCULA

Si de cada fajo de billetes tomas 20 €, calcula mentalmente cuántos euros coges. Escribe la fracción que representa el número de euros que has cogido, y simplifícala.

Solución:
60 € y son 60/300 = 1/5 del total.

20 Calcula:

a) 16% de 450

b) 25% de 792

c) 7,5% de 600

d) 12,5% de 80

Solución:

a) $450 \cdot 0{,}16 = 72$

b) $792 \cdot 0{,}25 = 198$

c) $600 \cdot 0{,}075 = 45$

d) $80 \cdot 0{,}125 = 10$

21 En una clase de 25 alumnos, el 24% son chicos. Calcula el número de chicos y de chicas.

Solución:

Nº chicos = $25 \cdot 0{,}24 = 6$

6 chicos y 19 chicas.

22 En un pueblo, 1 400 personas se dedican a la agricultura. Este número de personas corresponde al 40% de la población. ¿Cuántos habitantes hay en total?

Solución:

1 400 : 0,4 = 3 500 habitantes.

23 Jorge compra unos deportivos que cuestan 62,5 €, y le descuentan el 30%. ¿Cuánto paga?

Solución:

$62{,}5 \cdot 0{,}7 = 43{,}75$ €

24 Inés quiere comprar a plazos un ordenador que cuesta 1 200 €. Por pagarlo a plazos, le suben un 12%. ¿Cuánto pagará en total?

Solución:

$1\,200 \cdot 1{,}12 = 1\,344$ €

25 La factura del hotel de las vacaciones ascendía a 1 232,5 €. Calcula el total añadiendo el 16% de IVA

Solución:

$1\,232{,}5 \cdot 1{,}16 = 1\,429{,}7$ €

26 Por un televisor nos han descontado 54,09 €, que supone un 15% del precio inicial. ¿Cuál era el precio inicial del televisor?

Solución:

54,09 : 0,15 = 360,6 €

1. Razón y proporción

27 Calcula las razones entre las cantidades siguientes e interpreta el resultado:

a) 5,5 kg de manzanas cuestan 8,25 €

b) Un ciclista recorre 252 km en 7 horas.

c) 15 litros de aceite cuestan 34,5 €

d) Se han gastado 52 litros de agua en 7 días.

Solución:

a) 8,25 : 5,5 = 1,5 €/kg. Es el precio del kilo.

b) 252 : 7 = 36 km/h. Es la velocidad media.

c) 34,5 : 15 = 2,3 €/l. Es el precio por litro.

d) 52 : 7 = 7,43 l/día. Es el consumo medio por día.

28 Calcula las razones entre las siguientes cantidades e interpreta el resultado:

a) Un coche tiene 180 CV, y otro, 124 CV

b) Jaime tiene 60 libros, y Ruth, 40 libros.

c) Un atleta ha recorrido la prueba en 4,28 minutos, y otro, en 4 minutos.

d) Una caja de fresas tiene 750 g, y otra, 500 g

Solución:

a) El primer coche tiene una potencia 180 : 124 = 1,45 veces mayor que el segundo.

b) Jaime tiene 60 : 40 = 1,5 veces los libros de Ruth.

c) El primer atleta ha invertido 4,28 : 4 = 1,07 veces el tiempo del segundo.

d) La primera caja pesa 750 : 500 = 1,5 veces el peso de la segunda.

29 Calcula mentalmente y completa en tu cuaderno las siguientes razones para que formen proporción:

a) $\frac{6}{7} = \frac{\dots}{56}$ b) $\frac{\dots}{7} = \frac{24}{28}$

c) $\frac{4,2}{\dots} = \frac{2,1}{3,7}$ d) $\frac{5}{3} = \frac{2,5}{\dots}$

Solución:

a) 48 b) 6 c) 7,4 d) 1,5

30 Escribe las proporciones que puedas obtener con las razones siguientes y calcula su constante de proporcionalidad:

a) $\frac{3,5}{5}$ b) $\frac{2,1}{12}$ c) $\frac{1,4}{8}$ d) $\frac{4,9}{7}$

Solución:

$\frac{3,5}{5} = \frac{4,9}{7} = 0,7$ y $\frac{2,1}{12} = \frac{1,4}{8} = 0,175$

31 Calcula el cuarto proporcional en:

a) $\frac{x}{7} = \frac{21}{49}$ b) $\frac{5}{9} = \frac{x}{36}$

c) $\frac{3}{7,2} = \frac{12}{x}$ d) $\frac{2,4}{x} = \frac{10,8}{9}$

Solución:

a) 3 b) 20 c) 28,8 d) 2

2. Proporcionalidad directa

32 ¿Cuáles de las siguientes magnitudes son directamente proporcionales y cuáles no guardan relación de proporcionalidad?

a) El número de galletas de una caja y su peso.

b) El peso de una persona y su edad.

c) El número de habitantes de un municipio y su consumo de agua.

d) La longitud de una circunferencia y su radio.

Solución:

a) Sí.

b) No.

c) Sí.

d) Sí.

33 Escribe dos magnitudes que sean directamente proporcionales.

Solución:

La longitud del lado de un cuadrado y la longitud de su perímetro.

La cantidad de kilos de naranjas y el dinero que se paga por ellas.

34 Completa en tu cuaderno la siguiente tabla para que las magnitudes sean directamente proporcionales:

Magnitud A	1	2	3	4	5
Magnitud B				28	

Solución:

Magnitud A	1	2	3	4	5
Magnitud B	7	14	21	28	35

35 Fabio ha dedicado 7 horas a ayudar a su padre, que le ha dado 42 € como recompensa. ¿Cuánto le habría dado por 12 horas?

Solución:

Tiempo (h) (D) Dinero (€)

$$\left.\begin{array}{l} 7 \longrightarrow 42 \\ 12 \longrightarrow x \end{array}\right\}$$

$$\frac{7}{12} = \frac{42}{x} \Rightarrow x = 72\ €$$

36 Los padres de Concha han comprado 1,5 kg de pescado por 18,26 €. ¿Cuánto habrán pagado por 3,75 kg?

Solución:

Peso (kg) (D) Dinero (€)

$$\left.\begin{array}{l} 1{,}5 \longrightarrow 18{,}26 \\ 3{,}75 \longrightarrow x \end{array}\right\}$$

$$\frac{1{,}5}{3{,}75} = \frac{18{,}26}{x} \Rightarrow x = 45{,}65\ €$$

37 Un coche consume 7,8 litros de gasolina cada 100 km. ¿Cuánto gastará en 540 km?

Solución:

Longitud (km) (D) Capacidad (l)

$$\left.\begin{array}{l} 100 \longrightarrow 7{,}8 \\ 540 \longrightarrow x \end{array}\right\}$$

$$\frac{100}{540} = \frac{7{,}8}{x} \Rightarrow x = 42{,}12 \text{ litros}$$

38 Por una compra de 70,5 €, en el supermercado nos han dado 6 papeletas para un sorteo. ¿Cuántas papeletas nos habrían dado por una compra de 94 €?

Solución:

Dinero (€) (D) Nº papeletas

$$\left.\begin{array}{l} 70{,}5 \longrightarrow 6 \\ 94 \longrightarrow x \end{array}\right\}$$

$$\frac{70{,}5}{94} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = 8 \text{ papeletas}$$

39 Por el revelado de 36 fotografías nos han cobrado 11,52 €. ¿Cuánto costará revelar 48 fotografías?

Solución:

Nº fotografias (D) Dinero (€)

$$\left.\begin{array}{l} 36 \longrightarrow 11{,}52 \\ 48 \longrightarrow x \end{array}\right\}$$

$$\frac{36}{48} = \frac{11{,}52}{x} \Rightarrow x = 15{,}36\ €$$

40 En una granja se han recogido 3 460 kg de patatas en 5 días. Si se trabaja de forma uniforme, ¿cuántos kilos se recogerán en 12 días?

Solución:

Tiempo (días) (D) Peso (kg)

$$\left.\begin{array}{l} 5 \longrightarrow 3\,460 \\ 12 \longrightarrow x \end{array}\right\}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{3\,460}{x} \Rightarrow x = 8\,304 \text{ kg}$$

3. Proporcionalidad inversa

41 ¿Cuáles de las siguientes magnitudes son inversamente proporcionales?

a) El número de gallinas de un corral y el número de días que dura una cantidad de pienso.

b) El número de horas que funciona una máquina, y su consumo eléctrico.

c) La cantidad de agua que arroja un grifo por minuto, y el tiempo que tarda en llenar un depósito.

d) El área de un triángulo y su perímetro.

Solución:

a) y c)

42 Escribe dos magnitudes que sean inversamente proporcionales.

Solución:
El número de trabajadores y el tiempo que tardan en hacer una obra.
La velocidad que se lleva y el tiempo empleado en recorrer un espacio.

43 Completa la siguiente tabla para que las magnitudes sean inversamente proporcionales:

Magnitud A	3	5	10	12	20
Magnitud B				2,5	

Solución:

Magnitud A	3	5	10	12	20
Magnitud B	10	6	3	2,5	1,5

44 Una parcela en forma de romboide tiene 20 m de largo y 9 de ancho. ¿Cuánto medirá de ancho otra parcela que tiene igual área y 15 m de largo?

Solución:

Longitud (m) (I) Longitud (m)

$$\left.\begin{array}{l} 20 \longrightarrow 9 \\ 15 \longrightarrow x \end{array}\right\}$$

$$\frac{15}{20} = \frac{9}{x} \Rightarrow x = 12 \text{ m}$$

45 Cinco alumnos, que trabajan al mismo ritmo, tardan 8 horas en hacer un trabajo de Ciencias Sociales. ¿Cuánto tardarán 4 alumnos?

Solución:

Nº alumnos (I) Tiempo (h)

$$\left.\begin{array}{l} 5 \longrightarrow 8 \\ 4 \longrightarrow x \end{array}\right\}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{x}{8} \Rightarrow x = 10 \text{ horas}$$

46 Un depósito se llena en 5 horas con un grifo que arroja 180 litros de agua por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse el depósito si el grifo arroja 240 litros por minuto?

Solución:

Caudal (l/min) (I) Tiempo (h)

$$\left.\begin{array}{l} 180 \longrightarrow 5 \\ 240 \longrightarrow x \end{array}\right\}$$

$$\frac{240}{180} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = 3{,}75 \text{ horas} = 3 \text{ h } 45 \text{ minutos}$$

4. Porcentajes

47 Calcula mentalmente:

a) El 20% de 1000 b) El 10% de 320
c) El 25% de 840 d) El 50% de 700

Solución:
a) 200 b) 32 c) 210 d) 350

48 Calcula:

a) El 15% de 4500 b) El 85% de 490
c) El 6,5% de 12400 d) El 0,4% de 295

Solución:
a) $4\,500 \cdot 0{,}15 = 675$ b) $490 \cdot 0{,}85 = 416{,}5$
c) $12\,400 \cdot 0{,}065 = 806$ d) $295 \cdot 0{,}004 = 1{,}18$

49 Álvaro se quiere comprar una cazadora de 90 €. Si le hacen el 15% de descuento, ¿cuánto tendrá que pagar?

Solución:
$90 \cdot 0{,}85 = 76{,}5$ €

50 En un pueblo de 4 800 habitantes, el 7% de la población trabaja en una central eléctrica y el 12% se dedica a la pesca. Calcula el número de personas que trabajan en la central y en la pesca.

Solución:
En la central: $4\,800 \cdot 0{,}07 = 336$ personas
En la pesca: $4\,800 \cdot 0{,}12 = 576$ personas

51 A la madre de Ana le han rebajado 31,5 € por la compra de una batería de cocina. Si el descuento era del 15%, ¿cuánto costaba la batería?

Solución:
$31{,}5 : 0{,}15 = 210$ €

52 En un paquete de galletas de 250 g se afirma que 50 g son gratis. ¿Cuál es el porcentaje del peso que no pagamos?

Solución:
50 : 250 = 0,2 ⇒ 20%

53 Rocío tiene una colección de 25 CD, y sus padres le regalan un 8% más de los CD que tiene. ¿Cuántos tiene en total?

Solución:
25 · 1,08 = 27 CD

Para ampliar

54 Calcula el cuarto proporcional en:

a) $\frac{x}{5,4} = \frac{14}{8}$ b) $\frac{x}{1,2} = \frac{3}{1,6}$

c) $\frac{0,7}{2,8} = \frac{2,8}{x}$ d) $\frac{3,5}{x} = \frac{24}{6}$

Solución:
a) 9,45   b) 2,25   c) 11,2   d) 0,875

55 Halla la constante de proporcionalidad directa o inversa en los siguientes casos:

a) Hemos comprado 5,6 kg de fruta por 8,4 €
b) En hacer cierto número de tornillos, 8 máquinas han tardado 3 días.
c) Un coche ha recorrido 420 km en 4 horas.
d) Un grifo arroja 640 litros en 4 minutos.

Solución:
a) 8,4 : 5,6 = 1,5   b) 8 · 3 = 24
c) 420 : 4 = 105   d) 640 : 4 = 160

56 Completa en tu cuaderno las tablas para que los pares de números sean directamente proporcionales:

1	2	3	4	5
		24		

2	5	15	20	30
10				

Solución:

1	2	3	4	5
8	16	24	32	40

2	5	15	20	30
10	25	75	100	150

57 Completa en tu cuaderno las tablas para que los pares de números sean inversamente proporcionales:

3	6	10	15	60
		3		

8	10	12	20	30
				5

Solución:

3	6	10	15	60
10	5	3	2	0,5

8	10	12	20	30
18,75	15	12,5	7,5	5

58 Calcula mentalmente:

a) El 10% de 340   b) El 20% de 500
c) El 25% de 300   d) El 50% de 820

Solución:
a) 34   b) 100   c) 75   d) 410

59 Calcula:

a) El 15% de 895   b) El 85% de 1 250
c) El 7,5% de 480   d) El 0,5% de 2 000

Solución:
a) 895 · 0,15 = 134,25   b) 1 250 · 0,85 = 1 062,5
c) 480 · 0,075 = 36   d) 2 000 · 0,005 = 10

60 Completa en tu cuaderno:

a) El 20% de … es 50   b) El 25% de … es 30
c) El 10% de … es 25   d) El 50% de … es 120

Solución:
a) 50 : 0,2 = 250   b) 30 : 0,25 = 120
c) 25 : 0,1 = 250   d) 120 : 0,5 = 240

61 Por 4 días de trabajo me han pagado 250 €. ¿Cuánto cobraré por 13 días?

Solución:

Tiempo (días)	(D)	Dinero (€)
4	⟶	250
13	⟶	x

$\frac{4}{13} = \frac{250}{x} \Rightarrow x = 812{,}5$ €

62 Dos obreros hacen una zanja en 10 días. ¿Cuánto tardarán 5 obreros?

Solución:

Nº obreros	(I)	Tiempo (días)
2	⟶	10
5	⟶	x

$\frac{5}{2} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = 4$ días

63 Una persona escribe en un ordenador 2 500 caracteres en 20 minutos. ¿Cuántos caracteres escribirá en 50 minutos?

Solución:

Tiempo (min)	(D)	Nº caracteres
20	⟶	2 500
50	⟶	x

$\frac{20}{50} = \frac{2\,500}{x} \Rightarrow x = 6\,250$ caracteres

64 Un sastre necesita 20,7 m de tela para hacer 3 trajes. ¿Cuántos metros necesitará para hacer 14 trajes?

Solución:

Nº trajes	(D)	Longitud (m)
3	⟶	20,7
14	⟶	x

$\frac{3}{14} = \frac{20{,}7}{x} \Rightarrow x = 96{,}6$ m

65 Tres camiones cisterna tardan 12 días en transportar el agua de un depósito. ¿Cuánto tardarán 9 camiones iguales?

Solución:

Nº camiones	(I)	Tiempo (días)
3	⟶	12
9	⟶	x

$\frac{9}{3} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = 4$ días

66 Una máquina envasa 350 paquetes de azúcar en 30 minutos. ¿Cuántos paquetes envasará en 2 horas y media?

Solución:

Tiempo (min)	(D)	Nº paquetes
30	⟶	350
150	⟶	x

$\frac{30}{150} = \frac{350}{x} \Rightarrow x = 1\,750$ paquetes

67 Si 240 litros de aceite pesan 216 kg, ¿cuánto pesarán 820 litros?

Solución:

Volumen (l)	(D)	Peso (kg)
240	⟶	216
820	⟶	x

$\frac{240}{820} = \frac{216}{x} \Rightarrow x = 738$ kg

68 Un panadero hace 120 kg de pan con 90 kg de harina. ¿Cuántos kilos de harina se necesitan para hacer 150 kg de pan?

Solución:

Peso (kg)	(D)	Peso (kg)
120	⟶	90
150	⟶	x

$\frac{120}{150} = \frac{90}{x} \Rightarrow x = 112{,}5$ kg

69 En una carpintería regalan, por cada 12 m de moldura, 8 clavos para ponerla. ¿Cuántos clavos nos darán si compramos 72 metros de moldura?

Solución:

Longitud (m)	(D)	Nº clavos
12	$\longrightarrow$	8
72	$\longrightarrow$	x

$\frac{12}{72} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = 48$ clavos

70 Media docena de alumnos tardan 15 horas en maquetar la revista del centro. ¿Cuánto tardarán 4 alumnos en hacer el mismo trabajo si todos trabajan por igual?

Solución:

Nº alumnos	(I)	Tiempo (h)
6	$\longrightarrow$	15
4	$\longrightarrow$	x

$\frac{4}{6} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = 22{,}5$ horas

71 Un conductor de camiones invierte 4 horas y media en hacer un recorrido de 405 km. En las mismas condiciones, ¿cuánto invertirá en recorrer 540 km?

Solución:

Longitud (km)	(D)	Tiempo (h)
405	$\longrightarrow$	4,5
540	$\longrightarrow$	x

$\frac{405}{540} = \frac{4{,}5}{x} \Rightarrow x = 6$ horas

72 En una excursión, 6 amigos llevan alimentos para 12 días, pero se encuentran con dos amigos que deciden unirse al grupo. ¿Para cuántos días tendrán alimentos?

Solución:

Nº amigos	(I)	Tiempo (días)
6	$\longrightarrow$	12
8	$\longrightarrow$	x

$\frac{8}{6} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = 9$ días

73 A Daniel le dan 20 € de paga, y sus padres deciden subirle el 15%. ¿Cuál será la paga de Daniel?

Solución:

$20 \cdot 1{,}15 = 23$ €

74 Una película de vídeo cuesta 21 €. Si nos descuentan un 15%, ¿cuánto pagaremos?

Solución:

$21 \cdot 0{,}85 = 17{,}85$ €

75 En un parque natural se han plantado 2 500 árboles. Si se seca el 7% durante el primer año, ¿cuántos árboles hay que volver a plantar?

Solución:

$2\,500 \cdot 0{,}07 = 175$ árboles

76 Una chaqueta costaba 77,2 €, y he pagado 57,9 €. ¿Qué porcentaje de descuento se ha realizado?

Solución:

$57{,}9 : 77{,}2 = 0{,}75$

Se ha pagado el 75% y se ha descontado el 25%

77 Por unos pantalones y una camisa me han cobrado 204 €. Si me hicieron un descuento del 15%, ¿cuánto costaba la ropa?

Solución:

$204 : 0{,}85 = 240$ €

Para profundizar

78 El año pasado pagábamos el kilo de pan a 2,4 €. ¿Qué porcentaje ha subido si ahora lo pagamos a 2,52 €?

Solución:

$2{,}52 : 2{,}4 = 1{,}05$

Se ha subido un 5%

79 Por un kilogramo de harina hemos pagado 0,78 €. Si hemos pagado la harina un 4% más cara que el año pasado, ¿a cuánto estaba el kilo de harina el año pasado?

Solución:

$0{,}78 : 1{,}04 = 0{,}75$ €

80 Hemos comprado 2 kg de manzanas y hemos pagado 5,4 €. ¿Cuánto nos costarán 5 kg de manzanas?

Solución:

$$\begin{array}{ccc} \underline{\text{Peso (kg)}} & \text{(D)} & \underline{\text{Dinero (€)}} \\ 2 & \longrightarrow & 5{,}4 \\ 5 & \longrightarrow & x \end{array}$$

$\frac{2}{5} = \frac{5{,}4}{x} \Rightarrow x = 13{,}5$ €

81 En un supermercado ofrecen un paquete de botellas de refresco por 9 €, con la siguiente oferta: «2 × 3», que significa que pagas dos paquetes y te llevas tres. Una persona se lleva 18 paquetes. ¿Cuánto tuvo que pagar?

Solución:

$$\begin{array}{ccc} \underline{\text{Nº paquetes}} & \text{(D)} & \underline{\text{Dinero (€)}} \\ 3 & \longrightarrow & 18 \\ 18 & \longrightarrow & x \end{array}$$

$\frac{3}{18} = \frac{18}{x} \Rightarrow x = 108$ €

82 He comprado un cuarto de jamón y 200 g de queso por 3,36 €. Si el jamón está a 9,68 €/kg, ¿cuánto cuesta el kilo de queso?

Solución:

Coste del jamón: 9,68 · 0,25 = 2,42 €

Coste del queso: 3,36 – 2,42 = 0,94 €

Coste del kilo de queso: 0,94 · 5 = 4,7 €

83 Un padre decide repartir 36 € de paga entre sus hijos, y desea hacerlo proporcionalmente a sus edades, que son 8, 12 y 16 años. ¿Cuánto le corresponderá a cada uno?

Solución:

La suma de las edades es: 8 + 12 + 16 = 36

A cada año le corresponde 1 €. Luego, le corresponden: 8 €, 12 € y 16 € respectivamente.

Bloque 3. Tema 6

Composición de la Tierra. Iniciación a las TIC

ÍNDICE

Presentación tema 6

En nuestro planeta podemos distinguir a grandes rasgos tres capas.

Una gaseosa, la atmósfera, formada por nitrógeno oxígeno y otros gases, que nos protege de las radiaciones y permite la vida y responsable del clima.

Una líquida (aunque también tiene partes sólidas y gaseosas), la hidrosfera.

Y otra sólida, la geosfera, compuesta de rocas y minerales. Está dividida a grandes rasgos en corteza, manto y núcleo.

El uso Internet ha adquirido una gran relevancia en los últimos años. Internet nos permite realizar multitud de tareas sin movernos de nuestra casa; en este tema podrás ver algunas de las más básicas, como buscar información o descargar archivos.

1. La atmósfera

La atmósfera terrestre es una mezcla de gases. Los más abundantes son nitrógeno (78%), oxígeno (21%) y dióxido de carbono 0,033%). Además puede contener vapor de agua, gases nobles, hidrógeno y ozono.

La densidad de la atmósfera disminuye conforme ascendemos en altura. Cuando subimos a la cima de una montaña decimos que el aire está "enrarecido". Es porque la mayor parte de la masa del aire está en las zonas bajas atraída por la gravedad de la tierra y está como "aplastado" por su propio peso y cuanto más ascendemos más liviano, tenue y ligero es el aire. En las capas altas existe menos presión y la densidad es menor. La densidad y la presión del aire disminuyen con la altura.

Actividad 1

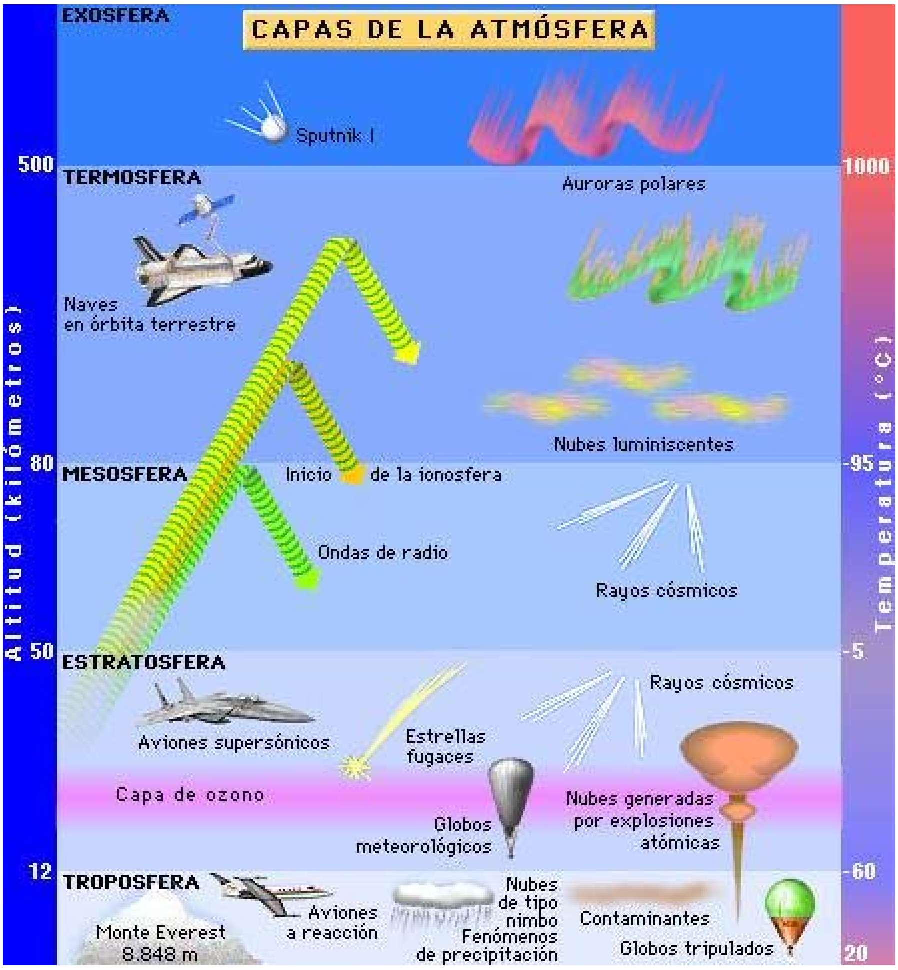
¿Cuál es la composición de la atmósfera terrestre?

Respuesta

1.1. Capas de la atmósfera

La atmósfera puede llegar a tener en algunas zonas hasta un espesor de 1000 Km y está dividida en capas. Estas capas son:

- **Troposfera**: la más cercana a la tierra (10 Km), es donde se desarrollan los fenómenos atmosféricos conocidos. Los aviones pueden superar esta capa e introducirse en la siguiente.
- La **estratosfera**: llega hasta los 50 Km y es en ella donde existe una mayor concentración de ozono (25 km), de gran importancia para la vida en la tierra. Se queda con las radiaciones nocivas emitidas por el sol de alta intensidad, actuando como un filtro.
- La **mesosfera**: hasta los 80 Km, recibe todas las radiaciones de alta intensidad. Por ella viajan los globos sonda.
- La **ionosfera (o termosfera)** y la **exosfera**: son las capas externas de la atmósfera y llegan a tener entre 100º y 300º C de temperatura. Por la termosfera se pasean las naves espaciales a unos 100 Km de la tierra.



Actividad 2

Repasa las capas de la atmósfera:

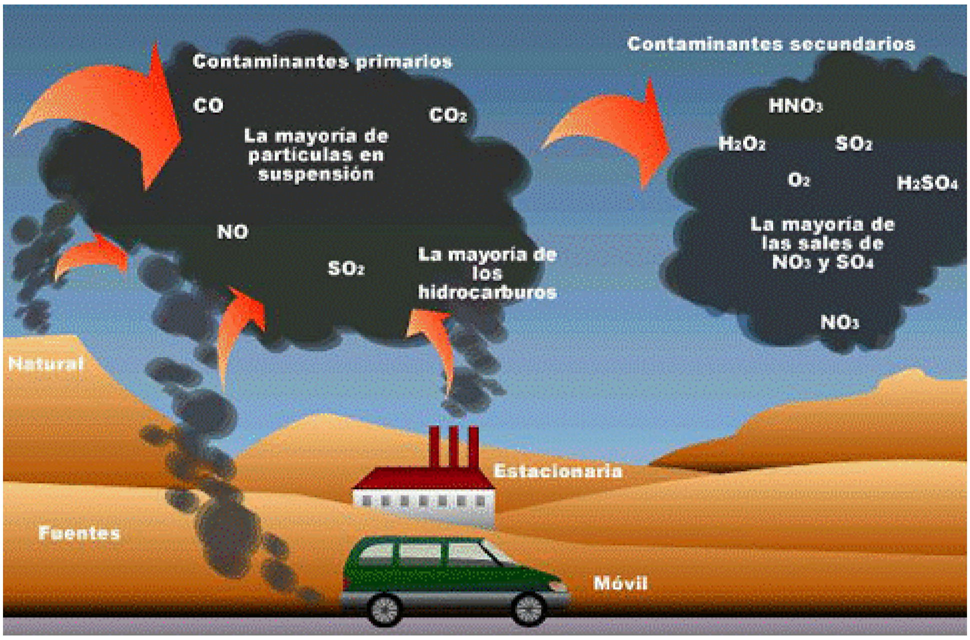
Respuestas

1.2. La contaminación de la atmósfera

El **aire limpio** es transparente. Si a la atmósfera le añadimos el humo de los coches, de las fábricas, de las calefacciones, etc. lo oscurecemos, el aire se vuelve opaco y decimos que es **aire contaminado**.

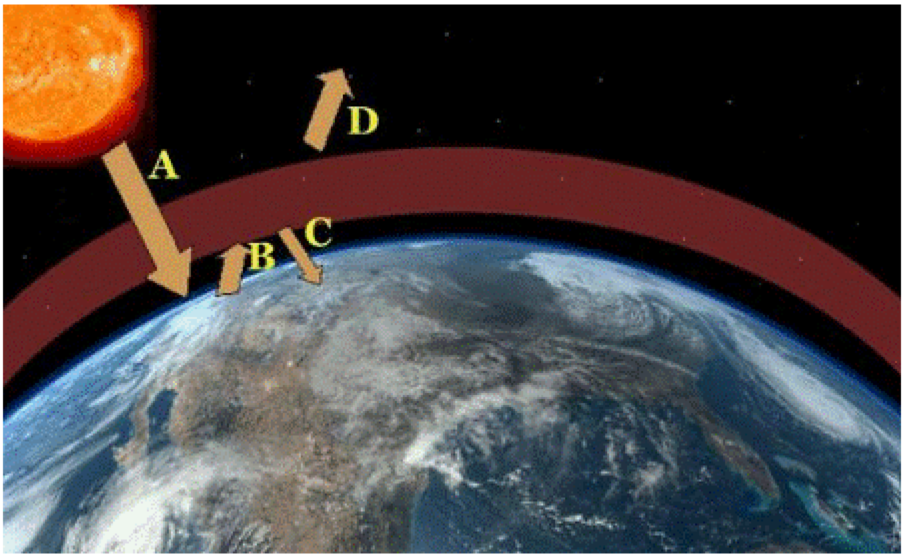
Los gases que contaminan la atmósfera son: dióxido de azufre, dióxido de carbono, óxido de nitrógeno, metano y ozono. Los efectos que pueden producir sobre la atmósfera son:

- El aumento del **efecto invernadero** por aumento de las concentraciones de dióxido de carbono en la atmósfera
- La destrucción de la **capa de ozono** por los CFCs (de los sprays y refrigeradores), los insecticidas y herbicidas.



© http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/1ESO/atmosfera/contenidos4.htm

El dióxido de carbono, agua, ozono y nitrógeno forman una capa que permite el paso de los rayos del sol a la corteza terrestre, pero impiden su salida cuando rebotan en la superficie de la tierra, produciendo un calentamiento de la atmósfera más cercana a la tierra. Este efecto puede verse multiplicado por los gases contaminantes que pueden elevar de forma alarmante la temperatura media ambiental de determinados puntos de la corteza. Esto conllevaría a la desaparición de determinadas especies y a la destrucción de los polos. El hielo se fundiría y aumentaría la cantidad de agua, inundando las costas, los valles... Estos son los efectos del llamado **EFECTO INVERNADERO**.



A: Absorción de la radiación emitida por el Sol en las capas atmosféricas.

B: Reflexión de la radiación solar absorbida (aproximadamente un 30%).

C: Captación de la radiación solar reflejada por los gases invernaderos.

D: Expulsión de la radiación solar al espacio.

El ciclo formado por los puntos B y C, es el responsable del aumento en la temperatura de las capas más cercanas a la superficie terrestre.

Actividad 3

¿Cuál es el gas responsable del efecto invernadero y como actúa?

Respuesta

1.3. Fenómenos atmosféricos

Son los fenómenos que ocurren en la atmósfera: **viento**, **nubes**, **precipitaciones** (lluvia, nieve, granizo...) y **fenómenos eléctricos** (auroras polares, tormentas eléctricas...). Los vientos, sin embargo, son los desencadenantes de la mayoría de los fenómenos atmosféricos. Se deben fundamentalmente a variaciones de la **temperatura y densidad** del aire de unos lugares a otros. El viento va desde las zonas de aire más frío (más denso) hacia las zonas de aire más caliente (más dilatado y pesa menos).

El aire caliente que asciende hasta las capas más altas de la atmósfera, se enfría progresivamente según asciende, esto provoca la condensación del vapor de agua en gotitas microscópicas que forman las **nubes**. Estas se van reuniendo unas con otras formando gotas cada vez mayores que se sostienen en el aire gracias al viento. Cuando se hacen muy pesadas estas nubes, el agua cae por gravedad y da lugar a **lluvias**. La nieve se produce cuando la temperatura del aire es inferior a 0º C. El **granizo** se origina cuando el viento es fuerte y las temperaturas muy bajas, los fuertes vientos llevan entonces grandes gotas de agua que al congelarse dan granizo o **pedrisco** que puede alcanzar hasta varios centímetros de diámetro.

La **niebla** es otro de los fenómenos producidos por la condensación del vapor de agua atmosférico. En realidad, es una nube tan baja que toca el suelo. Tanto la niebla como la nube consisten, en esencia, en un conjunto de gotitas dispersas en el aire. Las diferencias existentes entre ambas formaciones son la altitud a la que cada una se origina, y que las nubes contienen cristalitos de hielo.

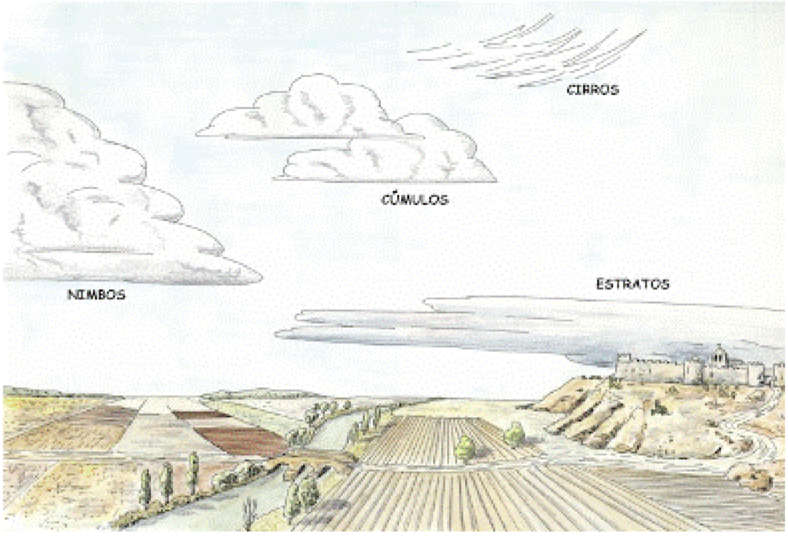
La niebla, pues, está constituida por gotitas de agua tan microscópicas que flotan en el aire, reduciendo la visibilidad cuanto más juntas están, es decir, cuanto más espesa es la misma. La niebla se forma al enfriarse el aire que está en contacto con la tierra o el mar. Al igual que las nubes, el exceso de vapor se condensa en gotitas de agua gracias a los núcleos de condensación.

Existen otro tipo de precipitaciones que, a diferencia de las anteriormente descritas, se puede decir que se originan directamente sobre la superficie terrestre, aunque el proceso de condensación viene a ser el mismo. La más conocida de estas precipitaciones es el **rocío**, que consiste en la aparición de gotitas de agua sobre los objetos y cuerpos expuestos a la intemperie, principalmente los vegetales. El rocío se forma a causa de que los cuerpos que, como las plantas, son malos conductores del calor, se enfrían considerablemente en las noches claras y serenas, al emitir gran cantidad de radiación calórica hacia el espacio. Debido a este proceso, las capas de aire en contacto con el suelo y los vegetales se enfrían demasiado, no pudiendo mantener, por tanto, todo el agua en forma de vapor, la cual se condensa en forma de gotitas, siempre que la temperatura sea mayor de 0ºC. Estas diminutas gotas, unas veces se depositan directamente sobre los objetos que están en contacto con el aire enfriado, y otras caen desde alturas inferiores a un metro.

Vulgarmente se cree que el rocío sólo se forma en las primeras horas de la noche y madrugada, pero lo cierto es que se produce siempre que la temperatura del suelo desciende lo necesario.

La **escarcha** no es el rocío que se hiela, como puede parecer, sino que es un fenómeno independiente. Cuando la condensación del vapor de agua se produce a una temperatura inferior a 0ºC., en las condiciones estipuladas para el rocío, se precipita sobre los vegetales y objetos malos conductores del calor en forma de cristalitos de hielo, ya sea como agujas, plumas, escamas, etc. La escarcha es, pues, un hielo que proviene directamente del vapor atmosférico sin pasar por el estado líquido. De ahí que a este fenómeno también se le conozca por el nombre de helada.

Existen diversos tipos de nubes. Los cuatro tipos fundamentales son: **cirros** (nubes de aspecto filamentoso en la zona alta de la troposfera con mínimo espesor y que no provocan sombras); **cúmulos** (son las clásicas nubes, de color blanco brillante en las zonas expuestas al sol y gris oscuro en las de sombra); **estratos** (son bancos uniformes de nubes que traen lluvia y llovizna, muy extendidas y de estructura uniforme) y **nimbos** (nubes bajas, nubes lluviosas de color gris oscuro).



http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/1ESO/atmosfera/contenidos6.htm

Actividad 4

Repasa los principales tipos de nubes:

Respuesta

1.4. El aire y la vida

Sin el oxígeno del aire los seres vivos se morirían. Gracias a la **respiración** los seres vivos obtienen la energía que necesitan para mantenerse vivos. Tanto las plantas como los animales, durante toda su vida y tanto de día como de noche necesitan consumir y respirar oxígeno del aire. A cambio, éstos desprenden dióxido de carbono (CO_2).

Las plantas se fabrican su alimento mediante la **fotosíntesis**, usan la energía del sol, el dióxido de carbono del aire y agua y sales del suelo. Las plantas en este proceso desprenden oxígeno y así enriquecen la atmósfera de este preciado gas puesto que liberan mucho más del que consumen al respirar.

El nitrógeno sin embargo aunque está presente en la atmósfera y entra en nuestros pulmones **en forma gaseosa no lo podemos usar para nada**. El nitrógeno necesario para la vida se obtiene del suelo.

Actividad 5

¿Cuál es la función de cada uno de los gases de la atmósfera?

Respuesta

1.5. Tiempo y clima

Con frecuencia se confunde el tiempo atmosférico y el clima de un lugar. El tiempo atmosférico a una hora determinada, por ejemplo a las doce del mediodía, viene determinado por la temperatura, presión atmosférica, dirección y fuerza del viento, cantidad de nubes, humedad etc., registrados en el instante que se considera. Se comprende que el tiempo atmosférico cambia rápidamente por variar la temperatura, la presión atmosférica etc. No hace la misma temperatura a las 12 del mediodía que a las 6 de la mañana.

Por otro lado también puede decirse que Madrid, París y Caracas tienen el mismo tiempo en un momento dado, por ejemplo, un día con lluvia en las tres capitales da lugar a un mismo *tiempo lluvioso.* Sin embargo, es evidente que estas tres ciudades no tienen el mismo clima, ni siquiera parecido. Prueba de ello es la diferente vegetación que rodea a cada una de ellas: exuberantemente tropical en Caracas, abundante en bosques y praderas en París y más bien esteparia y reseca en Madrid.

Así pues, el tiempo traduce algo que es instantáneo, cambiante y en cierto modo irrepetible; el clima, en cambio, aunque se refiere a los mismos fenómenos, los traduce a una dimensión más permanente duradera y estable.

De esta manera podemos definir el ***tiempo*** como "el estado de la atmósfera en un lugar y un momento determinados"; y el ***clima***, "como la sucesión periódica de tipos de tiempo".

Por tanto la mejor forma de abordar el análisis del clima sería a través del estudio de los *tipos de tiempo,* estableciendo sus características, sucesión y articulación habitual a través de las estaciones.

Los climas se establecen recogiendo las observaciones realizadas día a día en las diversas estaciones meteorológicas durante una serie de años, que al menos deben ser treinta, para obtener una fiabilidad mínima. El compendio de todos los datos permite establecer las distintas zonas climáticas en el planeta. La *climatología* es la ciencia que se encarga de estudiar las variedades climáticas que se producen en la Tierra y sus diferentes características en cuanto a: temperaturas, precipitaciones, presión atmosférica y humedad.

Ya puedes realizar la **Tarea 1**

***Para saber más**, en la siguiente página puedes ver más información sobre la atmósfera:*

http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/1ESO/atmosfera/index.htm

http://www.tecnun.es/asignaturas/Ecologia/Hipertexto/03AtmHidr/110Atmosf.htm

http://teleformacion.edu.aytolacoruna.es/AYC/document/atmosfera_y_clima/

Actividad 6

¿Cuál es la diferencia entre tiempo atmosférico y clima?

Respuesta

2. La hidrosfera

La hidrosfera es *el conjunto de las aguas que cubren parte de la superficie terrestre, la zona externa del planeta en la que existe agua en forma gaseosa, líquida o sólida (superficial o subterránea)*".

La mayor parte se encuentra en estado líquido, formando los océanos y, en las zonas continentales, formando ríos, lagos y corrientes de aguas subterráneas. En estado sólido lo podemos encontrar en los casquetes polares y en las cumbres de las montañas. En estado gaseoso (vapor de agua) lo encontraríamos en la atmósfera formando las nubes.

La hidrosfera terrestre es, también, el sustento de la vida. La vida aparece en los océanos, en el agua, y un porcentaje muy alto de todos los seres vivos es agua (entre el 60% y el 75% del peso de los seres vivos es agua).

Aproximadamente un 95% del agua se encuentra en los océanos y solamente un 5% en zonas continentales. Pero no toda esta agua es aprovechable.

Actividad 7

¿Cómo se encuentra distribuida el agua en la Tierra?

Respuesta

2.1. Estados físicos del agua

El agua se puede encontrar en los tres estados físicos de la materia:

Estado sólido

- hielo en los polos.
- glaciares
- cumbres montañosas

El paso del estado líquido al estado sólido se denomina ***solidificación*** y ocurre cuando la temperatura desciende a 0 ºC

Estado líquido

- ríos
- lagos
- lluvia

El paso del estado sólido al líquido se denomina ***fusión***, el agua se encuentra en estado liquido entre los los 3º - 4º C y los 90º - 95º C, dependiendo de las sustancias que lleve en disolución.

Estado gaseoso:

- vapor de agua
- géiseres

El paso del estado líquido al estado gaseoso se denomina ***ebullición*** o **evaporación** y se produce cuando el agua alcanza los 100º C. El proceso contrario, paso de gaseoso a líquido, se denomina ***condensación***. el agua en estado gaseosos puede pasar, en condicione muy especiales, directamente a estado sólido y al proceso se le denomina ***sublimación***.

El agua pura no es posible encontrarla en la naturaleza, para obtenerla es necesario realizar un proceso denominado destilación, se hierve el agua salada o dulce y luego se enfría, y lo que obtenemos es Agua Destilada, que no es apta para el consumo.

El agua es el sustento de la vida sobre el planeta Tierra, la vida apareció y se desarrollo en lo océanos. Todos los seres vivos necesitan agua para vivir y están formados por agua.

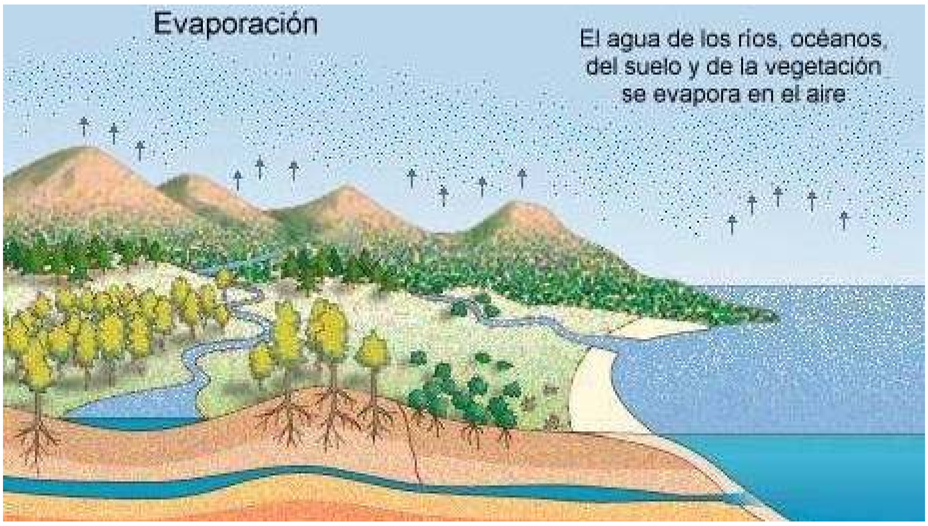
Actividad 8

Di donde podemos encontrarnos el agua en sus distintos estados:

Respuesta

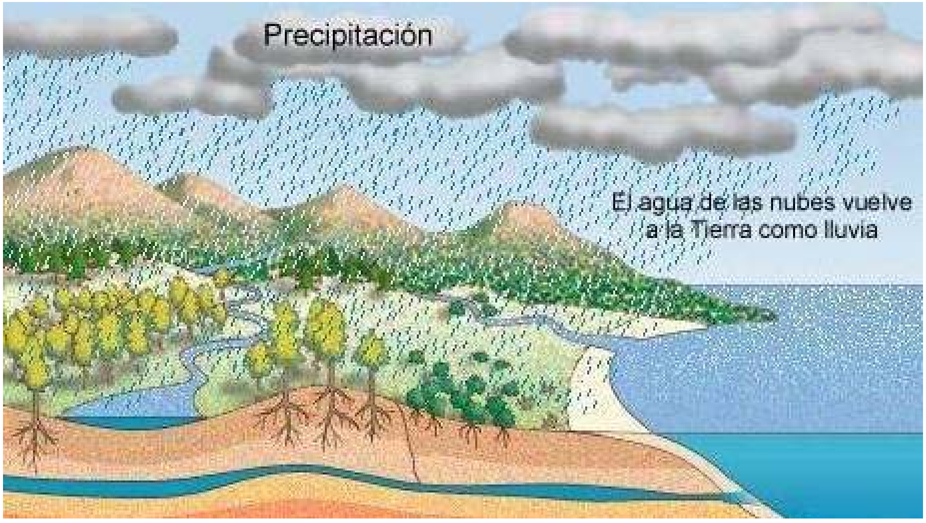
2.2. El ciclo del agua

El sol, que dirige el ciclo del agua, calienta el agua de los océanos, la cual se **evapora** hacia el aire como vapor de agua.



Corrientes ascendentes de aire llevan el vapor a las capas superiores de la atmósfera, donde la menor temperatura causa que el vapor de agua se **condense** y forme las nubes.

Las corrientes de aire mueven las nubes sobre el globo, las partículas de nube colisionan, crecen y caen en forma de **precipitación**. Parte de esta precipitación cae en forma de nieve, y se acumula en capas de hielo y en los glaciares, los cuales pueden almacenar agua congelada por millones de años. En los climas más cálidos, la nieve acumulada se funde y derrite cuando llega la primavera.



La nieve derretida corre sobre la superficie del terreno como agua de deshielo y a veces provoca inundaciones. La mayor parte de la precipitación cae en los océanos o sobre la tierra, donde, debido a la gravedad, corre sobre la superficie como **escorrentía** superficial. Una parte de esta escorrentía alcanza los ríos en las depresiones del terreno; en la corriente de los ríos el agua se transporta de vuelta a los océanos. El agua de escorrentía y el agua subterránea que brota hacia la superficie, se acumula y almacena en los lagos de agua dulce.

No toda el agua de lluvia fluye hacia los ríos, una gran parte es absorbida por el suelo como **infiltración**. Parte de esta agua permanece en las capas superiores del suelo, y vuelve a los cuerpos de agua y a los océanos como descarga de agua subterránea. Otra parte del agua subterránea encuentra aperturas en la superficie terrestre y emerge como manantiales de agua dulce.

El agua subterránea que se encuentra a poca profundidad, es tomada por las raíces de las plantas y transpirada a través de la superficie de las hojas, regresando a la atmósfera. Otra parte del agua infiltrada alcanza las capas más profundas de suelo y recarga los acuíferos, los cuales almacenan grandes cantidades de agua dulce por largos períodos de tiempo. A lo largo del tiempo, esta agua continua moviéndose, parte de ella retornará a los océanos, donde el ciclo del agua comienza nuevamente.

Las imágenes de este apartado están cogidas del proyecto biosfera
(http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/1ESO/hidrosfe/ciclo.htm)

Ya puedes realizar la **Tarea 2**

Para saber más, en la siguiente página puedes ver más información sobre la hidrosfera:

http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/1ESO/hidrosfe/index.htm

http://www.tecnun.es/asignaturas/Ecologia/Hipertexto/03AtmHidr/130Hidr.htm

http://www.practiciencia.com.ar/ctierrayesp/tierra/superficie/hidrosfera/index.html

http://centros5.pntic.mec.es/ies.lucia.de.medrano/Geolo/20.htm

Actividad 9

Repasa de forma breve y esquemática el ciclo del agua:

[Respuesta](#)

3. La geosfera

La geosfera es la capa sólida de la tierra. Existen 6.370 km. de la superficie al centro del planeta Tierra.

3.1. Capas de la Tierra

El planeta se compone de distintas capas con distintas características cada una.

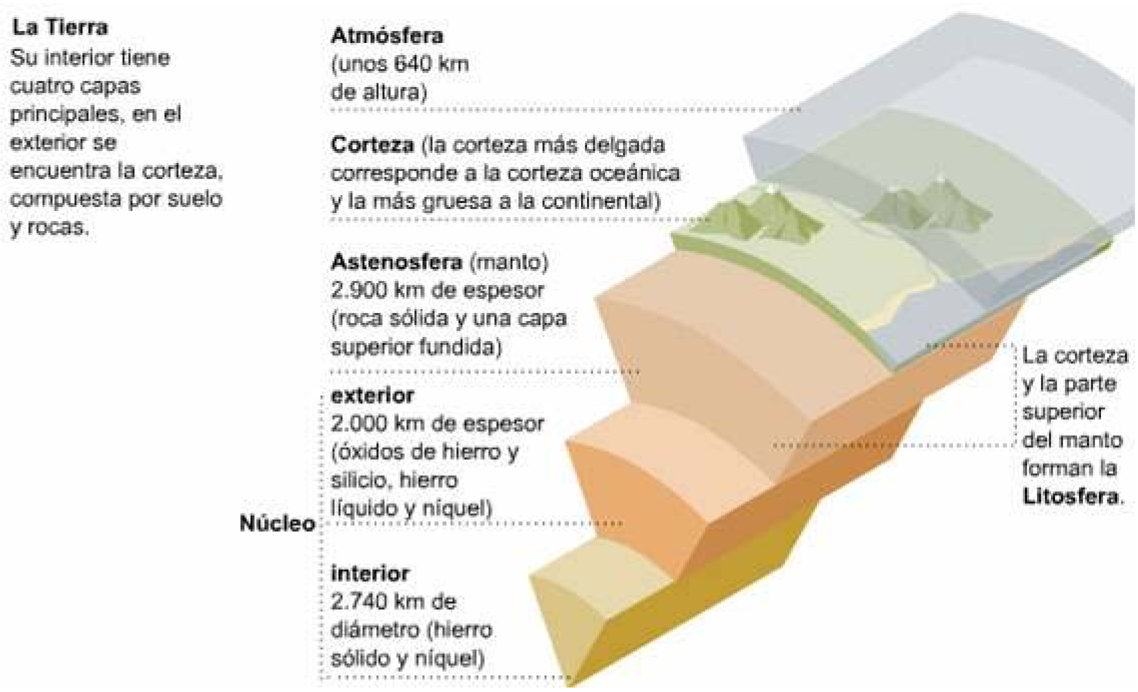


Imagen recopilada de El País Digital <http://www.elpais.es>

Si partimos desde la superficie hacia el interior nos encontramos con las siguientes capas:

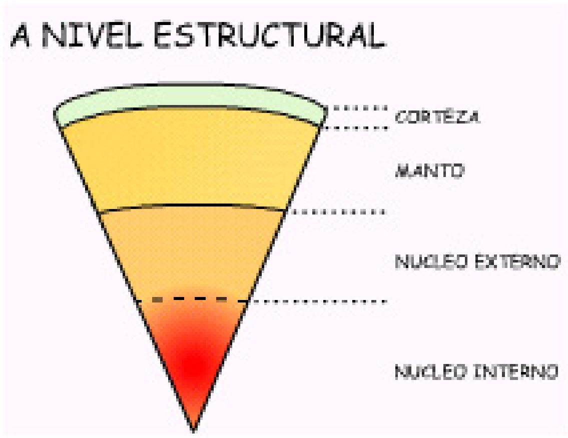
1. **CORTEZA** o **litosfera**: Es la capa más externa, la que está en contacto con la atmósfera; donde y está formada por silicatos ligeros, carbonatos y óxidos. Es más gruesa en la zona de los continentes y más delgada en los océanos. Es una zona geológicamente muy activa ya que aquí se manifiestan los procesos internos debidos al calor terrestre, pero también se dan los procesos externos (erosión, transporte y sedimentación) debidos a la energía solar y la fuerza de gravedad. Se diferencia una corteza continental y una corteza oceánica. Tiene un grosor medio de 30 km, aunque varía entre un mínimo de 5 km y un máximo de 70 km.
2. **MANTO** o **mesosfera**: Llega desde la corteza hasta una profundidad de 2.900 km. Es una capa sólida, aunque entre los 200 km y los 800 km presenta cierta plasticidad. Esta zona más plástica se conoce como **astenosfera** y se la considera como el motor interno de la Tierra.

   Está formado por silicatos, más densos en el interior (manto inferior) y menos hacia el exterior (manto superior). Es una capa muy activa ya que se producen fenómenos de convección de materiales, es decir, los materiales calientes tienden a ascender desde el núcleo, pudiendo alcanzar la superficie y cuando los materiales se enfrían tienden a hundirse de nuevo hacia el interior, como un ciclo de materia llamado Ciclo de Convección. Al moverse estos materiales producen el desplazamiento de los continentes y todo lo que esto lleva asociado: terremotos, vulcanismo, creación de islas y cordilleras, etc.

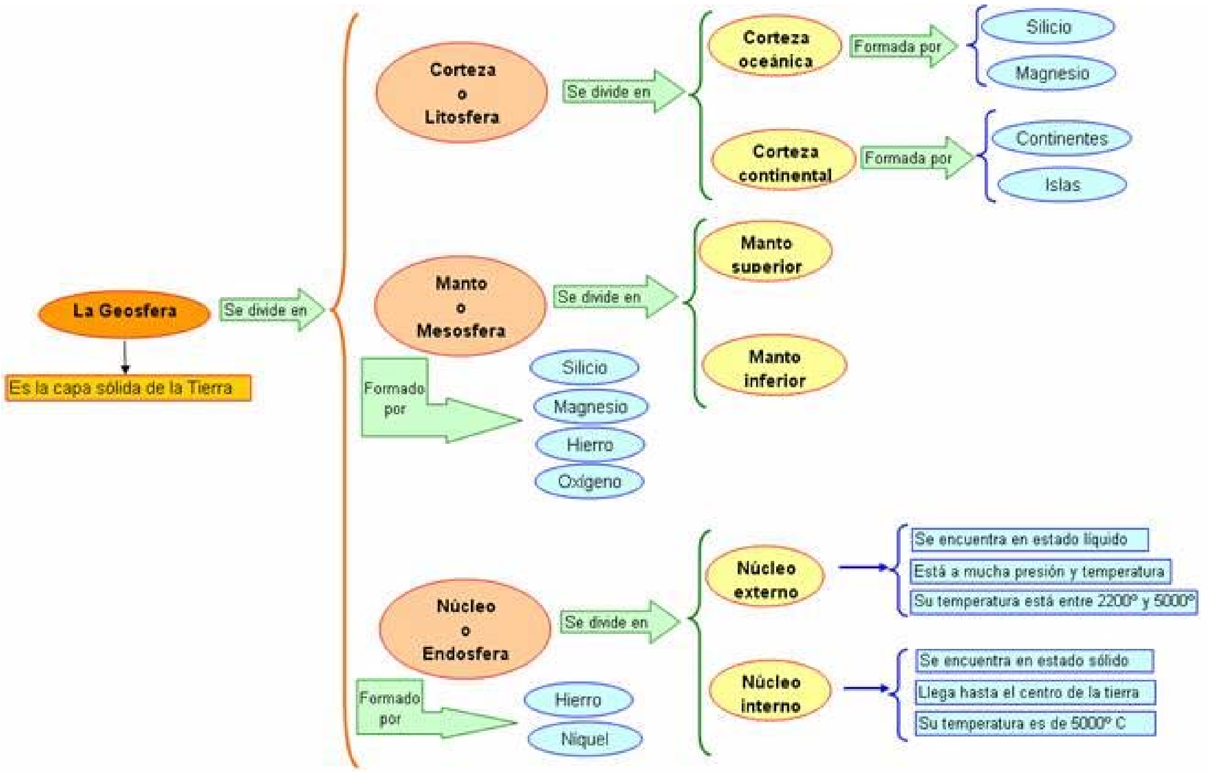
- **NÚCLEO**: También llamado **endosfera**, es la capa más interna de la Tierra. Está formada por metales como el hierro y el níquel y es bastante peculiar por el hecho de que se encuentra fundida, al menos parcialmente (el núcleo externo), debido a las altas temperaturas que existen en esa zona. Este calor interno es el responsable de los procesos internos que se dan en la Tierra, alguno de los cuáles tiene manifestaciones en la superficie, como son los terremotos, el vulcanismo o el desplazamiento de los continentes. Se divide en:

  Núcleo Externo: desde el límite con el Manto hasta los 5.100 km de profundidad. Es de carácter metálico y muy denso. Formado por hierro, níquel y azufre. Debido a las condiciones de presión y temperatura en esta zona, el Núcleo Externo se encuentra en estado líquido.

Núcleo Interno: ocupa la esfera central de la Tierra. Como el Externo, es también metálico, formado por hierro y níquel. La presión que soporta es tan grande que, aunque la temperatura puede superar los 6.000º C, se encuentra en estado sólido. Es la capa más densa de la Tierra.



Capa interna	**Espesor aproximado**	**Estado físico**
Corteza	7-70 km	Sólido
Manto superior	650-670 km	Plástico
Manto inferior	2.230 km	Sólido
Núcleo externo	2.220 km	Líquido
Núcleo interno	1250 km	Sólido



Actividad 10

Repasa las capas de la Tierra:

[Respuestas]

3.2. Minerales y rocas

En la corteza hay dos tipos de materiales: minerales y rocas.

Mineral: denominamos así a un material de la Corteza terrestre caracterizado por su composición química y su estructura interna (cómo están ordenados sus átomos).

Roca: es el material formado como consecuencia de un proceso geológico concreto: volcanes, sedimentación en los ríos, transformaciones de otras rocas, etc.

Los minerales son cuerpos de materia sólida del suelo que pueden aparecer de formas muy diversas, ya sea de forma aislada o como componentes fundamentales de las rocas.

Las rocas son agregados de diversos minerales, aunque, en ocasiones, pueden estar formadas por un único mineral.

Actividad 11

Diferencias entre roca y mineral:

Respuesta

Ya puedes realizar la **Tarea 3**

Para saber más, en la siguiente página puedes ver más información sobre la hidrosfera:

http://www.mineraltown.com/infocoleccionar/Como_formacion_rocas_minerales.htm#Minerals

http://www.astromia.com/tierraluna/corteza.htm

http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/1ESO/corteza/index.htm

- La estratosfera: llega hasta los 50 Km y es en ella donde existe una mayor concentración de ozono (25 km),
- La mesosfera: hasta los 80 Km,
- La ionosfera (o termosfera) y la exosfera: son las capas externas de la atmósfera.

Volver

6.3 Respuestas de la actividad 3

Es el dióxido de carbono (CO2). Permite que los rayos de sol penetren en la atmósfera pero impide que vuelvan a escapar `produciendo un calentamiento.

Volver

6.4 Respuestas de la actividad 4

- Cirros nubes de aspecto filamentoso en la zona alta de la troposfera
- Cúmulos son las clásicas nubes, de color blanco brillante
- Estratos son bancos uniformes de nubes que traen lluvia y llovizna,
- Nimbos nubes bajas, nubes lluviosas de color gris oscuro

Volver

6.5 Respuestas de la actividad 5

El nitrógeno es inerte y no se puede usar. El oxigeno sirve para la respiración de animales y plantas y el dióxido de carbono sirve a las `plantas parar la fotosíntesis.

Volver

6.6 Respuestas de la actividad 6

El tiempo es el estado de la atmósfera en un momento dado mientras que clima es la sucesión de esos estados.

Volver

6.7 Respuestas de la actividad 7

La mayor parte en los océanos (un 95%), el otro 5% aproximadamente en zonas continentales formando los Polos glaciares y nieves perpetuas, ríos, lagos y aguas subterráneas. Hay también una pequeña parte en forma de vapor de agua formando las nubes.

Volver

6.8 Respuestas de la actividad 8

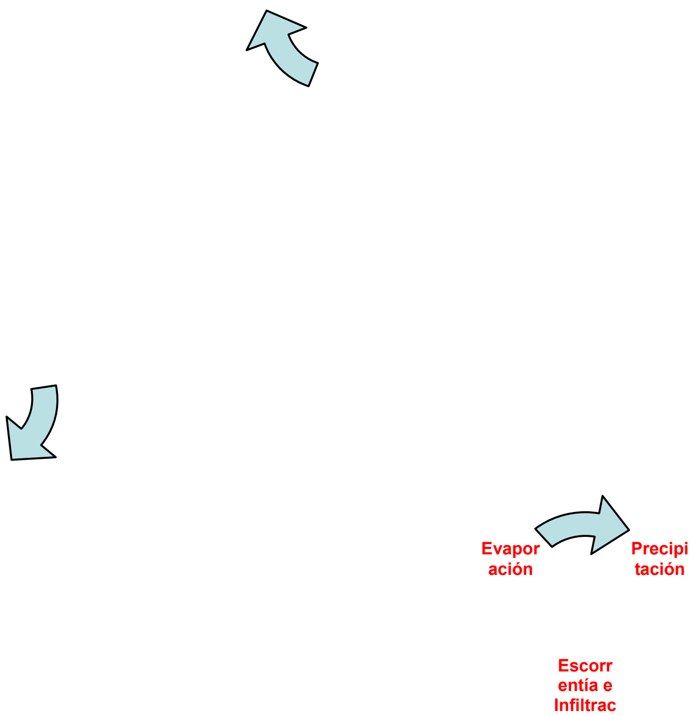
Sólido: En los polos, glaciares y nieves perpetuas.

Líquido en ríos, lagos mares y océanos.

Gaseoso en nubes y géiseres.

Volver

6.9 Respuestas de la actividad 9



Volver

6.10 Respuestas de la actividad 10

1. Corteza o litosfera: Es la capa más externa, la que está en contacto con la atmósfera; y está formada por silicatos ligeros, carbonatos y óxidos.

2. Manto o mesosfera: Llega desde la corteza hasta una profundidad de 2.900 km. Es una capa sólida, aunque entre los 200 km y los 800 km presenta cierta plasticidad (astenósfera) y está formado por silicatos.

3. Núcleo: También llamado endosfera, es la capa más interna de la Tierra. Está formada por metales como el hierro y el níquel Se divide en:
   - Núcleo Externo:
   - Núcleo Interno

Volver

6.11 Respuestas de la actividad 11

Un mineral tiene una composición química y una estructura específica, mientras que la roca suele estar compuesta de varios minerales y es el resultado de algún fenómeno geológico.