

## Contenido

<u>Primer parcial</u>	<u>Segundo parcial</u>
<b>1: Funciones.</b>	<b>6: Cinemática.</b>
<b>2: La materia.</b>	<b>7: Dinámica.</b>
<b>3: Probabilidad.</b>	<b>8: Trabajo, Energía y Calor.</b>
<b>4: Trigonometría.</b>	<b>9: Salud y enfermedad.</b>
<b>5: Genética celular.</b>	

## Contactar

### Web de la asignatura

<https://sites.google.com/view/act202021/p%C3%A1gina-principal/4-esp>

### Correo electrónico

curso201617cepa@gmail.com



## Bibliografía

- ✓ Temas 1,2,3,4,6,7 y 8 Portal de Educación de la Junta de Comunidades de Castilla La Mancha. Temario de Educación Secundaria para personas adultas a distancia (Visitado el 1 de septiembre de 2023) <https://www.educa.jccm.es/es/estperadult/estudiar-epa/enseanzas-conducentes-titulacion/educacion-secundaria-personas-adultas-presencial-distancia-/educacion-secundaria-personas-adultas-distancia-esp/adceso-esp-distancia-ordinaria-virtual/temario-educacion-secundaria-personas-adultas-distancia-esp>.
- ✓ Tema 5. "Genética 4º ESO". Apuntes redactados por Juan Egea, profesor del CEA Infante. Murcia. (Visitado el 1 de diciembre de 2023) [https://matesxcasa.files.wordpress.com/2017/09/probabilidad\\_genetica.pdf](https://matesxcasa.files.wordpress.com/2017/09/probabilidad_genetica.pdf)
- ✓ Tema 9. "Salud y enfermedad". Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y Formación del Profesorado. (Visitado 2 de noviembre) Las personas y la salud <https://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/3esobiologia/index.htm>

# TEMA 1. FUNCIONES

## Contenido

1. Resumen .....	2
2. Funciones.....	3
Ejes de coordenadas o cartesianos. Coordenadas cartesianas .....	3
3. Función lineal .....	7
Rectas de la forma $y = m \cdot x$ .....	7
Rectas de la forma $y = m \cdot x + n$ .....	9
4. Función cuadrática .....	12
5. Ejercicios .....	13
Ejercicio1 .....	13
Ejercicio2 .....	14

## BIBLIOGRAFÍA

Apuntes Mareas Verdes. 3º B de ESO-Capítulo 10: Funciones y gráficas.

[https://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/3B/10\\_Funciones\\_3B.pdf](https://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/3B/10_Funciones_3B.pdf)

# 1. Resumen

La Ciencia utiliza modelos, y muchos modelos se consiguen ajustando una función a una tabla de valores. Por ejemplo, en este momento estamos ajustando unas parábolas a la relación entre la duración del desarrollo en días y la temperatura de los diferentes estadios de la cochinilla roja, *Aonidiella aurantii*, que es una plaga que ataca a los cítricos produciendo desde la muerte del árbol a su desvalorización comercial, y de sus enemigos naturales, como los del género *Aphytis*, que bajo ciertas condiciones pueden llegar a regular las poblaciones de tal forma que no hagan falta utilizar otras medidas adicionales de control como insecticidas.

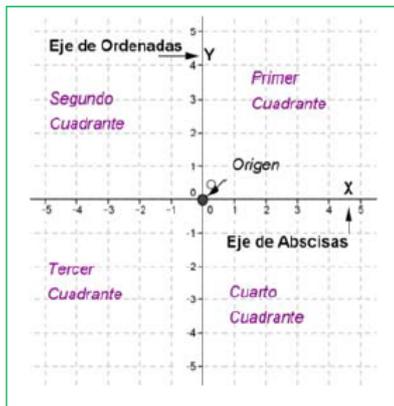


Una vez conseguida una función que se ajuste a una tabla de valores se puede pronosticar lo que va a ocurrir o dar valores que no se conocían previamente.

Ajustar modelos mediante funciones que sirvan en las situaciones más variadas es una de sus aplicaciones más importantes.

## 2.Funciones

### Ejes de coordenadas o cartesianos. Coordenadas cartesianas

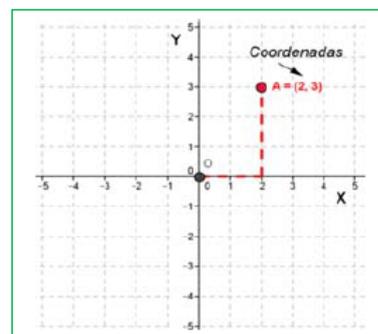


**Recuerda que:**

Un conjunto formado por el **origen O**, los dos **ejes de coordenadas** y la **unidad de medida** es un **sistema de referencia cartesiano**.

Las **coordenadas** de un punto A son un par ordenado de números reales **(x, y)**, siendo "x" la primera coordenada o **abscisa** e "y" la segunda coordenada u **ordenada**. A toda pareja ordenada de números (x, y) le corresponde un punto del plano.

También cualquier punto del plano queda totalmente determinado mediante sus coordenadas.

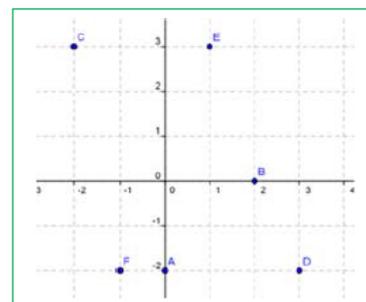


**Ejemplo:**

✚ En el gráfico anterior, el punto A tiene coordenadas (2, 3).

### Actividades propuestas

1. Copia en tu cuaderno e indica las coordenadas de todos los puntos que están señalados en el plano:
2. Representa gráficamente en tu cuaderno los siguientes puntos del plano: A (2, -3); B (0, -1); C (3, 4).



### Concepto intuitivo de función

Existen multitud de fenómenos en nuestra vida cotidiana en los que aparecen relacionadas dos magnitudes. Por ejemplo, el precio de un kilo de manzanas y el número de kilos que compramos, la duración de un trayecto y la velocidad a la que vamos...

Una **función** es una relación entre dos magnitudes de forma que a un valor cualquiera de una, llamada **variable independiente** ("x"), le hacemos corresponder, como mucho, un único valor de la otra, llamada **variable dependiente** ("y").

Observa que si a un mismo valor de x le corresponden dos o más valores de y, entonces la relación **no** es una función. En cambio, a la inversa, en una función un mismo valor de y sí puede provenir de distintos valores de x.

Las relaciones funcionales se pueden establecer mediante una tabla de valores, una gráfica o una expresión matemática o fórmula.

**Ejemplo:**

- ✚ Un kilo de tomates cuesta 0.8 €/kg. La función que establece cuánto debemos pagar en función de la cantidad de tomates que nos llevamos es  $y = f(x) = 0.8 x$ .



En la expresión  $y = f(x)$ ,  $f$  es el nombre que le ponemos a la **función**, (podríamos llamarla usando otras letras, las que se usan más frecuentemente son “ $f$ ”, “ $g$ ” y “ $h$ ”). Entre paréntesis va la variable “ $x$ ” que representa el número de kilos que compramos, es la **variable independiente** puesto que nosotros elegimos libremente la cantidad de tomates que queremos o necesitamos. La variable “ $y$ ” representa el precio que debemos pagar, es la **variable dependiente** puesto que “depende” de cuántos kilos nos llevamos, es decir, de “ $x$ ”.

La expresión,  $f(x)$ , que se lee “ $f$  de  $x$ ”, se suele usar con mucha frecuencia para designar a la variable dependiente porque resulta muy cómodo escribir cuánto nos costaría comprar una cantidad concreta, por ejemplo, 5 kg, se expresaría “ $f$  de 5” y su valor es  $f(5) = 0.8 \cdot 5 = 4 \text{ €}$ .

**Actividades propuestas**

3. De las siguientes relaciones entre dos variables, razona cuáles son funcionales y cuáles no:
  - a. Edad y peso de una persona concreta a lo largo de su vida.
  - b. Peso y edad de esa misma persona.
  - c. Un número y su mitad.
  - d. Un número y su cuadrado.
  - e. Precio de la gasolina y el día del mes.
  - f. Día del mes y precio de la gasolina.
4. Si hoy el cambio de euros a dólares está  $1 \text{ €} = 1.3 \text{ \$}$ , completa en tu cuaderno la siguiente tabla de equivalencia entre las dos monedas:

€	2	5	10	27	$x$
\$					

Expresa mediante una fórmula la relación que existe entre ambas, en la que, conociendo los euros, se obtengan los dólares. ¿Se puede expresar de forma única dicha relación? ¿Es una función?

Si cuando realizas el cambio en una oficina te cobran una comisión fija de 1.5 €, ¿cómo quedaría la fórmula en este caso?

Ya que en toda función tenemos dos valores que se relacionan de forma única, podemos dibujar ambos en los ejes cartesianos de forma que, si unimos todos esos puntos, obtenemos una curva que nos permite visualizar dicha función.

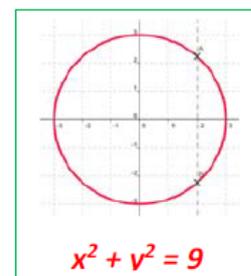
Dicha representación tiene una serie de limitaciones, muchas de ellas comunes a cualquier dibujo que se pueda hacer: es aproximada puesto que los instrumentos que se utilizan para hacerlo (regla, compás, lápiz...), por muy precisos que sean (ordenadores), siempre tienen un margen de error; también existen fallos de tipo visual o de los instrumentos de medida; o muchas veces tenemos que representar los infinitos puntos del grafo en un espacio finito, lo cual es imposible y hace que solo podamos dibujar una parte de lo que se pretende, pero no todo.

A pesar de todos estos inconvenientes, representar gráficamente esta serie de puntos relacionados que conforman la función, aunque sea de forma aproximada, es importante, puesto que nos permite entender muchas propiedades a simple vista: *“más vale una imagen que mil palabras”*.

Además, una representación también nos permite descubrir si la misma representa a una función o no, ya que en el dibujo es fácil interpretar si a un valor de la variable independiente le corresponde únicamente uno de la dependiente o más de uno, propiedad fundamental que define a las funciones.

### Ejemplo:

- ✚ El siguiente dibujo, que corresponde a una circunferencia, al valor **0** de la variable independiente le corresponden los valores **3** y **-3** de la dependiente. Además, hay otros muchos valores a los que les pasa lo mismo, como para  $x = 2$ , que corta a la gráfica en los puntos **A** y **B**. La circunferencia no puede ser la representación de una función.



La fórmula que corresponde a dicha gráfica es  $x^2 + y^2 = 9$  o, también  $y = \pm\sqrt{9 - x^2}$ .

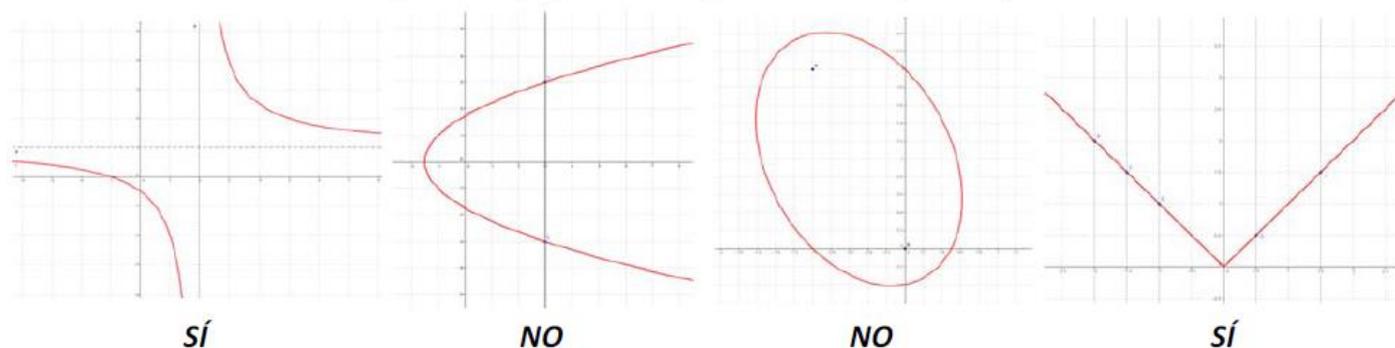
El **grafo de una función** es el conjunto de todos los pares ordenados en los que el primer valor corresponde a uno cualquiera de la variable independiente y el segundo al que se obtiene al transformarlo mediante la función:

$$\text{Grafo}(f) = \{(x, y); x \in \mathbb{R}, y = f(x)\}$$

La **gráfica de una función** es la representación en el plano cartesiano de todos los puntos que forman el grafo de la misma.

### Actividad resuelta

- ✚ Indica cuáles de las siguientes gráficas corresponden a una función y cuáles no:



¿Cuál es la clave o regla para reconocer, a partir del dibujo, si este corresponde a una función o no?

Si trazamos rectas verticales imaginarias y estas chocan con el dibujo, como mucho, en un punto, la gráfica corresponde a una función. Si choca en dos o más puntos, no es una función.

## Actividades propuestas

5. Realiza en tu cuaderno el dibujo de dos gráficas, una que corresponda a una función y otra que no. Identifica cada cual y explica el porqué de dicha correspondencia.
6. Razona si los valores de la siguiente tabla pueden corresponder a los de una función y por qué:

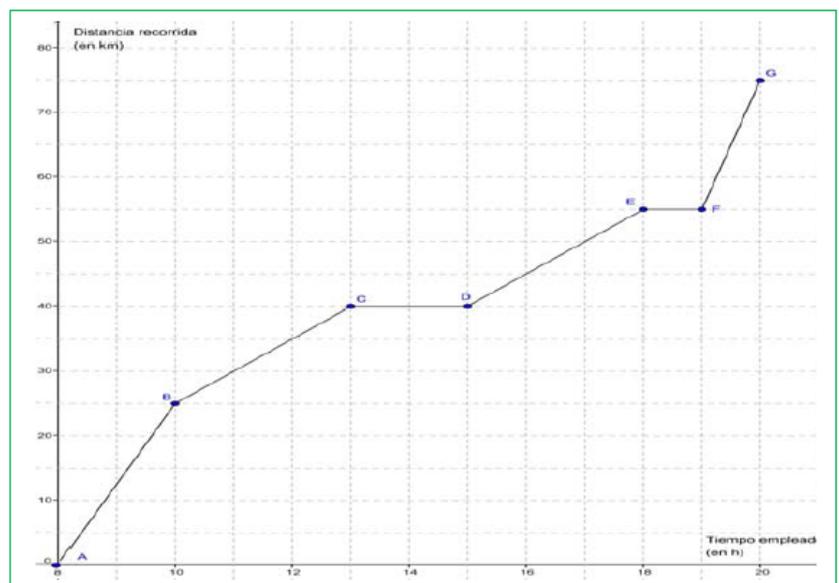
$x$	-10	-5	10	-10	27
$f(x)$	-3	0	5	4	0

7. Una persona camina a una velocidad de 4 km/h y parte del kilómetro 10. Escribe la expresión algebraica de la función que indica los kilómetros recorridos en función del tiempo. Señala cuáles son los valores que no tiene sentido dar a la variable independiente y en qué se traduce eso en la gráfica.
8. En una hoja de papel cuadriculado raya un cuadrado de lado un cuadrado. Su área es  $1 \text{ u}^2$ . Ahora haz lo mismo con un cuadrado de lado 2. Continúa tomando cuadrados de lados 3, 4, 5... y calcula sus áreas. Con los resultados completa una tabla de valores y dibuja su gráfica. ¿Tiene sentido para valores negativos de la variable? Busca una fórmula para esta función.
9. Para aparcar en zona azul (no residentes) hay unas tarifas. La tarifa mínima es de 0,50 euros, el tiempo máximo de aparcamiento es de 2 horas, cada media hora más cuesta 0,90 euros, y cada fracción, 0,05 euros. Representa una gráfica de la función cuya variable independiente sea el tiempo que se espera va a estar aparcado el vehículo y la variable dependiente el precio (en euros) que hay que pagar.
10. Un fabricante quiere construir vasos cilíndricos medidores de volúmenes, que tengan de radio de la base 5 cm y de altura total del vaso 18 cm. Escribe una fórmula que indique cómo varía el volumen al ir variando la altura del líquido. Construye una tabla con los volúmenes correspondientes a las alturas tomadas de 3 en 3 cm. Escribe también una fórmula que permita obtener la altura conociendo los volúmenes. ¿A qué altura habrá que colocar la marca para tener un decilitro?

11. La siguiente gráfica resume la excursión que hemos realizado por la sierra de Guadarrama:

¿Cuánto tiempo duró la excursión?  
 ¿Cuánto tiempo se descansó? ¿A qué horas?  
 ¿Cuántos kilómetros se recorrieron?  
 ¿En qué intervalos de tiempo se fue más rápido que entre las 11 y las 13 horas?

Haz una breve descripción del desarrollo de la excursión.  
 Construye una tabla de valores a partir de los puntos señalados en la gráfica.  
 Si en el eje de ordenadas representáramos la variable "distancia al punto de partida", ¿sería la misma gráfica? Con los datos que dispones, ¿puedes hacerla?



12. La relación entre la altura y la edad de los diferentes componentes de un equipo de baloncesto, ¿es una relación funcional? ¿Por qué? ¿Y la relación entre la edad y la altura? Escribe tres correspondencias que sean funcionales y tres que no.

## 3. Función lineal

### Rectas de la forma $y = m \cdot x$

Una **función lineal** es la que tiene la fórmula  $y = m \cdot x$ .

Es una función polinómica de primer grado a la que le falta el término independiente.

Una función lineal corresponde a una relación de proporcionalidad directa.

Por tanto, la relación de proporcionalidad directa es una **función lineal** de la forma  $y = m \cdot x$ .

La representación gráfica de dos magnitudes directamente proporcionales es una **recta** que pasa por el origen.

Por lo que la gráfica de una **función lineal** es una recta.

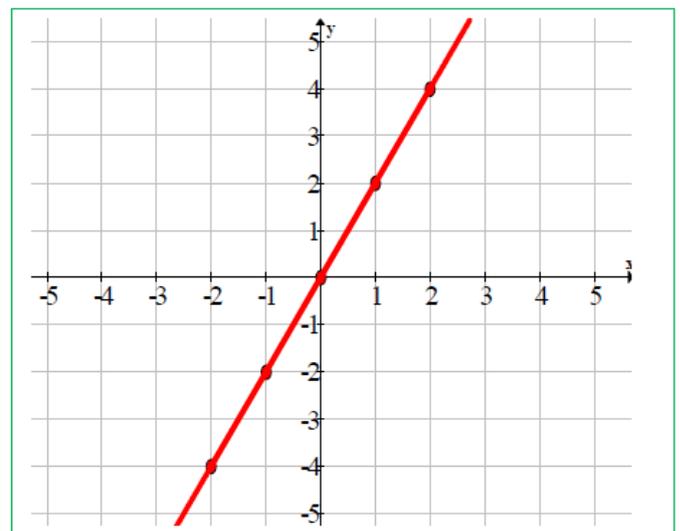
#### Ejemplo

✚ Representa la recta  $y = 2 \cdot x$

Nota: para definir una recta es suficiente con conocer dos de sus puntos (1, 2), (0, 0).

#### Recuerda que:

- ✚ Las rectas  $y = m \cdot x$  tienen los siguientes componentes:
- $x$  es la variable **independiente**.
  - $y$  es la variable **dependiente**.
  - $m$  es la **pendiente** de la recta.



Las características más importantes de las funciones lineales son:

- Pasan por el origen de coordenadas, es decir, el punto (0, 0) pertenece a la recta.
- Su dominio y su recorrido son todo el conjunto de los números reales: tanto  $x$  como  $y$  aceptan cualquier valor.
- Son simétricas respecto al origen, o lo que es lo mismo, son funciones impares.

### Interpretación geométrica de la pendiente

El coeficiente  $m$  (que es la razón de proporcionalidad) se llama **pendiente de la recta**. La pendiente  $m$  es lo que diferencia unas funciones lineales de otras. Mide la inclinación de la recta respecto al eje de abscisas y determina su crecimiento.

Si  $m > 0$ , la función es **creciente**.

Si  $m < 0$ , la función es **decreciente**.

Si  $m = 0$ , la función es **constante**, ni crece ni decrece.

En las relaciones de proporcionalidad directa, la pendiente viene dada por la razón de proporcionalidad  $k$ .

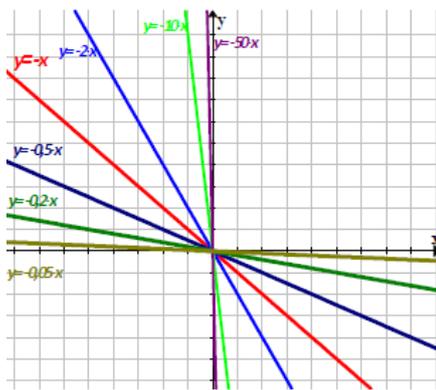
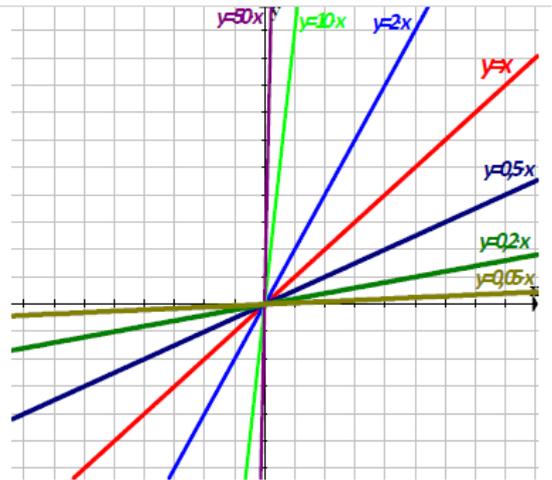
## Actividades resueltas

✚ Representa gráficamente las funciones:

$$y = x; y = 2x; y = 10x; y = 50x; y = 0.5x; y = 0.2x; y = 0.05x.$$

Analiza el resultado.

- La recta  $y = x$ , tiene de pendiente  $m = 1$ .
- Si aumenta  $m$ , entonces la recta se hace cada vez más vertical, hasta casi convertirse en el eje  $y$ .
- Si disminuye  $m$ , entonces la recta se hace cada vez más horizontal, hasta convertirse en el eje  $x$  cuando  $m = 0$ .



✚ Representa gráficamente las funciones:

$$y = -x; y = -2x; y = -10x; y = -50x; y = -0.5x; y = -0.2x; y = -0.05x.$$

Analiza el resultado.

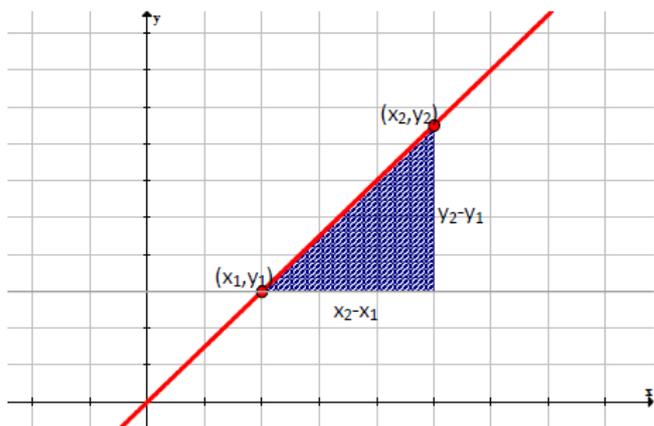
- Si aumenta  $m$  (es decir, disminuye en valor absoluto pues es negativo), entonces la recta se hace cada vez más horizontal, hasta casi convertirse en el eje  $x$ :  $y = 0$ .
- Si disminuye  $m$  (es decir, aumenta en valor absoluto pues es negativo), entonces la recta se hace cada vez más vertical, hasta casi convertirse en el eje  $y$ .

La **pendiente** de la recta  $y = mx$  es el valor que mide la inclinación de la recta, es decir, mide el crecimiento o decrecimiento de la función lineal:

- Si  $m > 0$ , la recta es creciente.
- Si  $m < 0$ , la recta es decreciente.

La pendiente de la recta no solo indica el crecimiento y decrecimiento de la función, sino que también mide cuánto crece o cuánto decrece. Se puede decir que la pendiente mide el crecimiento de la recta en función de lo que avanza. Hemos observado que:

- Si  $m > 0$ :
  - Para valores altos de  $m$  la recta crece con mayor rapidez, esto es, la recta “sube” mucho y avanza poco.
  - Para valores pequeños de  $m$  la recta crece con menos rapidez, es decir, “sube” poco y avanza mucho.
- Si  $m < 0$ :
  - Para valores altos de  $m$  la recta decrece con menos rapidez, es decir, baja poco y avanza mucho.
  - Para valores pequeños de  $m$  la recta decrece con mayor rapidez, esto es, la recta “baja” mucho y “avanza” poco.



Una manera de calcular la pendiente, es dividiendo el valor de lo que sube la recta entre lo que avanza, como se muestra en el siguiente dibujo:

Dados dos puntos cualesquiera de la recta, la **pendiente** se calcula de la siguiente forma:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

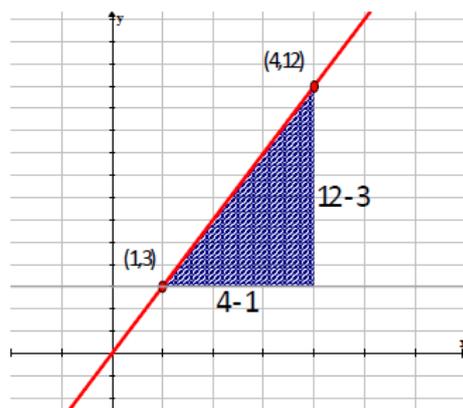
es decir,  $m = \frac{\text{lo que sube}}{\text{lo que avanza}}$

La **tasa de crecimiento media** de una función lineal coincide con su

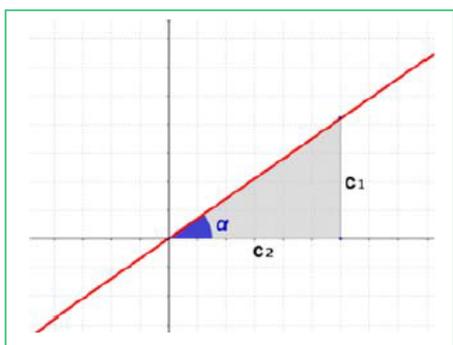
pendiente:  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ .

**Ejemplo:**

La recta que pasa por los puntos (1, 3) y (4, 12) sube  $12 - 3 = 9$  y avanza  $4 - 1 = 3$ , entonces



$$m = \frac{12 - 3}{4 - 1} = \frac{9}{3} = 3$$



Para hallar la pendiente se toma como referencia la base y la altura del triángulo rectángulo que forman los vértices de los puntos de la recta.

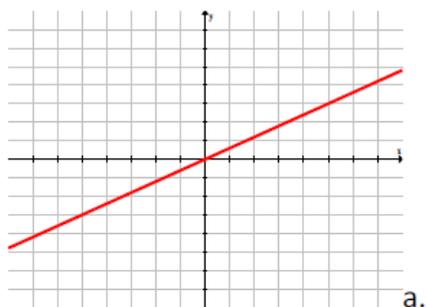
El cociente entre la altura y la base es la pendiente. Como el triángulo construido es un triángulo rectángulo, la pendiente es el cociente entre sus dos catetos.

**Actividades propuestas**

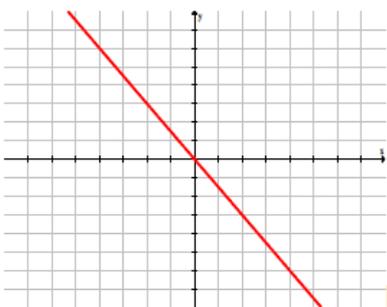
15. Representa en tu cuaderno, estudia el dominio, máximos y mínimos y simetrías de las funciones lineales siguientes:

- a)  $y = 1.25 \cdot x$ ;
- b)  $y = (3/5) \cdot x$ ;
- c)  $y = 3 \cdot x$ ;
- d)  $y = 0.5 \cdot x$ ;

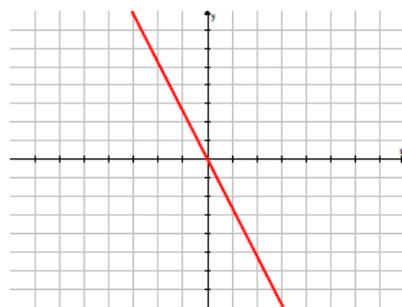
16. Halla la pendiente y la expresión algebraica (fórmula) de las siguientes rectas:



a.



b.



c.

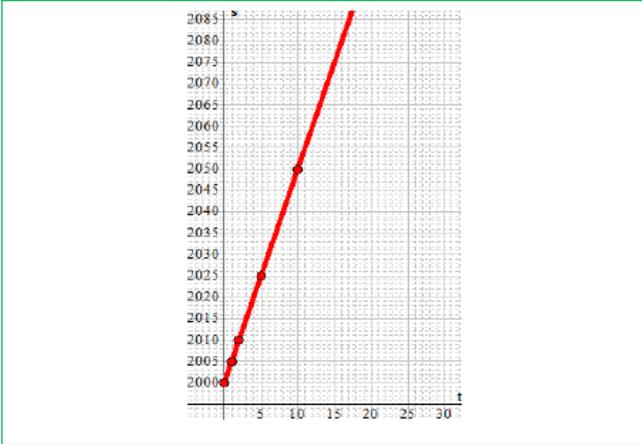
**Rectas de la forma  $y = m \cdot x + n$**

Las funciones polinómicas de primer grado, o **funciones afines**, se describen algebraicamente de la forma  $y = m \cdot x + n$  y se representan mediante **rectas**.

**Ejemplo:**

✚ Un ciclista que se ha trasladado 2 Km antes de empezar el recorrido y se desplaza con una velocidad de 5 m/s. Su tabla de valores y su representación gráfica son:

Tiempo (t)	Espacio (s)
0	2 000
1	2 005
2	2 010
5	2 025
10	2 050



La fórmula es  $s = s_0 + v \cdot t$

La gráfica de esta recta tiene como expresión algebraica:

$$y = 5 \cdot x + 2\,000,$$

donde  $x$  corresponde al tiempo  $t$  e  $y$  al espacio  $s$ , siendo 2.000 es el espacio inicial  $s_0$ .

La **pendiente** es 5 pero la recta no pasa por el punto (0, 0), sino que corta al eje de ordenadas en el punto (2 000, 0). Se dice que la **ordenada en el origen** es 2 000.

Las rectas de la forma  $y = mx + n$  tienen la misma pendiente que las rectas  $y = mx$  pero están desplazadas en el eje de ordenadas (eje  $y$ )  $n$  posiciones (hacia arriba si  $n$  es positiva, y hacia abajo si es negativa). Por esta razón, a  $n$  se le llama **ordenada en el origen**, ya que es el valor de la recta en el punto de partida, es decir, cuando  $x = 0$ .

**Actividades resueltas**

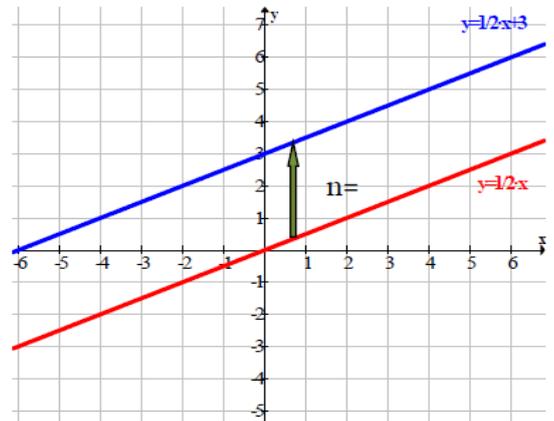
✚ Compara la recta  $y = (1/2) \cdot x$  con la recta  $y = (1/2) \cdot x + 3$ .

Las dos rectas tienen la misma pendiente. En ambos casos  $m = 1/2$ . Son dos rectas paralelas.

La diferencia está en el valor de la ordenada en el origen  $n$ : la recta  $y = (1/2) \cdot x$  (donde  $n = 0$ ) se ha desplazado 3 posiciones en el eje  $y$  para convertirse en la recta  $y = (1/2) \cdot x + 3$  (donde  $n = 3$ ).

La recta  $y = mx + n$  es paralela a la recta  $y = mx$  (tienen la misma pendiente,  $m$ ) desplazada verticalmente  $n$  posiciones.

Las funciones  $y = mx + n$  se llaman **funciones afines**, y son también funciones lineales.



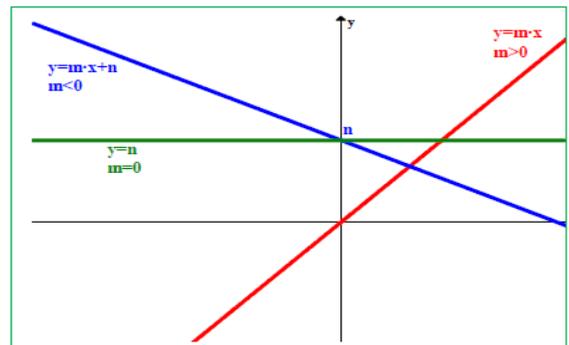
En cuanto a su pendiente, tiene el mismo significado:

Si  $m > 0$ . la función es **creciente**.

Si  $m < 0$ , la función es **decreciente**.

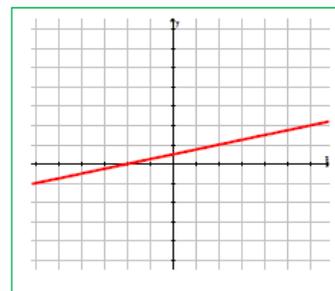
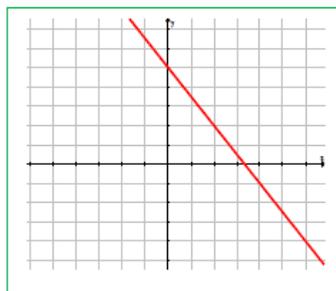
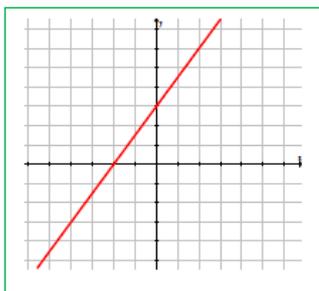
Si  $m = 0$ , la función es **constante**, ni crece ni decrece. Pasa por el punto  $(n, 0)$  y es paralela al eje  $x$ .

La **tasa de crecimiento media** de una función afín también coincide con su pendiente:  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ , y es constante a lo largo de toda la recta.



## Actividades propuestas

17. Halla la expresión algebraica de las siguientes rectas:



18. Escribe tres funciones cuyas gráficas sean tres rectas que pasen por el origen de coordenadas y sus pendientes sean 5,  $-4$ , y  $1/3$  respectivamente.

19. ¿Qué ángulo forma con el eje de abscisas la recta  $y = x$ ? ¿Y la recta  $y = -x$ ?

20. ¿Cómo son entre sí dos rectas de igual pendiente y distinta ordenada en el origen?

21. Representa las siguientes funciones lineales:

a.  $y = 3 \cdot x + 4$

b.  $y = -\frac{3}{7} \cdot x - 2$

c.  $2x + 4y = 5$

d.  $y = 5$

e.  $y = 0$

f.  $y = -3$

22. Un metro de cierta tela cuesta 2.05 €, ¿cuánto cuestan 7 metros? ¿Y 20 m? ¿Y 15.2 m? ¿Cuánto cuestan "x" metros de tela? Escribe la fórmula de esta situación.

## 4. Función cuadrática

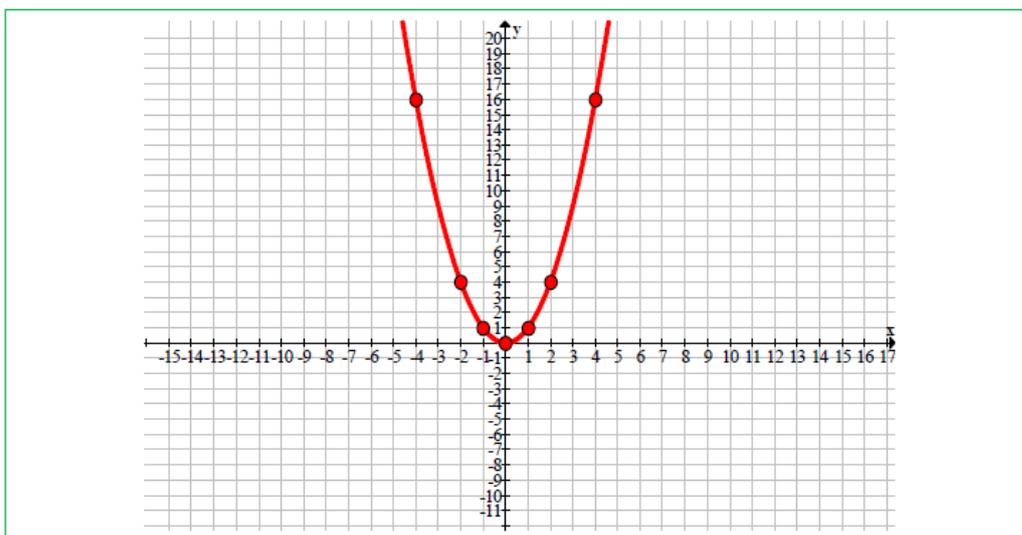
Las **funciones cuadráticas** son aquellas que tienen como expresión algebraica un polinomio de segundo grado, es decir, son de la forma  $y = a \cdot x^2 + bx + c$ . La curva que aparece al representar gráficamente una función cuadrática se llama **parábola**.

En Física, la trayectoria de muchos movimientos se representan mediante parábolas, y por eso recibe el nombre de tiro parabólico: lanzar un proyectil con cierto ángulo, el aterrizaje de un avión en un portaviones, etc.

### Parábola $y = a \cdot x^2$

Para representar la parábola  $y = x^2$  construimos una tabla de valores y representamos los pares de puntos en el plano cartesiano.

x	y
-10	100
-5	25
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4
5	25



Observamos que es **decreciente** hasta el 0, y después **creciente**, luego tiene un **mínimo** absoluto en el (0, 0). Si  $a = -1$ ,  $y = -x^2$ , la parábola tiene la misma forma pero está abierta hacia abajo, y en vez de un mínimo, tiene un máximo en el (0, 0).

## 5.Ejercicios

## Ejercicio1

**Final de etapa.**

En una etapa con final en alto un escapado está a 8 km de la meta y circula a 10 km/h. Un grupo perseguidor se encuentra a 10 km del final corriendo a 15 km/h. ¿Alcanzarán al escapado si mantienen las velocidades? En caso afirmativo ¿cuánto tardarán y a qué distancia de la meta?



Llamemos  $x$  al tiempo transcurrido desde ahora (medido en horas) e  $y$  a la distancia recorrida desde este momento (medida en km). El escapado está 2 km por delante, luego la función que describe el desplazamiento con respecto al tiempo en cada caso es:

Escapado:  $y = 10x + 2$

Grupo perseguidor:  $y = 15x$

Meta:  $y = 10$

Sus gráficas según el color son:

Lo alcanzan en 0,4 horas (24 minutos)  
a 4 km de la meta.



### ¿Qué compañía me interesa más?

- La compañía A me ofrece una cuota fija de 15€ al mes más 0,05€/min.
- La compañía B me ofrece pagar sólo por el consumo a 0,25€/min.
- La compañía C me ofrece una cuota de 0,15€/min con un mínimo de 15€.



Si llamamos  $x$  a los minutos de consumo e  $y$  al importe total, la función que describe el gasto con cada compañía es:

A:  $y = 0,05x + 15$

B:  $y = 0,25x$

C:  $y = \begin{cases} 15 & \text{si } x \leq 100 \\ 0,15x & \text{si } x > 100 \end{cases}$  (porque si hablamos menos de 100 minutos nos cobran 15€)

Sus gráficas según el color son:

Si hablo menos de 60 min al mes la más barata es la compañía B.

Si hablo entre 60 y 150 minutos al mes, es mejor la C.

Si hablo más de 150 minutos al mes la mejor es la A.



# TEMA 2. MATERIA

---

---

## Contenido

+ Concepto y propiedades de la materia .....	2
+ Materias primas .....	9
❖ Clasificación de materias primas .....	9
+ Materiales de uso técnico.....	10
❖ Clasificación de los materiales .....	10
❖ Tipos de materiales:.....	11
+ Propiedades de los materiales .....	11
+ Estados de agregación de la materia .....	14
+ Teoría cinético-molecular .....	17
+ Leyes de los gases .....	19
❖ Charles y Gay-Lussac.....	22
❖ Ley de Gay-Lussac .....	23
❖ Ley de los gases ideales .....	24

## Concepto y propiedades de la materia

El Universo y los cambios que se producen en él pueden describirse en función de dos conceptos fundamentales: materia y energía.

Materia es todo aquello que ocupa un espacio y posee una masa. Por ejemplo, el agua, el aire, las rocas y el petróleo son materia pero el calor y la luz no lo son; calor y luz son formas de energía.

Una sustancia es un tipo de materia que tiene composición constante y propiedades características. Son ejemplos de sustancia el agua, amoníaco, azúcar de mesa (sacarosa), plata y nitrógeno. Las sustancias difieren entre sí por su composición y se pueden identificar según su aspecto, color, sabor y otras propiedades características.

Un objeto o cuerpo material es toda porción limitada de materia. Por ejemplo, un cubito de hielo es materia ya que tiene masa y ocupa un volumen. Es un objeto porque tiene unas dimensiones limitadas y la sustancia que la forma es agua.

Toda sustancia tiene unas propiedades comunes o generales que no sirven para identificarla y un conjunto único de propiedades llamadas características que permite distinguirla de todas las demás, ya que su valor es distinto para cada sustancia.

PROPIEDADES GENERALES son aquellas que son comunes para todas las sustancias, no caracterizan a una sustancia en particular. Ejemplos de propiedades generales son: masa, volumen, temperatura, forma, peso, etc.

Así, por ejemplo, podemos establecer la masa y el volumen de una sustancia de 60 g y 200 ml, respectivamente, pero estos no son datos característicos de esa sustancia ya que podemos tener objetos de distintas sustancias que tengan esa masa y volumen.

Masa es la cantidad de materia que tiene un objeto. La unidad de masa en el S.I. (Sistema Internacional) es el kilogramo (kg), y el aparato que se usa para medir masas es la balanza.



Volumen es el espacio que ocupa un cuerpo. La unidad de volumen en el S.I.

#### 4ESPA Tema2

es el metro cúbico ( $m^3$ ). Como el metro cúbico es una medida demasiado grande para el uso cotidiano también se emplean el litro (l), mililitro (ml) y el centímetro cúbico ( $cm^3$ ).

Para medir el volumen de los líquidos se pueden emplear distintos recipientes, como la probeta graduada, la bureta, la pipeta y el matraz aforado. La probeta graduada es un recipiente de vidrio o plástico con una graduación. Al verter en ella el líquido, el nivel que alcanza indica el volumen del líquido que contiene. Una bureta es un tubo largo de vidrio, graduado, y que termina en un grifo. Llenado de líquido, se abre el grifo y se vierte en otro recipiente. Se cierra el grifo y en la bureta se puede ver el volumen de líquido vertido. La pipeta y el matraz aforado sirven para medir un volumen fijo de líquido.

Si el sólido es irregular (por ejemplo, una piedra) se llena una probeta hasta un nivel determinado, después se pone en su interior el sólido, con lo que subirá el volumen que marca. La diferencia entre los volúmenes marcados después y antes de introducir el sólido será el volumen de éste.

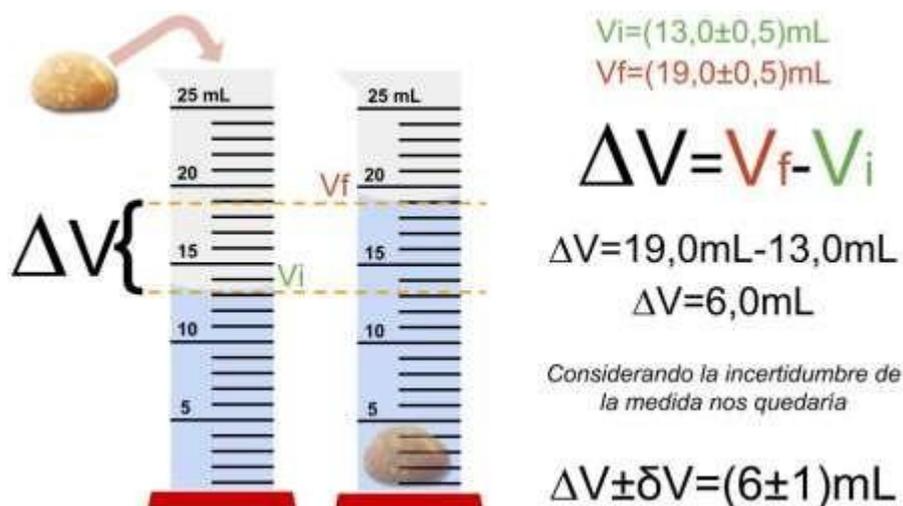
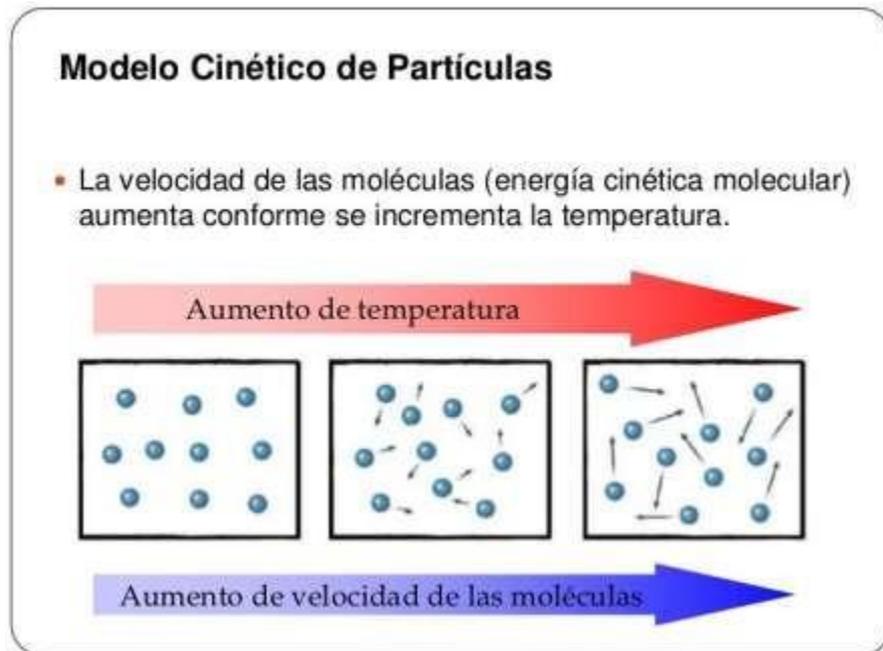


Imagen 7: Método para determinar el volumen de un sólido irregular.

Fuente: Blog de Ciencias Físicas Primero Autor: Desconocido Licencia: Desconocida <http://cs-fs-primero.blogspot.com/2015/09/determinacion-del-volumen-de-un-solido.html>

La Temperatura es una magnitud que está relacionada con la energía cinética asociada a los movimientos de traslación, rotación o vibración de las partículas que constituyen un sistema. A medida que sea mayor la energía cinética de sus partículas, se observa que su temperatura es mayor.



El S.I. utiliza la escala Kelvin (K) para expresar la temperatura. Sin embargo, no es la única, destaca el uso de la escala centígrada o Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ) y de la escala Fahrenheit ( $^{\circ}\text{F}$ ) en los países anglosajones.

	CELSIUS (°C)	KELVIN (K)	FAHRENHEIT (°F)
Fórmulas	$^{\circ}\text{C} = \text{K} - 273,15$	$\text{K} = ^{\circ}\text{C} + 273,15$	$^{\circ}\text{F} = 9/5 ^{\circ}\text{C} + 32$
Punto Ebullición del agua	100 °C	373,15 K	212 °F
Punto Fusión del agua	0 °C	273,15 K	32 °F
CERO ABSOLUTO	- 273,15 °C	0 K	- 459,67 °F

Se puede observar que hay 100 grados entre el punto de congelación y el de ebullición del agua en la escala Celsius (antes llamada escala centígrada) y 180 grados entre los mismos puntos en la escala Fahrenheit.

¿Cómo convertir kelvin a grados celsius?

Los grados kelvin y los grados celsius (o grados centígrados, como se conocen tradicionalmente) son dos escalas diferentes para medir la temperatura. En ambas escalas, la magnitud o “tamaño” de cada grado es exactamente igual, la única diferencia es que la escala kelvin comienza en el cero absoluto, lo que implica que la escala kelvin no tiene temperaturas negativas.

El cero absoluto es la temperatura mínima que teóricamente se puede alcanzar según las leyes físicas, y se corresponde con los cero grados en la escala kelvin. En la escala celsius el cero se sitúa en el punto de fusión del agua a 1 atm de presión.

El cero absoluto o 0 K es equivalente a  $-273.15 ^{\circ}\text{C}$ , y como la magnitud de cada unidad en ambas escalas es la misma, 1 K sería equivalente a  $-272.15 ^{\circ}\text{C}$ , 2 K a  $-271.15 ^{\circ}\text{C}$ , y así sucesivamente. Así que para pasar de grados kelvin a grados centígrados basta con esta sencilla fórmula:

$$^{\circ}\text{C} = \text{K} - 273.15$$

Donde sustituimos K por los grados kelvin conocidos y le restamos 273.15. El resultado será el equivalente en grados celsius.

De forma análoga, para pasar grados celsius a grados kelvin podemos utilizar esta fórmula:

$$\text{K} = \text{C} + 273.15$$

Recuerda que los grados kelvin, al ser una escala absoluta, no requiere el uso del símbolo grado ( $^{\circ}$ ), pero los grados celsius sí.

Ejemplo: pasar grados kelvin a celsius  
– ¿Cuántos grados celsius son 450 K?

$$^{\circ}\text{C} = \text{K} - 273.15$$

$$^{\circ}\text{C} = 450 - 273.15$$

$$^{\circ}\text{C} = 176.85^{\circ}$$

#### 4ESPA Tema2

– La temperatura corporal normal en el ser humano puede variar desde los 309.15 a los 310.15 K. ¿A cuántos grados celsius equivale?

$$^{\circ}\text{C} = 309.15 - 273.15 = 36^{\circ}$$

$$^{\circ}\text{C} = 310.15 - 273.15 = 37^{\circ}$$

Recuerda: 0 K o cero absoluto equivale a  $-273.15^{\circ}\text{C}$ . Si al realizar el cálculo se obtiene una temperatura en celsius inferior a  $-273.15$  el cálculo ha sido erróneo.

Ejemplo: pasar grados celsius a kelvin

– El punto de ebullición del agua a 1 atm de presión es de  $100^{\circ}\text{C}$ , ¿cuál es la temperatura de ebullición del agua en la escala kelvin?

$$\text{K} = ^{\circ}\text{C} + 273.15$$

$$\text{K} = 100 + 273.15$$

$$\text{K} = 373.15$$

El cero absoluto es la temperatura teórica más baja que se puede alcanzar obedeciendo a la energía interna del sistema (entropía). A esta temperatura, las partículas del sistema carecerían totalmente de vibración o movimiento y, por tanto, de calor. Todas las sustancias conocidas solidificarían al llegar al cero absoluto.

Pero el cero absoluto es a la vez, en teoría, imposible de alcanzar. La temperatura más baja a la que se ha llegado ha sido  $-273.144^{\circ}\text{C}$ .

La escala Kelvin es la escala de temperatura oficial del Sistema Internacional de Unidades (SI) y es la escala que se utiliza de forma predeterminada en la mayoría de ramas científicas, sobre todo relacionadas con la física, la química y la astronomía, ya que en otras ramas los grados celsius o centígrados siguen siendo muy comunes, por ejemplo en medicina.

PROPIEDADES CARACTERÍSTICAS de la materia son aquellas que permiten identificarla, ya que tienen un valor distinto para cada sustancia pura y no depende la cantidad que se tome.

Algunas de estas propiedades características son propiedades físicas, y son aquellas que se pueden medir y observar sin que se modifique la composición de la sustancia

Ejemplos de ellas son el estado físico a temperatura ambiente, la densidad, el punto de fusión o de congelación, el punto de ebullición, el color, la solubilidad en agua, la conductividad eléctrica, etc. Por ejemplo, algunas propiedades físicas características del agua son la de ser un líquido a temperatura ambiente, la de congelar a  $0^{\circ}\text{C}$  y hervir a  $100^{\circ}\text{C}$  a la presión de 1 atm (atmósfera), la de ser incolora y su muy pequeña conductividad eléctrica.

Densidad: es la masa de un cuerpo por unidad de volumen. Se determina mediante la siguiente relación:

## 4ESPA Tema2

$d = m/v$  donde  $d$  = densidad

$m$  = masa

$v$  = volumen

Se expresa en el S.I. en  $\text{kg/m}^3$ , también se suele expresar en  $\text{g/cm}^3$ .

En general, si tomamos diversos materiales de igual volumen, observaremos que no contienen la misma masa y, a la inversa, encontramos cuerpos y materiales que poseen la misma masa pero no ocupan el mismo volumen.

Temperatura o punto de fusión de un sólido es la temperatura a la que una sustancia cambia de estado sólido a líquido manteniéndose su valor invariable mientras dura el proceso. A esta temperatura el estado sólido y el estado líquido de una sustancia coexisten en equilibrio. El punto de fusión de una sustancia depende de la presión (cambia su valor al variar la presión exterior). Tiene el mismo valor que el punto de congelación de un líquido, que es la temperatura a la que una sustancia cambia de estado líquido a estado sólido.

Temperatura o punto de ebullición de un líquido es la temperatura a la que una sustancia cambia de estado líquido a gas, manteniéndose su valor invariable mientras dura el proceso. A esta temperatura la presión de vapor de un líquido es igual a la presión externa. Esta temperatura cambia al variar la presión exterior.

Sustancia	p.f.(°C)	p.e.(°C)	Densidad ( $\text{g/cm}^3$ ) a 25 °C
Hierro	1539	2740	7,8
Alcohol	-115	79	0,79
Agua	0	100	1
Mercurio	-39	357	13,6
Oxígeno	-219	-183	0.0014
Butano	-136	-0,5	0,0026
Cloro	-102	-33,7	0,00299
Aluminio	659,8	2270	2,70
Sal común	801	1413	2,16

Solubilidad es la cantidad máxima de soluto que se puede disolver en una cantidad de disolvente determinada a una temperatura específica. Se expresa generalmente en g de soluto/100  $\text{cm}^3$  de disolvente.



Las propiedades características también pueden ser propiedades químicas, éstas son aquellas que únicamente se ponen de manifiesto cuando unas sustancias se transforman en otras. El hierro siempre se oxidará cuando se expone al aire y la humedad, el magnesio arde en oxígeno o en dióxido de carbono.

Las propiedades de la materia también se pueden clasificar en extensivas e intensivas teniendo en cuenta si dependen o no de la cantidad de materia.

Las propiedades extensivas, son aquellas que dependen de la cantidad de materia de la muestra.

El volumen es un ejemplo, podemos ver eso comparando un saco de 2 kg de azúcar con otro saco de 5 kg. Aquel que posee mayor materia ocupará un mayor volumen.

Las propiedades intensivas son aquellas que no dependen de la cantidad de materia de la muestra.

Por ejemplo, si tenemos una disolución y medimos su temperatura, independientemente de su cantidad, la temperatura será la misma. Por lo tanto, tenemos que la temperatura es una propiedad intensiva de la materia.

Otros ejemplos son los puntos de fusión y ebullición, independientemente de la cantidad de materia, seguirán siendo el mismo. Como ocurre, por ejemplo, con el agua; no importa si tenemos 100 g o 1 kg de agua, a nivel del mar, su punto de fusión será siempre 0 °C y su punto de ebullición será siempre 100 °C. Esto distingue el agua de otros materiales, lo que nos muestra que algunas propiedades intensivas pueden utilizarse para identificar las sustancias. Las propiedades características de la materia son propiedades intensivas.

La densidad también es una propiedad intensiva. Por ejemplo, un cubo de hielo tiene densidad de 0,92 g/cm<sup>3</sup>. La densidad de un iceberg es la misma. Es por eso que tanto un cubito de hielo como un iceberg flotan en el agua, que posee densidad mayor (1,0 g/cm<sup>3</sup>).

## Materias primas

Se conoce como materias primas a los materiales extraídos de la naturaleza que nos sirven para construir los bienes de consumo. Se clasifican según su origen: vegetal, animal, y mineral. Ejemplos de materias primas son la madera, el hierro, el granito, etc.

Las materias primas que ya han sido manufacturadas pero todavía no constituyen definitivamente un bien de consumo se denominan productos semielaborados o semiacabados.

### ❖ Clasificación de materias primas

Las materias primas se pueden clasificar del siguiente modo:

A) De origen vegetal: madera, lino, algodón, corcho.

La madera es un material encontrado como principal contenido del tronco de un árbol. Los árboles se caracterizan por tener troncos que crecen cada año y que están compuestos por fibras de celulosa unidas con lignina. Como la madera la producen y utilizan las plantas con fines estructurales es un material muy resistente y gracias a esta característica y a su abundancia natural es utilizada ampliamente por los humanos, ya desde tiempos muy remotos.

B) De origen animal: pieles, lana.

La lana es una fibra natural que se obtiene de las ovejas y de otros animales como, cabras o conejos, mediante un proceso denominado esquila. Se utiliza en la industria textil para confeccionar productos tales como sacos, chaquetas o guantes.

C) De origen mineral: carbón, hierro, oro, cobre, mármol.

El hierro es el metal más usado, con el 95% en peso de la producción mundial de metal. Es un metal maleable, tenaz, de color gris plateado y presenta propiedades magnéticas. Se encuentra en la naturaleza formando parte de numerosos minerales. El hierro tiene su gran aplicación para formar los productos siderúrgicos, utilizando éste como elemento matriz para alojar otros elementos aleantes tanto metálicos como no metálicos, que confieren distintas propiedades al material.

El petróleo (del griego: "aceite de roca") es una mezcla compleja no homogénea de hidrocarburos insolubles en agua. Es de origen orgánico, fósil,

fruto de la transformación de materia orgánica procedente de zooplancton y algas, que depositados en grandes cantidades en fondos de mares o zonas del pasado geológico, fueron posteriormente enterrados bajo pesadas capas de sedimentos. La transformación química (craqueo natural) debida al calor y a la presión produce, en sucesivas etapas, desde betún a hidrocarburos cada vez más ligeros (líquidos y gaseosos). Estos productos ascienden hacia la superficie, por su menor densidad, gracias a la porosidad de las rocas sedimentarias. Cuando se dan las circunstancias que impiden dicho ascenso (trampas petrolíferas: rocas impermeables, etc.) se forman entonces los yacimientos petrolíferos.

El carbón o carbón mineral es una roca sedimentaria utilizada como combustible fósil, de color negro, muy rico en carbono. El carbón se origina por descomposición de vegetales terrestres, hojas, maderas, cortezas, y esporas, que se acumulan en zonas pantanosas, lagunares o marinas, de poca profundidad. Los vegetales muertos se van acumulando en el fondo de una cuenca. Quedan cubiertos de agua y, por lo tanto, protegidos del aire que los destruiría. El carbón suministra el 25% de la energía primaria consumida en el mundo, sólo por detrás del petróleo.

## **Materiales de uso técnico**

Los materiales son las materias preparadas y disponibles para elaborar directamente cualquier producto. Estos materiales se obtienen mediante la transformación físico- química de las materias primas. Se puede decir que los materiales no están disponibles en la naturaleza tal cual como los conocemos nosotros, sino que antes de usarlos han sufrido una transformación.

### **❖ Clasificación de los materiales**

Los objetos están fabricados por una gran variedad de materiales, que se pueden clasificar siguiendo diferentes criterios como por ejemplo, su origen, sus propiedades. Teniendo en cuenta estos criterios podemos clasificar los materiales en:

A) Según su origen:

- Materiales naturales: aquellos que se encuentran en la naturaleza, como el algodón, la madera, el cobre,...

- Materiales sintéticos: son aquellos creados por personas a partir de los materiales naturales: el hormigón, el vidrio, el papel, los plásticos...

B) Según sus propiedades:

Veremos las propiedades más detalladamente a continuación y podemos agrupar estos materiales en una serie de grupos: Maderas, Metales, Plásticos, Pétreos, Cerámicos y vidrio o Materiales textiles.

### ❖ Tipos de materiales:

**Maderas:** Como ya hemos visto, se obtiene a partir de la parte leñosa de los árboles. El abeto, el pino, el nogal, el roble, son algunos ejemplos. No conducen el calor ni la electricidad, son fáciles de trabajar, las aplicaciones principales son la fabricación de muebles, estructuras y embarcaciones, así como la fabricación del papel.

**Metales:** Se obtienen a partir de determinados minerales. El acero, el cobre, el estaño, el aluminio son ejemplos claros. Son buenos conductores del calor y la electricidad, se utilizan para fabricar clips, cubierto, estructuras, cuchillas, etc.

**Plásticos:** Se obtienen mediante procesos químicos a partir del petróleo. Ejemplos de plásticos son: el PVC, el PET, el porexpan, el metacrilato. Son ligeros, malos conductores del calor y de la electricidad y sus principales aplicaciones son la fabricación de envases, bolsas, carcasas, bolígrafos...

**Pétreos:** Se obtienen de las rocas en las canteras, como por ejemplo el mármol, el granito....Son pesados y resistentes, difíciles de trabajar y buenos aislantes del calor y la electricidad. Se utilizan en encimeras, fachadas y suelos de edificios, etc.

**Vidrios y cerámicas:** Se obtiene la cerámica a partir de arcillas y arenas mediante cocción y moldeado, el vidrio se obtiene mediante mezclado de arena, caliza y sosa. Son duros y frágiles, además de gozar de transparencia (los vidrios). Se utilizan en vajillas, ladrillos, cristales, ventanas, puertas, etc.

**Materiales Textiles:** Se hilan y tejen fibras de origen vegetal, animal y sintéticos. Ejemplos: algodón, lana, nylon. Son flexibles y resistentes, fáciles de trabajar y se usan para la fabricación de ropas, toldos, etc.

### Propiedades de los materiales

Las propiedades de un material se definen como el conjunto de características que hacen que se comporte de una manera determinada ante estímulos externos como la luz, el calor, la aplicación de fuerzas, el medio ambiente, la presencia de otros materiales, etc.

Para poder definir las propiedades las hemos clasificado en físicas, químicas y ecológicas.

**A) PROPIEDADES FÍSICAS:** estas propiedades se ponen de manifiesto ante estímulos como la electricidad, la luz, el calor o la aplicación de fuerzas.

- **Propiedades eléctricas:** Son las que determinan el comportamiento de un material ante el paso de la corriente eléctrica.

La conductividad eléctrica es la propiedad que tienen los materiales de transmitir la corriente eléctrica. Se distinguen de esta manera en materiales conductores y materiales aislantes. Todos los metales son buenos conductores de la corriente eléctrica y los materiales plásticos y maderas se consideran

## 4ESPA Tema2

buenos aislantes.

- **Propiedades ópticas:** Se ponen de manifiesto cuando la luz incide sobre el material. Dependiendo del comportamiento de los materiales ante la luz, tenemos:

**Materiales opacos:** no se ven los objetos a través de ellos, ya que no permiten el paso de la luz.

**Materiales transparentes:** los objetos se ven claramente a través de estos, pues dejan que pase la luz.

**Materiales translúcidos:** estos materiales permiten el paso de la luz, pero no permiten ver con nitidez lo que hay detrás de ellos.

- **Propiedades térmicas:** Determinan el comportamiento de los materiales ante el calor.

La conductividad térmica es la propiedad de los materiales de transmitir el calor. Algunos materiales como los metales son buenos conductores térmicos, mientras que algunos plásticos y la madera son buenos aislantes térmicos.

La dilatación, consiste en el aumento de tamaño que experimentan los materiales con el calor, la contracción consiste en la disminución de tamaño que experimentan los materiales cuando se desciende la temperatura y la fusibilidad es la propiedad de los materiales de pasar del estado sólido al líquido al elevar la temperatura.

- **Propiedades mecánicas:** Describen el comportamiento de los materiales cuando se los somete a la acción de fuerzas exteriores.

La elasticidad es la propiedad de los materiales de recuperar su tamaño y forma originales cuando deja de actuar sobre ellos la fuerza que los deformaba.

La plasticidad es la propiedad de los cuerpos para adquirir deformaciones permanentes cuando actúa sobre ellos una fuerza.

La dureza, se define como la resistencia que opone un material a ser rayado.

La resistencia mecánica, es la propiedad de algunos materiales de soportar fuerzas sin romperse.

La tenacidad y fragilidad, son la resistencia o fragilidad que ofrecen los materiales a romperse cuando son golpeados.

Dependiendo del comportamiento de los materiales ante la acción de fuerzas exteriores, podemos tener: materiales elásticos, plásticos, duros, resistentes, tenaces y frágiles.

- **Propiedades acústicas:** Son las propiedades que determinan el comportamiento de los materiales ante un estímulo externo como el sonido.

La conductividad acústica es la propiedad de los materiales a transmitir el sonido.

- **Otras propiedades:**

La porosidad, es la propiedad que presentan los materiales que tienen poros (huecos en su estructura) e indica la cantidad de líquido que dicho material puede absorber o desprender. La madera y los materiales pétreos y cerámicos son materiales porosos.

La permeabilidad, es la propiedad de los materiales que permiten filtrar a través de ellos líquidos. Los materiales que permiten el paso de los líquidos se

denominan permeables y los que no lo permiten, impermeables.

**B) PROPIEDADES QUÍMICAS:** Se manifiestan cuando los materiales sufren una transformación debido a su interacción con otras sustancias.

Oxidación: Es la propiedad química que más nos interesa, pues es la facilidad que tiene un material de oxidarse, es decir, de reaccionar con el oxígeno del aire o del agua. Los metales son los materiales que más fácilmente se oxidan.

**C) PROPIEDADES ECOLÓGICAS:** según el impacto que los materiales producen en el medio ambiente, se clasifican en reciclables, tóxicos, biodegradables y renovables.

- **Reciclables:** son los materiales que se pueden reutilizar. El vidrio, el papel, el cartón, el metal y los plásticos son ejemplos de materiales reciclables.

- **Tóxicos:** Estos materiales son nocivos para el medio ambiente, ya que pueden resultar venenosos para los seres vivos y contaminan el agua, el suelo y la atmósfera.

- **Biodegradables:** Son aquellos materiales que con el paso del tiempo se descomponen de forma natural.

- **Renovables:** Son las materias primas que existen en la naturaleza de forma ilimitada, como el sol, las olas, las mareas, el aire, etc. Por el contrario, están las no renovables, pues pueden agotarse, como el petróleo, el carbón, etc.

## Estados de agregación de la materia

Los estados de agregación son las distintas formas en que se puede presentar la materia. Muchas sustancias, bajo las condiciones apropiadas pueden existir como sólidos, líquidos o gases. Cuando disminuye progresivamente la temperatura de un gas, éste se condensa para formar un líquido, y finalmente se congela para dar un sólido, pero durante todos estos cambios, continúa siendo la misma sustancia. Por ejemplo, el agua se presenta en los tres estados en la superficie de la tierra. El agua gaseosa (vapor de agua) en la atmósfera; el agua líquida en ríos, lagos y océanos y el agua sólida (hielo) en la nieve, glaciares y superficies heladas de lagos y océanos.

Las características de los tres estados basadas en descripciones macroscópicas son las siguientes:

### SÓLIDOS:

- Tienen forma propia.
- Tienen un volumen definido.
- No son compresibles ni expansibles, a no ser que se ejerza sobre ellos fuerzas de gran intensidad.

### LÍQUIDOS:

- Carecen de forma definida.
- Poseen su propio volumen definido.
- Son poco o nada compresibles y expansibles.

### GASES:

- Carecen de forma definida.
- No poseen un volumen propio.
- Son expansibles y compresibles, es decir, tienden a ocupar totalmente el recipiente en el que se introduzcan, y si se reduce el volumen del recipiente, el gas se comprime fácilmente y se adapta al menor volumen.

Los estados de agregación no son fijos e inmutables. Dependen de la temperatura. Si sacamos hielo del congelador, estará a  $-10$  ó  $-20^{\circ}\text{C}$ . Empieza a calentarse, pero seguirá siendo hielo. Cuando la temperatura alcance los  $0^{\circ}\text{C}$  empezará a fundirse, ya que  $0^{\circ}\text{C}$  es la temperatura de fusión del hielo, es el punto de fusión. Tendremos entonces hielo y agua a  $0^{\circ}\text{C}$ . Mientras haya hielo y agua, la temperatura será de  $0^{\circ}\text{C}$ , por mucho que lo calentemos, porque mientras se produce el cambio de estado la temperatura permanece fija. Una vez que se ha fundido todo el hielo, el agua, que estaba a  $0^{\circ}\text{C}$  empezará a subir de temperatura otra vez y cuando llegue a  $100^{\circ}\text{C}$  empezará a hervir, ya que  $100^{\circ}\text{C}$  es la temperatura de ebullición del agua si la presión exterior es de 1 atm, es su punto de ebullición. Puesto que se está produciendo un cambio de estado, la temperatura no variará y mientras el agua hierva, la temperatura permanecerá constante a  $100^{\circ}\text{C}$ . Cuando todo el agua haya hervido y sólo tengamos vapor de agua, volverá a subir la temperatura por encima de los  $100^{\circ}\text{C}$ .

Lo mismo ocurrirá a la inversa. Si enfriamos el vapor de agua, cuando su temperatura alcance los  $100^{\circ}\text{C}$  empezará a formar agua líquida y su

temperatura no cambiará. Cuando todo el vapor se haya convertido en agua, volverá a bajar la temperatura hasta llegar a 0 °C, a la que empezará a aparecer hielo y que quedará fija. Cuando todo el agua se haya convertido en hielo, volverá a bajar la temperatura. Es decir, mientras se produce un cambio de estado la temperatura permanece fija y constante, siendo la misma tanto cuando enfiamos como cuando calentamos, aunque cada sustancia cambiará de estado a una temperatura propia.

**PUNTOS DE FUSIÓN Y EBULLICIÓN DE ALGUNAS SUSTANCIAS**

SUSTANCIA	PUNTO DE FUSIÓN	PUNTO DE EBULLICIÓN
Agua	0°C	100°C
Alcohol	-117°C	78°C
Hierro	1539°C	2750°C
Cobre	1083°C	2600°C
Aluminio	660°C	2400°C
Plomo	328°C	1750°C
Mercurio	-39°C	357°C

La mayoría de las sustancias, el agua entre ellas, al calentarse funden del estado sólido al líquido y ebulen del estado líquido al gaseoso. Al enfriarse, por el contrario, condensan del estado gaseoso al líquido y solidifican del estado líquido al sólido. Algunas sustancias, como el hielo seco que pasan directamente del estado sólido al gaseoso, se dice que subliman. Y al enfriar el gas condensan directamente al estado sólido, pero siempre permanece fija la temperatura a la que cambian de estado.

El paso de un estado a otro recibe un nombre específico, como se puede ver a continuación:

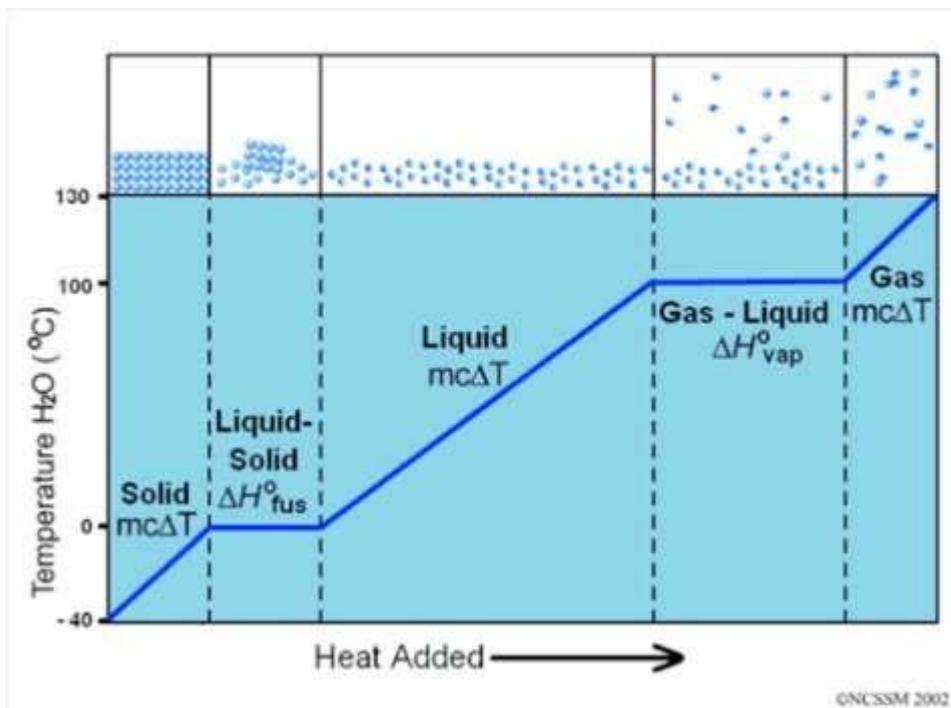


La evaporación afecta solo a la superficie libre del líquido y tiene lugar a cualquier temperatura. Mientras que en la ebullición interviene todo el líquido y tiene lugar a una cierta temperatura, aunque ésta depende de la presión exterior.

Tanto los gases como los líquidos tienen la propiedad de adaptarse a la forma del recipiente que los contienen, así como la de escapar por un orificio que se practique en el recipiente que los contenga, por lo que reciben el nombre de fluidos.

Normalmente, un líquido tiene una densidad mucho mayor (700 a 1.700 veces) que un gas, mientras que un sólido tiene una densidad ligeramente mayor que un líquido.

Esta sería una curva de calentamiento típica, desde el estado sólido al estado gaseoso de una sustancia, pasando por el estado líquido.



## Teoría cinético-molecular

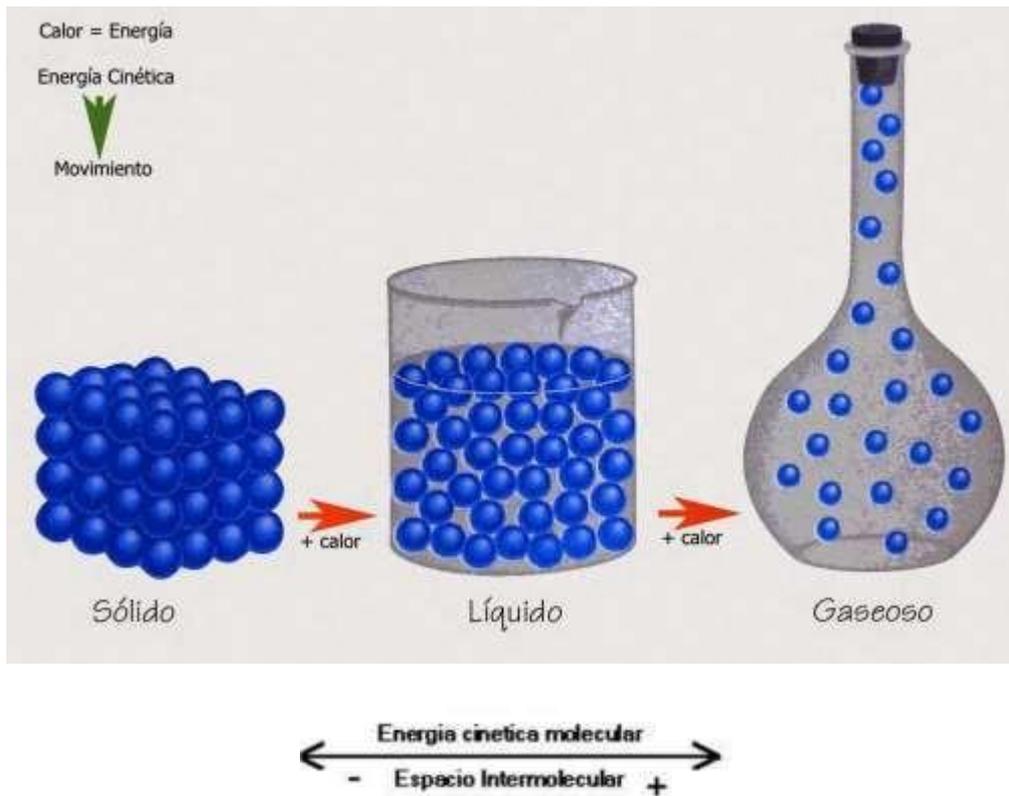
La teoría cinético-molecular fue propuesta inicialmente por Boyle y desarrollada en el siglo XIX por Clausius, Maxwell y Boltzmann. Referida inicialmente para gases, está basada en la idea de que todos se comportan de modo similar en cuanto a su movimiento de partículas. Puede resumirse en los siguientes enunciados:

- Los gases están formados por partículas (moléculas o, en algunos casos, átomos) que están en continuo movimiento aleatorio (al azar). Se desplazan en línea recta chocando entre sí y contra las paredes del recipiente que las contiene. Estos choques son elásticos, es decir, durante el choque una molécula puede ganar energía y la otra perderla, pero la energía cinética media de las moléculas permanece constante si la temperatura no cambia.
- Las moléculas de un gas se encuentran separadas entre sí por distancias mucho mayores que su propio tamaño, por lo que el volumen realmente ocupado por las moléculas de un gas es insignificante en comparación con el volumen total en el que está contenido el gas. Por ello, la mayor parte del volumen ocupado por un gas está vacío. Es decir, las moléculas que lo constituyen se consideran como masas puntuales, tienen masa pero su volumen es despreciable.
- Las fuerzas atractivas entre las moléculas, o fuerzas intermoleculares, se pueden considerar despreciables (débiles o nulas). Por lo tanto, las moléculas de un gas se mueven independientemente unas de otras.
- La temperatura absoluta (K) es proporcional a la energía cinética media de las moléculas y, por tanto, a su velocidad media. ( $E_{\text{cinética}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ ).
- La presión ejercida por un gas es proporcional al número de choques por unidad de superficie de sus moléculas contra las paredes del recipiente que lo contiene.

Este modelo también es aplicable a sólidos y líquidos:

En una sustancia gaseosa, las fuerzas intermoleculares son insignificantes y su influencia sobre el movimiento de las moléculas es despreciable ya que se desplazan a gran velocidad, moviéndose independientemente unas de otras. Sin embargo; al enfriar un gas, la velocidad de sus moléculas se reduce, lo que hace que las fuerzas intermoleculares aumenten dando como resultado que las moléculas dejen de moverse independiente y aleatoriamente. Cuando la temperatura es lo suficientemente baja, las moléculas están más próximas y a pesar de no moverse independientemente siguen teniendo la suficiente energía cinética para poder desplazarse unas respecto de otras y el gas pasa al estado líquido.

Si la temperatura sigue disminuyendo, las fuerzas intermoleculares se incrementan, de modo que las moléculas quedan atrapadas en una posición fija y solo tienen libertad para girar y oscilar ligeramente en torno a esas posiciones medias, adoptando por lo general, una disposición ordenada característica de la mayoría de los sólidos.



Con la teoría cinético-molecular se pueden explicar las características de cada estado:

**Sólidos:** Dado que las moléculas se encuentran muy próximas y no pueden desplazarse, los sólidos tienen una forma y volumen propios, no son compresibles ni expansibles, son relativamente duros y rígidos y su densidad es alta.

**Líquidos:** Dado que las moléculas se encuentran muy próximas y pueden desplazarse unas sobre otras, no tienen volumen propio pero se adaptan a la forma del recipiente que las contiene y su densidad es algo menor que la de los sólidos.

**Gases:** Como las fuerzas de atracción son muy débiles, las moléculas están muy separadas unas de otras y se mueven independientemente en todas las direcciones. Por ello, los gases se expanden hasta llenar el recipiente que los contiene, y por existir grandes distancias entre ellas, son fácilmente compresibles y su densidad es mucho menor que la de los sólidos y líquidos.

## Leyes de los gases

Cualquier muestra dada de un gas puede describirse en función de cuatro propiedades fundamentales: masa, volumen, presión y temperatura. La investigación de estas propiedades con el aire condujo a establecer relaciones cuantitativas entre ellas, válidas para todos los gases. Vamos a recordar las unidades que se utilizan para estas magnitudes.

Propiedad Macroscópica	Unidad	Propiedad Microscópica
<b>Presión (P)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Pa (SI) ----- Pascal</li> <li>▪ mm Hg</li> <li>▪ atm</li> <li>▪ 1 atm= 101300 pa = 760 mm Hg</li> </ul>	La presión está relacionada con el número de choques y la fuerza de estos entre las partículas que forman el gas y las paredes del recipiente
<b>Temperatura (T)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• T absoluta Kelvin, K (SI)</li> <li>• °C</li> <li>• <math>T(K) = T(^{\circ}C) + 273</math></li> </ul>	La temperatura está relacionada con el estado de agitación de las partículas.
<b>Volumen (V)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ m<sup>3</sup> (SI)</li> <li>▪ l ----- 1l = 1 dm<sup>3</sup> = 1000 ml</li> </ul>	Partículas separadas ocupando todo el recipiente

### PRESIÓN

En el sistema internacional (S.I.) se mide en pascales (Pa), equivale a aplicar una fuerza de un Newton sobre una superficie de un metro cuadrado. Cuando se trabaja con gases se suele emplear como unidad la atmósfera (atm), que es la presión que ejerce la atmósfera a nivel del mar y que equivale a 101300 Pa. El pascal es una unidad muy pequeña, así que se han definido otras mayores y que se emplean en distintas ciencias. En meteorología, en la que es importante la presión, ya que dependiendo de ella cambiará el tiempo y hará más o menos frío y habrá mayor o menor posibilidad de lluvia, la presión se mide en bares (b) o milibares (mb). Finalmente, por razones históricas, a veces se mide la presión en milímetros de mercurio (mmHg).

En 1644, Torricelli fue el primero en medir la presión atmosférica realizando la experiencia que se observa en la siguiente imagen (Experiencia de Torricelli). De este modo, demostró que la presión atmosférica equivale a la presión ejercida por una columna de mercurio de 760 mm de altura. Esta experiencia permite definir una nueva unidad de presión, la atmósfera (atm), equivalente a

la presión que ejerce una columna de mercurio de 760 mm de altura. De ahí, que también se utilice como unidad de presión el mmHg.

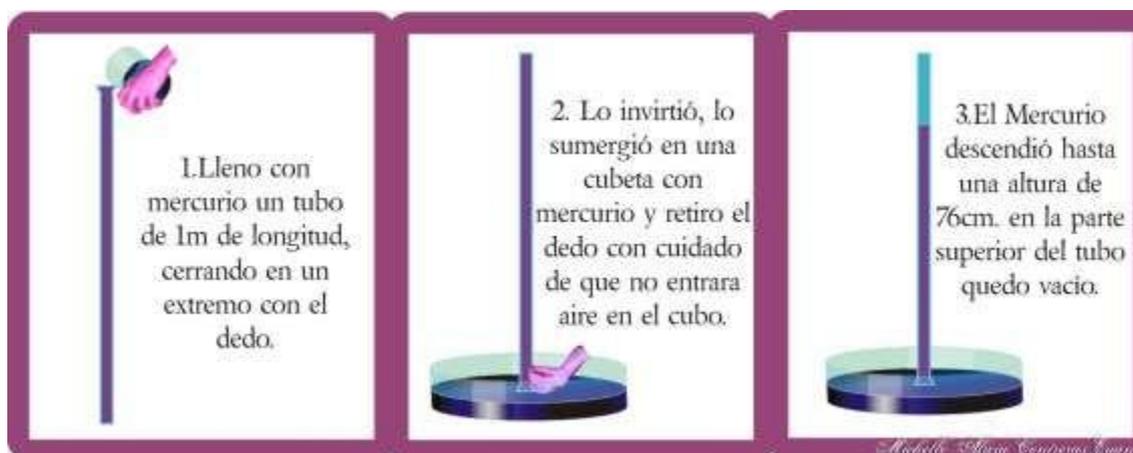


Imagen 21: Experiencia de Torricelli

Fuente: QuimicaEDJ Autor: Desconocido Licencia: Desconocida  
<https://sites.google.com/site/quimicaiedj/Home/gases>

La equivalencia entre todas las unidades es:

$$\underline{1 \text{ atm} = 760 \text{ mm Hg} = 1013 \text{ mb} = 1,013 \text{ bar} = 101300 \text{ Pa}}$$

## TEMPERATURA

La temperatura no se expresa en la escala Celsius o Centígrada, sino en la escala Kelvin o escala absoluta. Es en esta escala de temperatura en la que deberemos medir siempre la temperatura de un gas. Debe observarse que, por convenio, el signo de grado ( $^{\circ}$ ) no se utiliza cuando se expresan las temperaturas en la escala Kelvin. La unidad en la escala absoluta es el Kelvin (K) y una temperatura tal como 100 K se lee como "cien Kelvins".

Para convertir ambas temperaturas, tenemos que tener en cuenta que:

$$\underline{T \text{ (K)} = t \text{ (}^{\circ}\text{C)} + 273 \quad \text{y} \quad t \text{ (}^{\circ}\text{C)} = T \text{ (K)} - 273}$$

Para pasar de una escala a otra basta sumar o restar 273. Así,  $100^{\circ}\text{C}$  serán  $100 + 273$

$$= 373\text{K y } 500\text{K serán } 500 - 273 = 227^{\circ}\text{C}$$

## VOLUMEN

Aunque en el Sistema Internacional el volumen se mida en  $\text{m}^3$  (metros cúbicos), cuando se trata de gases el volumen se expresa en litros (l). También se utiliza bastante el  $\text{cm}^3$ . Las equivalencias entre estas unidades son:

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ l}$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$$

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

En 1.662, el químico inglés Robert Boyle estudió los efectos de la presión sobre el volumen de aire. Observó que cuando duplicaba la presión el volumen de aire se reducía a la mitad; si la presión se multiplica por cuatro el volumen se reducía a la cuarta parte de su valor original, etc. Esta relación es válida para

cualquier gas.

La ley de Boyle-Mariotte establece lo siguiente:

"Para una determinada masa de gas el volumen es inversamente proporcional a la presión ejercida, si la temperatura se mantiene constante".

$V = \text{constante} / P$  (para  $m$  y  $T$  constantes).

Se puede enunciar también de la siguiente forma:

"Para una misma masa de un gas a temperatura constante el producto del volumen del gas por la presión que ejerce es constante".

$P \cdot V = \text{constante}$  (para  $m$  y  $T$  constantes).

Una forma conveniente de escribir la ley de Boyle para comparar la misma muestra de gas, a temperatura constante, bajo diferentes condiciones de presión y volumen, es:

$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$  (para  $m$  y  $T$  constantes).

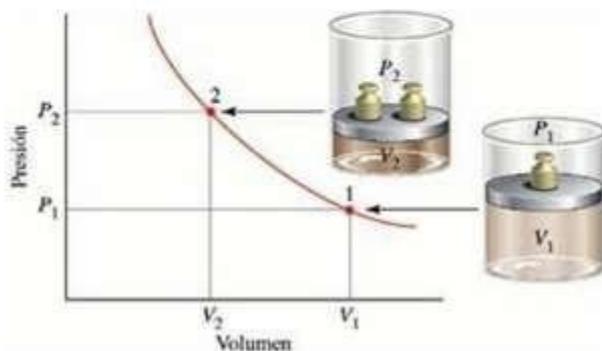
## Ley de Boyle

■ Ley de Boyle (1662)

$$V = \frac{k_2}{P}$$

$PV = \text{constante} (k_2)$

para  $n$  y  $T$  constantes



Para 2 estados diferentes:

$$P_1 V_1 = \text{cte} = P_2 V_2$$

La presión de una cierta cantidad de gas ideal a  $T$  cte. Es inversamente proporcional al volumen.

20

El hecho de que un gas es compresible repercute en su densidad; cuanto más se comprime tanto más denso se hace. Ello es debido a que el mismo número de moléculas la misma masa ocupan un volumen menor. Por ejemplo, el aire que se encuentra directamente sobre la superficie de la tierra está comprimido por la

masa de aire que se encuentra sobre él; por tanto, cuanto mayor es la altura menos comprimido está el aire. El resultado es que la densidad y la presión del aire decrecen conforme aumenta la altitud. Así, a nivel del mar es de 1 atm, y a 2.500 m ( en las Montañas Rocosas) la presión es de sólo 0,75 atm y a 8.000 m ( en el Himalaya, donde están las cimas más altas del mundo) la presión atmosférica es de únicamente 0,47 atm.

Ejemplo: Un sistema a temperatura constante sometido a una presión de 1 atm. ocupa un volumen de 3 l. Si aumentamos su presión hasta 2 atm. ¿Qué volumen ocupará ahora el sistema?

Aplicamos la Ley de Boyle-Mariotte  $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$   $1 \text{ atm} \cdot 3 \text{ l} = 2 \text{ atm} \cdot V_2$   
 $V_2 = 1.3/2 = 3/2 = 1'5 \text{ l}.$

### ❖ Charles y Gay-Lussac

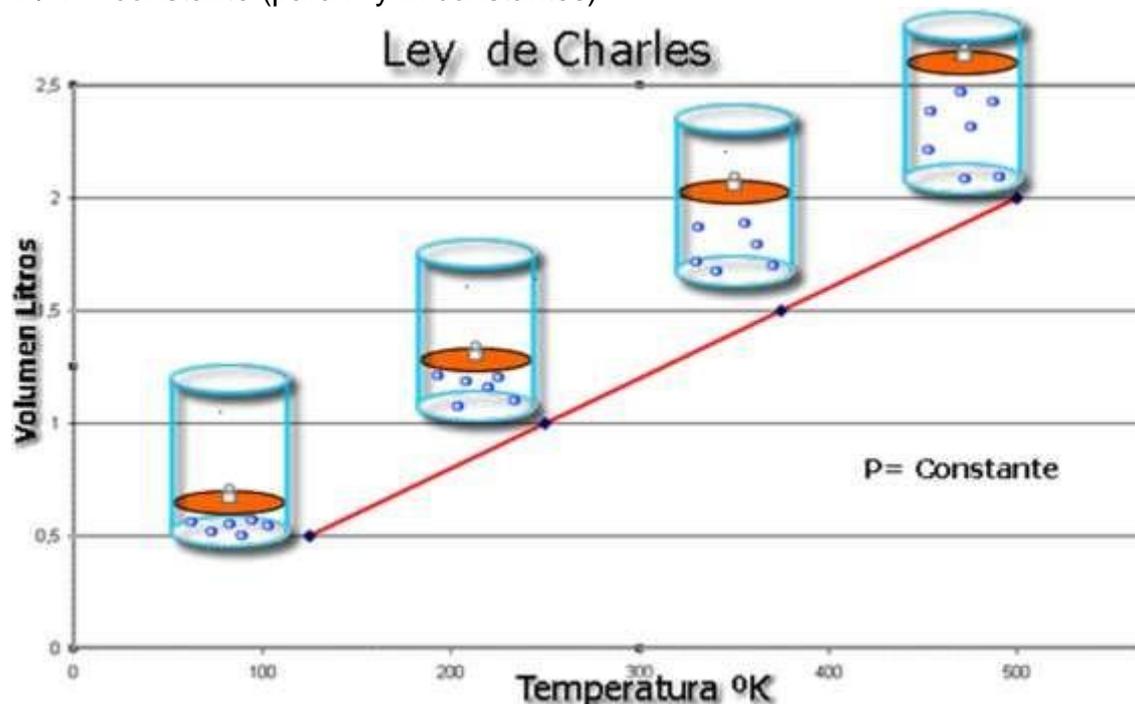
Unos cien años después del trabajo de Boyle, Charles y Gay-Lussac investigaban el efecto que produce en el volumen el cambio de la temperatura de una cantidad dada de aire para la que la presión se mantuviera constante. Encontraron que el gas se expandía al calentarse.

Cuando la temperatura se expresa en la escala absoluta el volumen de un gas resulta directamente proporcional a la temperatura, lo que no se cumple si la temperatura se mide en la escala Celsius. Esta expresión se resume en la Ley de Charles y Gay-Lussac:

"Para una determinada cantidad (masa) de un gas que se mantiene a presión constante, el volumen es proporcional a su temperatura en la escala Kelvin".

$V = \text{constante} \cdot T$  (para P y m constantes)

$V / T = \text{constante}$  (para P y m constantes)



Una forma conveniente de escribir la ley de Charles y Gay-Lussac para comparar la misma muestra de gas, a presión constante, bajo diferentes condiciones de volumen y temperatura, es:

$$V_1 / T_1 = V_2 / T_2 \text{ (para } P \text{ y } m \text{ constantes)}$$

Puesto que el volumen de un gas depende tanto de la presión como de la temperatura, decir que una cierta muestra de gas ocupa un volumen concreto no resulta suficiente, la presión y la temperatura también deben ser especificadas. Para que las comparaciones resulten más sencillas, lo que se suele hacer es referir el volumen de una muestra dada de un gas a 0 °C (273 K) y 1 atm; estas condiciones son conocidas como condiciones normales (lo que se suele abreviar como c.n.).

Ejemplo: Un gas a presión constante, ocupa un volumen de 2 l cuando su temperatura es de 25 °C. Si aumentamos su temperatura hasta 30 °C, ¿Cuál será el volumen que ocupe el gas?

Primero pasamos las temperaturas a temperaturas absolutas.  $T_1 = 25 + 273 = 298 \text{ K}$  y  $T_2 = 30 + 273 = 303 \text{ K}$

Aplicamos la Ley de Charles y Gay-Lussac

$$V_1 / T_1 = V_2 / T_2$$

$$2 \text{ l} / 298 \text{ K} = V_2 / 303 \text{ K}$$

$$V_2 = 303 \text{ K} \cdot 2 \text{ l} / 298 \text{ K} = 2'03 \text{ l.}$$

## ❖ Ley de Gay-Lussac

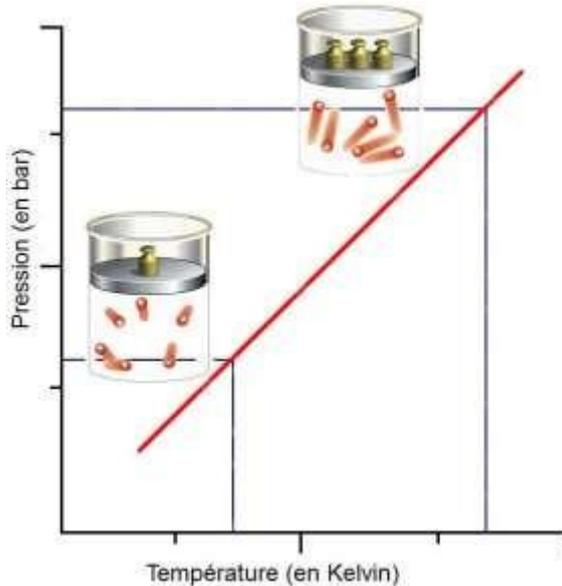
Gay-Lussac también estudió el efecto que produce en la presión el cambio de la temperatura de una cantidad dada de aire manteniendo el volumen constante. Encontró que la presión del gas aumentaba uniformemente al calentarse.

Si la temperatura se expresa en K, se observa que la presión es directamente proporcional a la temperatura absoluta. Por lo tanto, la ley de Gay-Lussac establece que

"Para una determinada cantidad (masa) de un gas que se mantiene a volumen constante, la presión es proporcional a su temperatura en la escala Kelvin".

$P = \text{constante} \cdot T$  (para  $V$  y  $m$  constantes)

$P/T = \text{constante}$  (para  $V$  y  $m$  constantes)



Para la misma muestra de gas, a volumen constante, bajo diferentes condiciones de presión y temperatura:

$$P_1 / T_1 = P_2 / T_2 \text{ (para } V \text{ y } m \text{ constantes)}$$

Esta ley explica por qué la presión de las ruedas de un coche ha de medirse cuando el vehículo apenas ha circulado, ya que cuando recorre un camino, los neumáticos se calientan y aumenta su presión. Así, unas ruedas cuya presión sea de 1.9 atm a 20 °C, tras circular el coche y calentarse hasta los 50 °C, tendrá una presión de 2.095 atm.

Ejemplo: Un sistema con volumen constante está sometido a una presión de 2 atm cuando su temperatura es de 25 °C. Si aumentamos su temperatura hasta 30 °C, ¿Cuál será la nueva presión a que está sometido el sistema?

$$T_1 = 25 + 273 = 298\text{K} \quad T_2 = 30 + 273 = 303\text{K} \quad P_1 / T_1 = P_2 / T_2$$

$$2 \text{ atm} / 298 \text{ K} = P_2 / 303 \text{ K}$$

$$P_2 = 303 \text{ K} \cdot 2 \text{ atm} / 298 \text{ K} = 2'03 \text{ atm}$$

La **olla a presión** es un recipiente hermético para cocinar que no permite la salida de aire o líquido por debajo de una presión establecida. Debido a que el punto de ebullición del agua aumenta cuando se incrementa la presión, la presión dentro de la olla permite subir la temperatura de ebullición por encima de 100 °C (212 °F), en concreto hasta unos 130 °C. La temperatura más alta hace que los alimentos se cocinen más rápidamente llegando a dividirse los tiempos de cocción tradicionales entre tres o cuatro.

### ❖ Ley de los gases ideales

Si combinamos las leyes vistas anteriormente:

$P \cdot V = \text{constante}$  (para  $T$  y  $m$  constantes): Ley de Boyle

$V / T = \text{constante}$  (para  $P$  y  $m$  constantes): Ley de Charles y Gay-Lussac

$P / T = \text{constante}$  (para  $V$  y  $m$  constantes): Ley de Gay-Lussac

se obtiene la ecuación conocida como ecuación general de los gases ideales:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

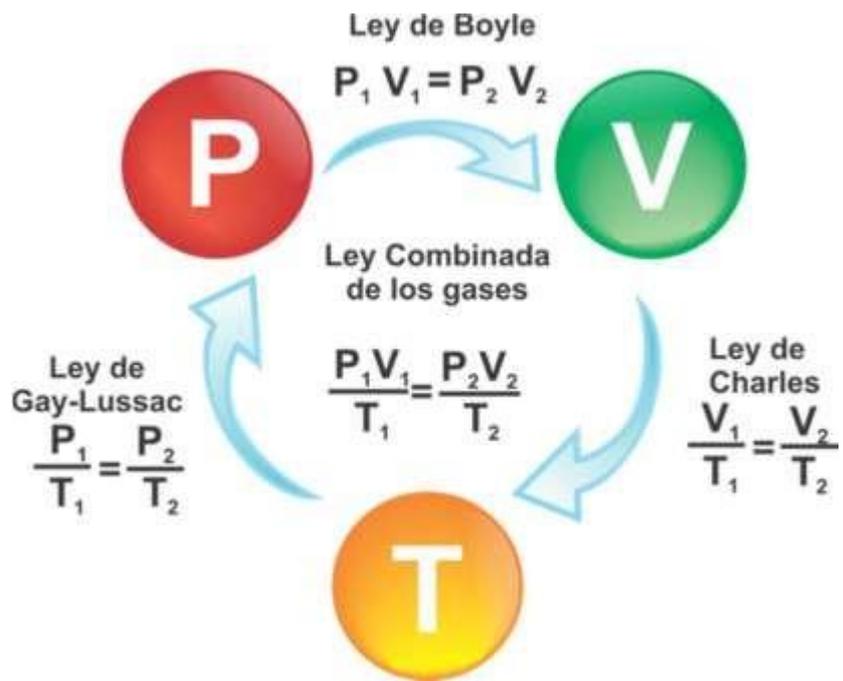
donde  $R$  es una constante denominada constante de los gases. Si la presión se expresa en atmósferas, el volumen en litros y la temperatura en K, el valor de  $R$  es de 0,082 atm.l/mol.K, mientras que en el S.I. el valor de  $R = 8,3 \text{ J / mol .K}$

Para una cantidad determinada de gas, la ley de los gases ideales puede expresarse también en función de las condiciones iniciales y las finales:

$$P_1 \cdot V_1 / T_1 = P_2 \cdot V_2 / T_2 = \text{constante}$$

La ecuación de los gases ideales, se cumple estrictamente para los llamados gases ideales: gases hipotéticos en los que el tamaño de las moléculas es absolutamente despreciable frente a la distancia existente entre las moléculas (volumen nulo) y en el que además no existieran fuerzas intermoleculares. Sin embargo, el comportamiento de los gases reales difiere ligeramente del ideal a causa del tamaño de las moléculas y también porque existen fuerzas intermoleculares. No obstante, para todos los cálculos que se efectúan normalmente, puede suponerse que los gases reales se comportan como se fueran ideales. La ecuación de los gases ideales se aplica con bastante exactitud a todos los gases cuando se encuentran a presiones muy bajas y temperaturas elevadas, es decir, cuando las moléculas están muy alejadas unas de otras y se desplazan con velocidades elevadas. Sigue siendo una buena aproximación bajo la mayoría de las condiciones posibles, pero se hace menos exacta cuando las presiones son muy elevadas y las temperaturas muy bajas. A presiones muy elevadas ya no se puede seguir considerando despreciable el volumen de las moléculas frente a las distancias intermoleculares. Por tanto, el volumen de un gas resulta ser algo mayor que lo esperado de acuerdo con la ley de Boyle. A temperaturas muy bajas las moléculas se mueven lentamente y su energía cinética es pequeña. Entonces, incluso fuerzas intermoleculares débiles hacen que las moléculas se mantengan unidas en cierta medida y el volumen del gas es algo menor que el predicho por la ley de Charles.

A partir de la ley de los gases ideales se pueden deducir las leyes anteriores, sin más que hacer constantes las correspondientes variables:



# TEMA 3. PROBABILIDAD

---

---

## ÍNDICE

- 1) INTRODUCCIÓN
- 2) CONCEPTOS ELEMENTALES EN PROBABILIDAD.
  - 2.1. Experimentos deterministas.
  - 2.2. Experimento aleatorio.
  - 2.3. Espacio muestral.
  - 2.4. Evento o suceso.
  - 2.5. Suceso elemental.
  - 2.6. Suceso compuesto.
  - 2.7. Suceso seguro.
  - 2.8. Suceso imposible.
- 3) RELACIONES ENTRE SUCESOS.
- 4) PROBABILIDAD CLÁSICA. REGLA DE LAPLACE.
  - 4.1. Probabilidad del suceso contrario.
  - 4.2. Probabilidad del suceso seguro.
  - 4.3. Probabilidad de un suceso imposible.
- 5) PROPIEDADES BÁSICAS DEL CÁLCULO DE PROBABILIDAD.
  - 5.1. Probabilidad de la unión de sucesos.
  - 5.2. Probabilidad de que ocurra el suceso A y el B en experiencias compuestas.
6. PROBABILIDAD COMPUESTA CON REPOSICIÓN Y SIN REPOSICIÓN.

## INTRODUCCIÓN

La definición de probabilidad se produjo debido al deseo del ser humano por conocer con certeza los eventos que sucederán en el futuro, por eso a través de la historia se han desarrollado diferentes enfoques para tener un concepto de la probabilidad y determinar sus valores. Por eso su estudio está vinculado a los juegos de azar.

Actualmente la probabilidad se utiliza en muchas disciplinas unidas a la Estadística: predicción de riesgos en seguros, estudios sobre la calidad de procesos industriales, etc.

### ❖ **CONCEPTOS ELEMENTALES EN PROBABILIDAD**

Llegados a este punto tenemos que definir los conceptos fundamentales que van a establecer las bases de este tema. Por ejemplo, ¿se trata del mismo experimento cuando lanzamos un dado, que cuando volcamos un vaso lleno de agua? ¿Cómo repercute en nuestros cálculos que un suceso sea compatible o incompatible? ¿se trata de la misma probabilidad cuando realizamos el experimento de lanzar un dado o que dos?

La respuesta a todas estas preguntas es no por eso debemos definir todos estos sucesos para posteriormente estudiar cómo repercuten en nuestros cálculos.

#### EXPERIMENTOS DETERMINISTAS

Un experimento determinista es aquel que, una vez estudiado, podemos predecir, es decir, que sabemos lo que sucederá antes de que ocurra. Algunos ejemplos:

- Si tiramos una piedra al aire esta caerá.
- Si un coche que va a 100 km/h tarda en hacer un trayecto de 1 hora, tenemos la certeza de que ha recorrido 100 km.
- Si ponemos agua en el congelador sabemos que se congelará a 0° C

#### EXPERIMENTO ALEATORIO

Un experimento aleatorio es aquel cuyo resultado no se puede predecir, es decir, que por muchas veces que repitamos el experimento en igualdad de condiciones, no se conoce el resultado que se va a obtener.

Por ejemplo:

- Si lanzamos una moneda no sabemos si saldrá cara o cruz.
- Cuando sacamos una bola de una caja que contiene bolas de diferentes colores, no podemos predecir el color que obtendremos.
- Si lanzamos un dado, no podemos predecir el número que saldrá.

El concepto de probabilidad se encuentra con frecuencia en la comunicación

entre las personas. Por ejemplo:

- 1) Juan y Antonia tienen un 60% de probabilidades de casarse.
- 2) Los alumnos de bachillerato tienen un 90% de probabilidades de ingresar a la universidad.

En los ejemplos, se da la “medida” de que suceda realmente un evento que es incierto (casarse o ingresar a la universidad), y ésta se expresa mediante un número entre 0 y 1, o en porcentaje.

Intuitivamente podemos observar que cuanto más probable es que ocurra el evento, su probabilidad estará más próxima a “1” o al 100%, y cuando menos probable, más se aproximará a “0”.

De aquí se deduce que un hecho o evento que NO puede ocurrir tendrá probabilidad cero y uno cuya probabilidad es segura tendrá probabilidad uno. Luego, si A representa un evento o suceso, se cumple que:  $0 \leq P(A) \leq 1$

### ESPACIO MUESTRAL

El espacio muestral (E) Es el conjunto formado por todos los resultados posibles de un experimento. Se representa con la letra E.

Ejemplo 1: Al lanzar un dado de seis caras, el espacio muestral es

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Ejemplo 2: ¿Cuántos elementos tiene el Espacio Muestral si se lanza una moneda y un dado de seis caras?

Usamos el principio multiplicativo:  $2 \cdot 6 = 12$  elementos

En el lanzamiento de monedas, la cantidad de resultados posibles también se determina por el principio multiplicativo:

- |   |  |
|---|--|
| 1 | Moneda $\rightarrow$ 2 posibilidades $E = \{c, s\}$  |
| 2 | Monedas $\rightarrow 2 \times 2 = 4$ posibilidades $E = \{(c,c), (c,s), (s,c), (s,s)\}$ .  |
| 3 | Monedas $\rightarrow 2 \times 2 \times 2 = 8$ posibilidades $E = \{(c,c,c), (c,c,s), (c,s,c), (c,s,s), (s,c,c), (s,c,s), (s,s,c), (s,s,s)\}$ |
|   | n monedas $\rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 2 \dots = 2^n$ posibilidades   |

Cuando un objeto puede caer de a maneras distintas y se lanzan n objetos, el Espacio Muestral tiene a n elementos.

Ejemplo 3: Al lanzar tres dados de seis caras, el Espacio Muestral tiene = 216 elementos

### EVENTO O SUCESO

Un evento o Suceso corresponde a un subconjunto de un Espacio Muestral, asociado a un experimento aleatorio.

Cualquier suceso se representa con una letra mayúscula excepto la E que reservamos para definir el espacio muestral.

Ejemplo 1: En el lanzamiento de 2 monedas, el Espacio Muestral es  $E = \{(c,c), (c,s), (s,c), (s,s)\}$  y tiene 4 elementos.

Un suceso es que salgan dos caras, es decir  $\{(c,c)\}$ , que tiene 1 elemento.



Imagen 4: Moneda suiza de diez centavos. Fuente: [http://localhost:51235/ACT\\_04\\_Bloque\\_12\\_Tema\\_06\\_Contenidos\\_Rev\\_JF/resources/MONEDA\\_CARA\\_Y\\_CRUZ.jpg](http://localhost:51235/ACT_04_Bloque_12_Tema_06_Contenidos_Rev_JF/resources/MONEDA_CARA_Y_CRUZ.jpg). Autor: Padawane Licencia: Dominio público.

Ejemplo 2: En el lanzamiento de un dado ¿Cuántos elementos tiene el Espacio Muestral y cuántos el suceso “que salga un número par”?  
Espacio Muestral = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, 6 elementos. Suceso = {2, 4, 6}, 3 elementos

#### SUCESO ELEMENTAL

Un Suceso Elemental es cada uno de los posibles resultados de un experimento aleatorio, es decir, cada uno de los elementos que forman parte del espacio muestral.

Por ejemplo un suceso elemental del experimento "sacar una carta de la baraja española" sería:

$A = \{\text{sacar el 5 de copas}\}$

#### SUCESO COMPUESTO

Un suceso compuesto es cualquier subconjunto del espacio muestral:

Al lanzar un dado se muestran dos ejemplos de sucesos compuestos:

- Salir par:  $A = \{2, 4, 6\}$
- Salir múltiplo de 2:  $B = \{2, 4, 6\}$
- 

#### SUCESO SEGURO

Un suceso seguro está formado por todos los posibles resultados, es decir, por el espacio muestral por lo que ocurre siempre.

Ejemplo: al tirar un dado un dado:  $S = \{\text{salir 6 o un número menor que 6}\}$

#### SUCESO IMPOSIBLE

Un suceso imposible no puede ocurrir nunca. Se representa con el conjunto vacío  $\emptyset$ .

#### SUCESOS COMPATIBLES

Dos sucesos, S y T, son compatibles cuando tienen algún suceso elemental común.  $S = \{\text{salir par}\} = \{2, 4, 6\}$  y  $T = \{\text{salir menor que 4}\} = \{1, 2, 3\}$

Si A es sacar puntuación par al tirar un dado y B es obtener múltiplo de 3, A y B son compatibles porque el 6 es un suceso elemental común.

### SUCESOS INCOMPATIBLES

Dos sucesos, A y B, son incompatibles cuando no tienen ningún elemento en común, es decir, NO SE PUEDEN DAR A LA VEZ.

$S = \{\text{salir par}\} = \{2, 4, 6\}$  y  $T = \{\text{salir múltiplo de 5}\} = \{1, 5\}$

Si A es sacar puntuación par al tirar un dado y B es obtener múltiplo de 5, A y B son incompatibles.

### SUCESOS INDEPENDIENTES

Dos sucesos, A y B, son independientes cuando la probabilidad de que suceda A no se ve afectada porque haya sucedido o no B.

### SUCESOS DEPENDIENTES

Ejemplo: Dos sucesos, A y B, son dependientes cuando la probabilidad de que suceda A se ve afectada porque haya sucedido o no B.

Ejemplo: Si extraemos dos cartas de una baraja y la primera es un rey condiciona a la extracción de la segunda carta, son por tanto sucesos dependientes.

### SUCESO CONTRARIO

Un suceso Contrario:  $\bar{A}$  o  $A'$  Es aquel que se verifica cuando no ocurre el suceso A. Ejemplo 1:  $A = \{\text{salir cara}\}$   $\bar{A} = \{\text{salir cruz}\}$

Ejemplo 2: Son sucesos contrarios sacar par e impar al lanzar un dado.

### EJEMPLOS

En los siguientes ejemplos utilizaremos una baraja española, es decir, una baraja de 40 cartas, para ilustrar los conceptos definidos en los apartados precedentes.

Ejemplo 1: Experimento: "sacar una carta de una baraja española";

En este caso el espacio muestral será:  $E = \{\text{las 40 cartas de la baraja}\}$

- Suceso: "salir el as de bastos"

En este caso el suceso es elemental, ya que incluye a un único elemento del espacio muestral.

- Suceso A: "salir el as de oros o la sota de bastos"

- Suceso B: "salir un as"

- Suceso C: "salir una carta de copas"

Ahora los tres sucesos son compuestos, ya que todos constan de más de un elemento del espacio muestral.

Además los sucesos A y B son compatibles, ya que ambos pueden ocurrir a la vez si la carta extraída es el as de oros.

También los sucesos B y C son compatibles, ya que ocurrirán los dos si la carta que sale es el as de copas, sin embargo, los sucesos A y C son incompatibles, ya que no pueden suceder a la vez, sea cual sea la carta que salga.

El suceso contrario al suceso B será "no salir un as", y se denotará de la forma:  $B' =$

$\{\text{no salir una carta de copas}\}$ .

- Suceso seguro es: Suceso seguro es: "cualquier carta"; y Suceso imposible es: "ninguna carta" "cualquier carta"; y Suceso imposible es: "ninguna carta", aunque en este caso podríamos poner como ejemplo cualquier resultado que no pudiera darse al extraer una carta de la baraja.

Ejemplo 2: Experimento: realizar una extracción de la baraja, anotar el resultado y volver a introducir la carta en la baraja, realizar entonces una segunda extracción y anotar el resultado. En este caso el espacio muestral está formado por parejas de cartas.

- Suceso A: "salir el as de bastos en la primera extracción"
  - Suceso B: "salir el as de bastos en la segunda extracción"
- Los sucesos A y B son independientes, ya que la carta que salga en la segunda extracción no depende del resultado obtenido en la primera, puesto que el resultado únicamente se anota y la carta vuelve a ponerse en el mazo.

Ejemplo 3: Experimento: realizar una extracción de la baraja, y a continuación realizar una segunda extracción y anotar el resultado de ambas. En este caso el espacio muestral está formado por parejas de cartas, pero notar que los dos elementos de la pareja deben ser distintos.

- Suceso A: "salir el as de bastos en la primera extracción"
  - Suceso B: "salir el as de bastos en la segunda extracción"
- Los sucesos son dependientes, ya que si ocurre A, es decir, sale el as de bastos en la primera extracción, no puede ocurrir el suceso B, porque esa carta no estaría en el mazo, mientras que si el suceso A no ocurre, entonces puede ocurrir B.

## ❖ RELACIONES ENTRE SUCESOS

La unión de Sucesos:  $A \cup B$  es el suceso formado por todos los sucesos elementales de A y de B.

La intersección de Sucesos:  $A \cap B$  es el suceso formado por los elementos que están simultáneamente en A y en B.

Ejemplo 1: lanzamos un dado tal que dos sucesos:  $A = \{\text{impar}\} = \{1, 3, 5\}$   
 $B = \{\text{primo}\} = \{2, 3, 5\}$   
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$

Ejemplo 2: lanzamos un dado tal que dos sucesos:  $A = \{\text{par}\} = \{2, 4, 6\}$   
 $B = \{\text{primo}\} = \{2, 3, 5\}$   
 $A \cap B = \{2\}$

## PROBABILIDAD CLÁSICA. REGLA DE LAPLACE

En este apartado veremos cómo se asignan probabilidades a sucesos de ciertos experimentos, tener en cuenta que cuando se hace un experimento aleatorio se pueden dar dos situaciones:

- Que conozcamos de antemano, o a priori, los resultados que pueden darse: por ejemplo en el caso del lanzamiento de una moneda, experimento en el que sólo puede obtenerse cara o cruz. En estos casos se dice que la asignación de probabilidades se realiza "a priori".
- Que desconozcamos a priori los resultados que pueden darse: por ejemplo, en el experimento "contar los coches que echan gasolina en una determinada estación de servicio de 9 a 10 de la mañana", evidentemente no sabemos de antemano cuantos valores pueden darse, ya que pueden ser tres coches, cuatro o treinta. Para asignar probabilidades en estos experimentos es preciso tomar muchos datos, diciéndose que la asignación de probabilidades se realiza a posteriori.

En este nos referimos a la asignación de probabilidades "a priori", utilizando una regla que lleva el nombre del matemático francés Pierre Simon Laplace, así si realizamos un experimento aleatorio en el que hay  $n$  sucesos elementales, todos igualmente probables, equiprobables, entonces si  $A$  es un suceso, la probabilidad de que ocurra el suceso  $A$  es:

Ejemplo 1: Hallar la [probabilidad](#) de que al lanzar dos monedas al aire salgan dos caras. Por lo tanto:

Casos posibles: {cc, cx, xc, xx}. Consecuentemente:

Casos favorables: 1. La solución será:

$$P(2\text{caras}) = \frac{1}{4}$$

Ejemplo 2: En una baraja de 40 cartas, hallar la  $P(\text{as})$  y  $P(\text{copas})$ . Casos posibles: 40.

Casos favorables de ases: 4.

$$P(\text{as}) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$$

Casos favorables de copas: 10.

$$P(\text{copas}) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

Ejemplo 3: Calcular la [probabilidad](#) de que al echar un dado al aire, salga:

a) Un número par.

Casos posibles: {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Casos favorables: {2, 4, 6}.

$$P(\text{par}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

b) Un múltiplo de tres. Casos favorables: {3, 6}.

$$P(3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

c) Un múltiplo de tres. Casos favorables: {3, 6}.

$$P(3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

d) Mayor que 4.

Casos favorables: {5, 6}.

$$P(>4) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

#### PROBABILIDAD DEL SUCESO CONTRARIO

La probabilidad del suceso contrario es la probabilidad de que un suceso NO ocurra, o "probabilidad de un suceso contrario", se obtiene a través de:

$$P(A) = 1 - P(A')$$

Ejemplo: Si La probabilidad de que llueva es  $\frac{2}{5}$ , ¿cuál es la probabilidad de que NO llueva?

Solución:  $P(\text{no llueva}) = 1 - P(\text{llueva}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

#### PROBABILIDAD DEL SUCESO SEGURO

La probabilidad de un suceso seguro es si se tiene certeza absoluta de que un evento A ocurrirá:  $P(A) = 1$

Ejemplo: Al lanzar un dado de 6 caras.

Casos posibles: 6 (1,2,3,4,5,6) Casos favorables: 6 (1,2,3,4,5,6)

$$P(A) = \frac{6}{6} = 1$$

#### PROBABILIDAD DE UN SUCESO IMPOSIBLE

La probabilidad de un suceso imposible es si se tiene certeza absoluta de que un evento A NO ocurrirá:  $P(A) = 0$

Ejemplo: La probabilidad de obtener un número mayor que 6 al lanzar un dado común es 0 (0 de 6).

Casos posibles: 6 (1,2,3,4,5,6) Casos favorables: 0

$$P(\text{mayor que 6}) = \frac{0}{6} = 0$$

## PROPIEDADES BÁSICAS DEL CÁLCULO DE LA PROBABILIDAD

En este epígrafe vamos a estudiar algunas de las propiedades básicas del cálculo de la probabilidad como son las propiedades de la unión de sucesos (distinguiendo los sucesos compatibles e incompatibles) y las propiedades de que ocurran A y B en experimentos compuestos.

### PROBABILIDAD DE LA UNIÓN DE SUCESOS

Caso 1: La probabilidad de la unión de sucesos incompatibles viene dada:  $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

Ejemplo: Calcular la probabilidad de obtener un 2 ó un 5 al lanzar un dado.

$$P(2 \cup 5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Caso 2: La probabilidad de la unión de sucesos compatibles:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Ejemplo: Calcular la probabilidad de obtener un múltiplo de 2 ó un 6 al lanzar un dado.

$$P(2 \cup 6) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

### PROBABILIDAD DE QUE OCURRA EL SUCESO A Y EL B EN EXPERIENCIAS COMPUESTAS

Caso 1: Cuando A y B son eventos independientes: (si la probabilidad de que ocurra el proceso B no depende de que haya ocurrido o no antes A.), se cumple que:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Ejemplo:

¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar dos veces un dado se obtengan dos números pares?

Solución:

Casos posibles: 6 (1,2,3,4,5,6) Casos favorables: 3 (2,4,6) Entonces: P(do

Caso 2: Cuando A y B son eventos dependientes corresponde la Probabilidad Condicionada.

Sea un experimento aleatorio en el que hay dos sucesos A y B. Se llama probabilidad condicionada del suceso B respecto al suceso A, y se denota como  $P(B/A)$  a la probabilidad de que ocurra el suceso B sabiendo que es también A viene dado por  $P(B/A)$  y cuya fórmula es:

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Ejemplo:

Al lanzar un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener un 4 sabiendo que ha salido par?  $B = \{\text{Sacar } 4\} = \{4\}$

$A = \{\text{Número par}\} = \{2, 4, 6\}$   $P(B/A) = 1/3$

$$\frac{145}{334} \cdot \frac{196}{334}$$

## PROBABILIDAD COMPUESTA CON REPOSICIÓN Y SIN REPOSICIÓN

Hasta ahora sólo hemos trabajado el cálculo de la probabilidad con experiencias simples, es decir, sacando sólo una carta de la baraja, sacando una bola de una urna o lanzando un dado al aire. Ahora vamos a estudiar la probabilidad en EXPERIENCIAS COMPUESTAS. Ejemplos de ellas sería lanzar dos veces un dado o sacar tres cartas de una baraja.

Ahora bien, esto lo podemos hacer de dos maneras diferenciadas: CON REPOSICIÓN Y SIN REPOSICIÓN. Veámoslo.

### PROBABILIDAD CON REPOSICIÓN:

#### Ejemplo:

Se tiene una bolsa con 30 pelotitas entre blancas y rojas, de las cuales 12 son blancas, todas de igual peso y tamaño. Si se extraen 2 pelotitas al azar, con reposición, ¿cuál es la probabilidad de que ambas sean blancas?

#### Solución:

Primera extracción

Casos posibles: 30

Casos favorables: 12

Entonces:

Segunda extracción (Con reposición)

Casos posibles: 30

Casos favorables: 12

$$P(\text{dos blancas}) = P(\text{blanca}) \text{ y } P(\text{blanca})$$

$$= P(\text{blanca}) \cdot P(\text{blanca})$$

$$= \frac{12}{30} \cdot \frac{12}{30} = \frac{144}{900} = \frac{4}{25}$$

Quando extraemos una carta y miramos el palo, y la volvemos a introducir, estamos en una situación de REPOSICIÓN. Y si después extraemos otra carta y la volvemos a mirar, podremos calcular, por ejemplo, la probabilidad de que ambas sean copas. Está claro que son sucesos independientes, ya que al volver a introducir la carta el palo de la segunda extracción no depende del palo de la primera.

PROBABILIDAD SIN REPOSICIÓN:

Cuando extraemos una carta y miramos el palo, y NO la volvemos a introducir, estamos en una situación SIN REPOSICIÓN. Y si después extraemos otra carta y la volvemos a mirar, podremos calcular, por ejemplo, la probabilidad de que ambas sean copas. Está claro que son sucesos dependientes, ya que al no volver a introducir la carta el palo de la segunda extracción depende del palo de la primera.

**Ejemplo:**

Se tiene una bolsa con 30 pelotitas entre blancas y rojas, de las cuales 12 son blancas, todas de igual peso y tamaño. Si se extraen 2 pelotitas al azar, sin reposición, ¿cuál es la

**Solución:**

Primera extracción

Segunda extracción (Sin reposición)

Casos posibles: 30

Casos posibles: 29

Casos favorables: 12

Casos favorables: 11

Entonces:

$$\begin{aligned}
 P(\text{dos blancas}) &= P(\text{blanca}) \text{ y } P(\text{blanca}) \\
 &= P(\text{blanca}) \cdot P(\text{blanca}) \\
 &= \frac{12}{30} \cdot \frac{11}{29} = \frac{132}{870} = \frac{22}{145}
 \end{aligned}$$

# TEMA 4. TRIGONOMETRÍA

---

## Contenido

¿Qué es la trigonometría? .....	2
Conceptos previos .....	2
Triángulos: .....	2
Ángulos y medidas: .....	3
Grados sexagesimales: .....	3
Sistema internacional: .....	4
Paso de radianes a grados y de grados a radianes: .....	4
Teorema de Pitágoras .....	6
Razones trigonométricas de un ángulo agudo .....	7
Razones trigonométricas de $0^\circ$ , $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ , $90^\circ$ , $180^\circ$ y $270^\circ$ .....	8
Resolución de triángulos rectángulos .....	8
Primer caso: Se conoce la hipotenusa (h) y uno de los ángulos ( $\alpha$ ). .....	8
Segundo caso: Se conoce uno de los ángulos y un cateto. ....	9
Tercer caso: Se conoce dos lados del triángulo .....	9
Aplicaciones de la Trigonometría .....	10

---

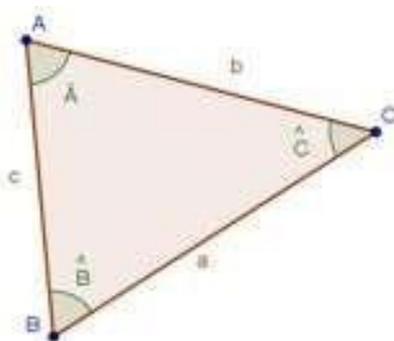
## ¿Qué es la trigonometría?

Etimológicamente trigonometría significa medición de triángulos. Su objetivo es establecer las relaciones matemáticas entre las medidas de los lados de un triángulo con las amplitudes de sus ángulos, de manera que resulte posible calcular las unas mediante las otras.

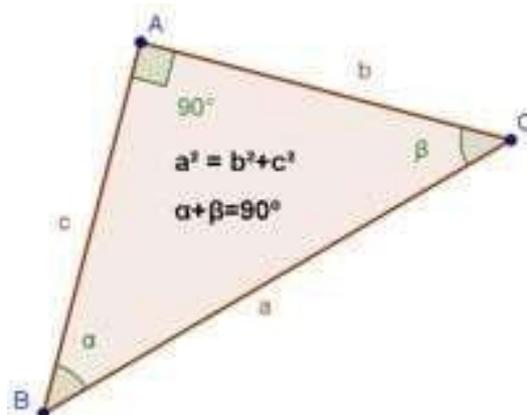
### Conceptos previos

Triángulos:

En un triángulo, los vértices se nombran con letras mayúsculas (A, B y C). Los lados se nombran con la letra minúscula del vértice opuesto al lado (a, b,c). Los ángulos se nombran con el acento circunflejo encima de la letra mayúscula que denota el vértice del ángulo ( $\hat{A}$ ). Observa el siguiente dibujo donde te quedará más claro la nomenclatura de los triángulos:



En un triángulo rectángulo, al ángulo recto se le asigna la letra A y así, a la hipotenusa la letra a minúscula, siendo b y c los dos catetos. Se utilizan las letras griegas  $\alpha$  y  $\beta$  para nombrar a los ángulos agudos que no corresponden al de  $90^\circ$  respectivamente. En un triángulo rectángulo se verifica el teorema de Pitágoras (El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.  $a^2 = b^2 + c^2$ ). También se cumple que los dos ángulos agudos son complementarios, es decir, se cumple que  $(\alpha + \beta = 90^\circ)$ .

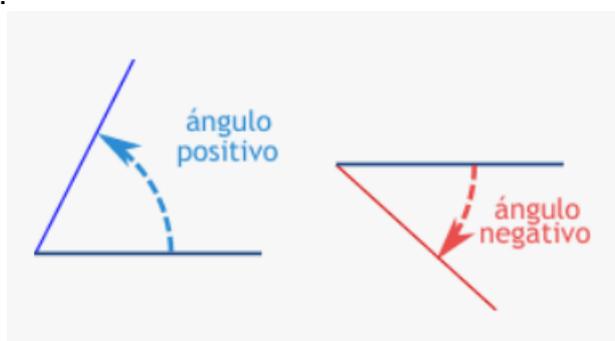


### Ángulos y medidas:

Consideraremos que un ángulo es un recorrido en la circunferencia con centro el origen y de radio la unidad.

El punto de partida de estos recorridos se situará en el punto de coordenadas (1,0) y la medida de un ángulo será la medida de ese recorrido.

Los ángulos pueden tener sentido positivo o negativo según sea el de su recorrido; si es contrario al de las agujas del reloj será POSITIVO y si es igual, NEGATIVO.



### Grados sexagesimales:

Ya conoces el sistema sexagesimal de medida de ángulos. Al dividir la circunferencia en 360 partes iguales, obtenemos un grado, a su vez cada grado se compone de 60 minutos y cada minuto de 60 segundos. Así un ángulo se mide en: grados<sup>o</sup> minutos' segundos" → UNA VUELTA COMPLETA= 360<sup>o</sup>; 1<sup>o</sup> = 60' y 1' = 60"

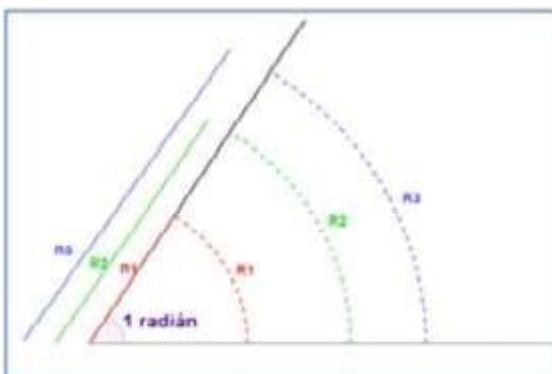
## Sistema internacional:

Medir un ángulo es medir su recorrido en la circunferencia. Como la longitud de toda la circunferencia es  $2 \cdot \pi \cdot \text{radio}$ , resulta conveniente tomar como unidad de medida el radio.

En el sistema internacional, la unidad de medida de ángulos es el radián. El radián es un ángulo tal que, cualquier arco que se le asocie mide exactamente lo mismo que el radio utilizado para trazarlo. Se denota por rad.

A un ángulo completo le corresponde un arco de longitud  $2\pi R$ , a un radián un arco de longitud  $R$ , entonces:

Nº de radianes de un ángulo completo =  $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$



### Paso de radianes a grados y de grados a radianes:

El semiperímetro de la semicircunferencia es  $\pi \cdot \text{radio} \rightarrow \pi \text{ radianes} = 180 \text{ grados}$ .

Por tanto, únicamente debemos tener presente que:

$$1 \text{ grado} = \frac{\pi}{180} \text{ radianes}$$

De grados a radianes:

✓ multiplicamos por  $\frac{\pi}{180}$

$$1 \text{ radián} = \frac{180}{\pi} \text{ grados}$$

De radianes a grados:

✓ multiplicamos por  $\frac{180}{\pi}$

Importante

En las calculadoras usuales suelen aparecer cuatro tipos de medida de ángulos:

"DEG" o expresión en grados sexagesimales;

- la tecla  $\langle \text{° ' } \rangle$  da los grados enteros del ángulo y la parte decimal se cuenta en minutos (1/60 de grado) y segundos (1/60 de minuto).

- "RAD" es decir, radianes.

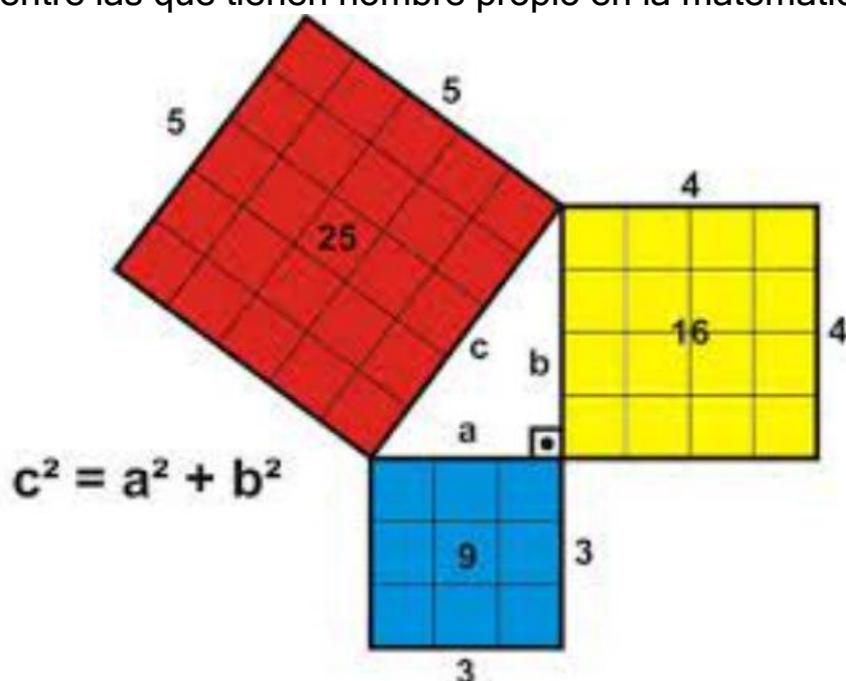
- "GRAD" cada grado centesimal es la centésima parte del ángulo recto, toda la circunferencia está formada por 400 grados centesimales.  
1GRAD=90/100 DEG

DEBES TENER MUCHO CUIDADO PORQUE SEGÚN EN QUÉ MODO TENGAS TU CALCULADORA LOS CÁLCULOS TE LOS HARÁ CORRECTAMENTE O NO EN LAS UNIDADES QUE NECESITES.

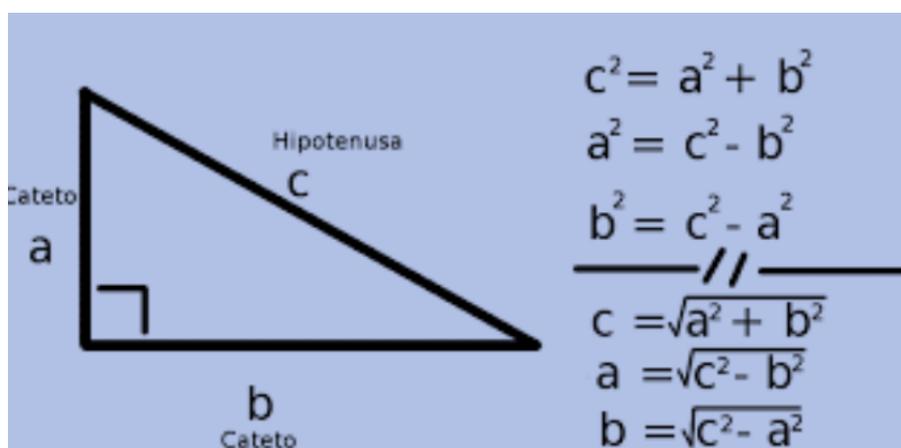
## Teorema de Pitágoras

En matemáticas, el teorema de Pitágoras es una relación en geometría euclidiana entre los tres lados de un triángulo rectángulo. Afirma que el área del cuadrado cuyo lado es la hipotenusa (el lado opuesto al ángulo recto) es igual a la suma de las áreas de los cuadrados cuyos lados son los catetos (los otros dos lados que no son la hipotenusa).

Este teorema se puede escribir como una ecuación que relaciona las longitudes de los lados 'a', 'b' y 'c'. Es la proposición más conocida entre las que tienen nombre propio en la matemática.



El teorema de Pitágoras establece que, en todo triángulo rectángulo, la longitud de la hipotenusa es igual a la raíz cuadrada de la suma del área de los cuadrados de las respectivas longitudes de los catetos.

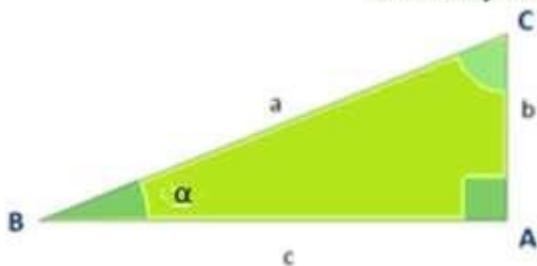


## Razones trigonométricas de un ángulo agudo

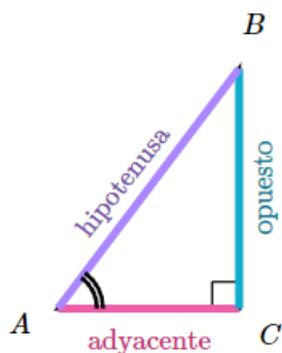
Empecemos por considerar un ángulo agudo cualquiera, utilizaremos una letra griega  $\alpha$  (alfa) para denotarlo. Es siempre posible construir un triángulo rectángulo de modo que  $\alpha$  sea uno de sus ángulos.

Sea  $\widehat{ABC}$  uno de estos triángulos y situemos en el vértice B, el ángulo  $\alpha$ . Se definen las razones trigonométricas directas del ángulo  $\alpha$ : seno, coseno y tangente como:

$$\begin{aligned} \text{seno de } \alpha &= \text{sen } \alpha = \text{sen } \hat{B} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a} \\ \text{coseno de } \alpha &= \text{cos } \alpha = \text{cos } \hat{B} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a} \\ \text{tangente de } \alpha &= \text{tan } \alpha = \text{tan } \hat{B} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{b}{c} \end{aligned}$$



También se utilizan las expresiones  $\text{tg } \alpha$  y  $\text{tag } \alpha$  como símbolos de la tangente de  $\alpha$ .



$$\sin(A) = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos(A) = \frac{\text{adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\tan(A) = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$$

Razones trigonométricas de  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  y  $270^\circ$ 

	Seno	Coseno	Tangente
$0^\circ$	0	1	0
$30^\circ$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
$45^\circ$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
$60^\circ$	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}$
$90^\circ$	1	0	$\infty$
$180^\circ$	0	-1	0
$270^\circ$	-1	0	$\infty$

El saber las razones trigonométricas de los conocidos como ángulos notables, nos será útil cuando necesitemos calcular las razones de otro ángulo que pueda reducirse a alguno de éstos.

### Resolución de triángulos rectángulos

Resolver un triángulo es calcular las amplitudes de los tres ángulos y las longitudes de los tres lados. En el caso de que el triángulo sea rectángulo podemos considerar tres casos dependiendo de las hipótesis o datos iniciales. En cada uno de ellos existen varias formas de obtener la solución. Vamos a describir una en cada caso:

#### Primer caso: Se conoce la hipotenusa (h) y uno de los ángulos ( $\alpha$ ).

Como estamos con un triángulo RECTÁNGULO, en realidad conocemos dos de los ángulos. Por tanto, el tercer ángulo lo obtenemos restando; ya que sabemos que en cualquier triángulo las sumas de sus tres ángulos debe ser  $180^\circ$ .

$$90^\circ + \alpha + \beta = 180^\circ \rightarrow \beta = 180 - 90 - \alpha$$

A partir de ahora, nos faltaría conocer el valor de los dos catetos. Aplicando las definiciones de las razones trigonométricas:

$$\text{seno de } \alpha = \text{sen } \alpha = \text{sen } \hat{B} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{coseno de } \alpha = \text{cos } \alpha = \text{cos } \hat{B} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

$$\text{tangente de } \alpha = \text{tan } \alpha = \text{tan } \hat{B} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{b}{c}$$

### **Segundo caso: Se conoce uno de los ángulos y un cateto.**

En este caso nos ocurre lo mismo que en el anterior; es decir, realmente conocemos dos ángulos y el que nos falta lo podemos calcular restando a 180°. De la misma forma procederemos para calcular la hipotenusa y el otro cateto.

### **Tercer caso: Se conoce dos lados del triángulo.**

En este caso utilizaremos en primer lugar el teorema de Pitágoras para calcular el tercer lado, tanto si el que falta es un cateto como si es la hipotenusa.  $\rightarrow a^2 = b^2 + c^2$

Para obtener el primero de los ángulos agudos, calcularemos en primer lugar una de sus razones trigonométricas a partir de las definiciones que ya conocemos. Pero una vez obtenido el valor de una de las tres razones trigonométricas: seno, coseno o tangente, para conocer el valor del ángulo debemos utilizar la calculadora. Si lo que hemos calculado suponemos que es el SENO, a la hora de escribir este paso en el papel lo despejamos escribiendo:  $\arcsen 0,...$ , que se lee “arco seno de cero coma....” y que significa “ángulo cuyo seno es cero coma ...” y que se obtiene con la calculadora activando el comando  $\sin^{-1}$  lo que conseguiremos con la secuencia: SHIFT + SIN<sup>-1</sup> + 0,...



Imagen 8: Comandos calculadora para obtener arcoseno Fuente: Propia

De forma análoga lo haríamos si lo que hubiésemos obtenido fuera el coseno o la tangente. De todas formas recuerda que no todas las calculadoras funcionan igual, puede ocurrir que la que tu uses no funcione de la misma manera, tendrás que mirar sus instrucciones para asegurarte.

## Aplicaciones de la Trigonometría

La trigonometría es útil para resolver problemas geométricos y calcular longitudes en la realidad.

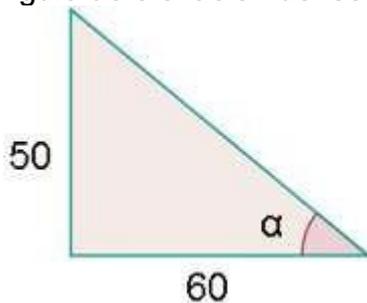


Con un teodolito, se pueden medir ángulos, tanto en el plano vertical como en el horizontal, que nos permiten, aplicando las razones trigonométricas, hallar distancias o calcular alturas de puntos inaccesibles.

En estos casos aunque el triángulo de partida no sea rectángulo, trazando su altura podemos obtener dos triángulos rectángulos a resolver con los datos que tenemos.

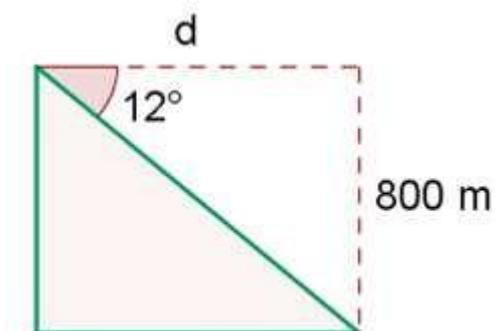
Veamos algunos ejemplos.

Un árbol de 50 m de alto proyecta una sombra de 60 m de larga. Encontrar el ángulo de elevación del sol en ese momento.

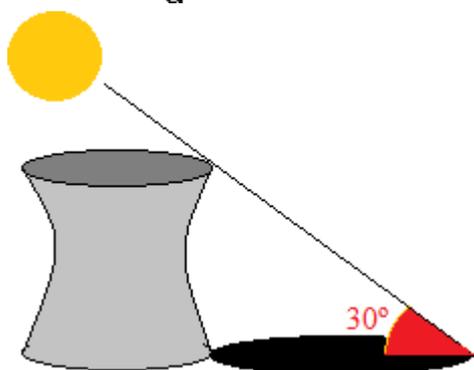


$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{50}{60} \quad \alpha = 39^{\circ} 48' 43''$$

Un dirigible que está volando a 800 m de altura, distingue un pueblo con un ángulo de depresión de  $12^{\circ}$ . ¿A qué distancia del pueblo se halla?



$$\operatorname{tg} 12^\circ = \frac{800}{d} \quad d = 3763.70 \text{ m}$$



Calcular la altura de la torre de refrigeración de una central nuclear si se sabe que su sombra mide 271 metros cuando los rayos solares forman un ángulo de  $30^\circ$ .

Llamamos a a la altura y h a la hipotenusa. Por el seno:

$$\sin(30^\circ) = \frac{a}{h}$$

Despejamos la altura:

$$a = h \cdot \sin(30^\circ)$$

Necesitamos calcular la hipotenusa. Por el coseno tenemos

$$\cos(30^\circ) = \frac{271}{h}$$

Despejamos la hipotenusa:

$$h = \frac{271}{\cos(30^\circ)}$$

Sustituimos la hipotenusa:

$$\begin{aligned} a &= h \cdot \sin(30^\circ) = \\ &= \frac{271}{\cos(30^\circ)} \cdot \sin(30^\circ) = \\ &= 271 \cdot 0,5774 = \\ &= 156,46 \text{ m} \end{aligned}$$

Por tanto, la altura de la torre es de unos 156,46 metros.

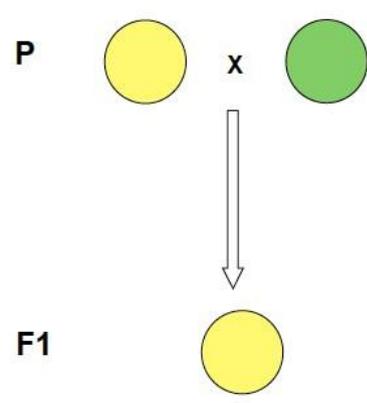
# TEMA 5. GENÉTICA CELULAR

## Contenido

1. Las leyes de Mendel .....	2
Conceptos básicos de genética mendeliana.....	3
Problemas de genética.....	5
¿Podrías explicar ahora las leyes de Mendel? .....	10
Los árboles genealógicos y los pedigrís .....	11
2. Genética humana.....	14
Determinación sexual y herencia del sexo.....	15
Herencia ligada al sexo. ....	16
3. La herencia biológica. ....	18
Las mutaciones.....	23
Bibliografía.....	30

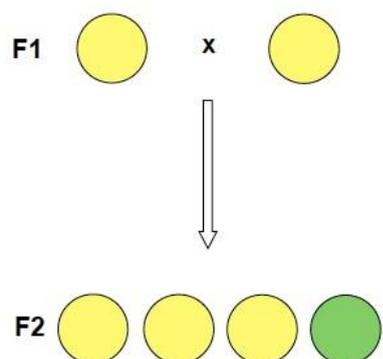
# 1. Las leyes de Mendel

**La primera ley de Mendel: Ley de la uniformidad de los híbridos de la primera generación.**  
 Cuando se cruzan dos variedades individuos de raza pura ambos (homocigotos ) para un determinado carácter, todos los híbridos de la primera generación son iguales.  
 Mendel llegó a esta conclusión al cruzar variedades puras de guisantes amarillos y verdes, pues siempre obtenía de este cruzamiento variedades de guisante amarillos.



The diagram shows the P generation with a yellow pea (circle) and a green pea (circle) separated by an 'x'. A vertical arrow points down to the F1 generation, which consists of a single yellow pea (circle).

**La segunda ley de Mendel: Ley de la separación o disyunción de los alelos.**  
 Mendel tomó plantas procedentes de las semillas de la primera generación (F1) del experimento anterior, amarillos, y las polinizó entre sí. Del cruce obtuvo semillas amarillos y verdes en la proporción 3:1 (75% amarillos y 25% verdes). Así pues, aunque el alelo que determina la coloración verde de las semillas parecía haber desaparecido en la primera generación filial (F1), vuelve a manifestarse en esta segunda generación (F2).

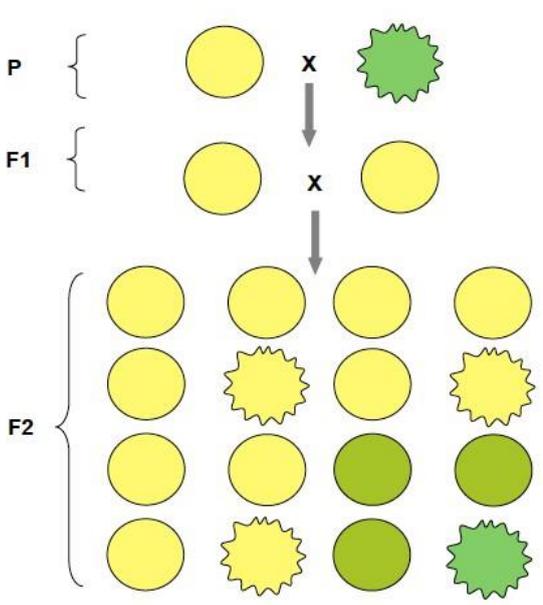


The diagram shows the F1 generation with two yellow peas (circles) separated by an 'x'. A vertical arrow points down to the F2 generation, which consists of four peas: three yellow (circles) and one green (circle).

**La Tercera Ley de Mendel: Ley de la independencia de los caracteres no antagónicos.**  
 Mendel se planteó cómo se heredarían dos caracteres. Para ello cruzó guisantes amarillos lisos con guisantes verdes rugosos. En la primera generación obtuvo guisantes amarillos lisos. Al cruzar los guisantes amarillos lisos obtenidos dieron la siguiente descendencia:

- 9 amarillos lisos**
- 3 verdes lisos**
- 3 amarillos rugosos**
- 1 verde rugoso**

De esta manera demostró que los caracteres color y textura eran independientes.

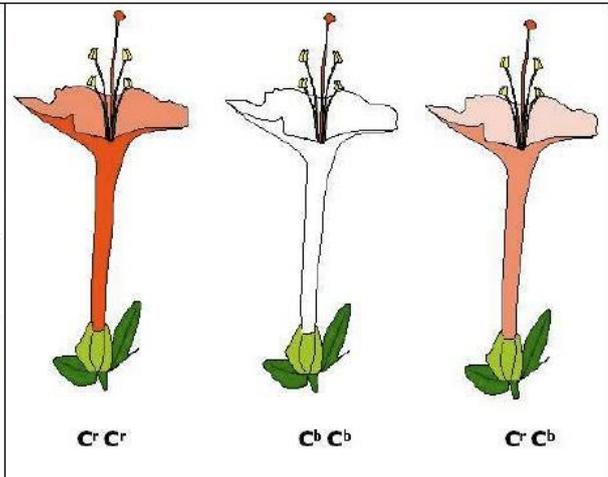


The diagram shows the P generation with a yellow smooth pea (circle) and a green wrinkled pea (star-shaped) separated by an 'x'. An arrow points down to the F1 generation, which consists of two yellow smooth peas (circles) separated by an 'x'. A second arrow points down to the F2 generation, which consists of a 4x4 grid of 16 peas: 9 yellow smooth (circles), 3 green smooth (circles), 3 yellow wrinkled (star-shaped), and 1 green wrinkled (star-shaped).

## Conceptos básicos de genética mendeliana

<p><b>1) ¿Qué es la genética?</b></p> <p>La Genética es la ciencia que estudia la herencia biológica. Esto es, estudia como se transmiten los caracteres genéticos de los ascendientes a los descendientes y las leyes que regulan esta transmisión.</p> <p>Como ejemplos de carácter genético tenemos: la miopía hereditaria, los grupos sanguíneos (AB0), el factor Rh, el color de la piel de los guisantes, etc.</p>	<p><b>2) ¿Qué son los genes?</b></p> <p>Sabemos que en los cromosomas se encuentra la información genética y que esta información está codificada en la secuencia de nucleótidos del ADN.</p> <p>Un gen es una parte del cromosoma que contiene información para un carácter.</p> <p>Así, por ejemplo, en la especie humana, en la pareja de cromosomas nº8, se encuentra el gen responsable de los grupos sanguíneos (AB0).</p>
<p><b>3) ¿Qué son los alelos?</b></p> <p>Tomemos el ejemplo del factor Rh. No todos tenemos el mismo factor Rh. Esto es debido a que este gen tiene dos variantes o alelos.</p> <p><b>A... Rh positivo</b> <b>a.... Rh negativo</b></p> <p>Por lo tanto diremos que los alelos son las diferentes variantes que puede tener un gen.</p>	<p><b>4) ¿Cuántos genes tenemos para cada carácter?</b></p> <p>Nuestro padre nos aporta en el espermatozoide la mitad de los cromosomas y la otra mitad es aportada por nuestra madre.</p> <p>Así, por ejemplo, nuestro padre nos habrá legado en uno de los cromosomas un gen para el factor Rh y nuestra madre en el cromosoma homólogo otro. Por lo tanto, para este carácter, tendremos dos genes que podrán ser iguales o distintos. Esto mismo ocurre con todos los caracteres.</p>
<p><b>5) El genotipo</b></p> <p>El genotipo es el conjunto de genes que tiene un individuo.</p> <p>Así, si nuestro padre y nuestra madre nos han aportado el mismo alelo para el factor RH, por ejemplo el A, nuestro genotipo será AA, seremos <b>homocigóticos</b> (raza pura, en otros seres vivos diferentes de los humanos).</p> <p>Pero si nuestro padre nos ha legado el gen A y nuestra madre el a seremos: Aa, <b>heterocigóticos</b> o <b>híbridos</b>.</p>	<p><b>6) ¿Qué sucede si somos heterocigóticos?</b></p> <p>Si somos heterocigóticos (Aa) para un carácter, pueden suceder dos cosas:</p> <p>1ª) Que sólo se manifieste uno de los genes. Diremos entonces que existe <b>dominancia</b>. Por ejemplo, el gen que determina el Rh positivo (A) siempre domina sobre el que determina el Rh negativo (a) y si somos Aa tendremos Rh positivo. El gen no dominante se le llama <b>recesivo</b>.</p> <p>2ª) En ciertos caracteres ambos genes se manifiestan y se dice que son <b>codominantes</b>. Así, en los grupos sanguíneos, el gen para el grupo A y el del grupo B son codominantes y una persona que tenga ambos será del grupo AB.</p>
<p><b>7) El fenotipo</b></p> <p>El fenotipo es la manifestación externa del genotipo. Por ejemplo, en el caso de los grupos sanguíneos, si una persona es del grupo A, este será su fenotipo. En el factor Rh, si es Rh negativo, este será su fenotipo.</p>	

8) **Herencia intermedia en el dondiego de noche:** En el dondiego de noche hay plantas de flores rojas, rosas y blancas. Esto se debe a que en esta planta existen dos alelos para el color de la flor:  $C^r$ , rojo y  $C^b$ , blanco. Las plantas de flores rojas serían  $C^r C^r$ , las de flores blancas:  $C^b C^b$ , y las rosas serían el heterocigótico  $C^r C^b$ . Se trata de un caso de herencia intermedia, pues el heterocigótico manifiesta un fenotipo que es intermedio entre los fenotipos que presentan los homocigóticos.



9) **NORMAS PARA NOMBRAR LOS GENES Y REPRESENTAR EL GENOTIPO**

- 1ª El gen dominante se representará mediante una letra del alfabeto en mayúscula (A).
- 2ª El gen recesivo con la misma letra en minúscula (a).
- 3ª En el heterocigótico se escribirá primero el gen dominante y después el recesivo (Aa y no aA).
- 4ª Si los genes son codominantes se representarán con la misma letra en mayúscula seguida de un superíndice que los distinga. Por ejemplo:  $C^b$  (color blanco de una flor),  $C^r$  (color rojo).

<p><b>ACTIVIDAD: LA MIOPIA HEREDITARIA</b></p> <p>Ciertos tipos de miopía se heredan genéticamente. Este carácter está determinado por dos genes alelos que llamaremos A y a. El gen A, dominante, determina que la persona sea miope; mientras que el gen a, recesivo, determina el fenotipo normal (no miope).</p>	<p>Carácter: .....</p> <p>Alelos: Este gen tiene ..... alelos.</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p><b>Genotipos y fenotipos posibles</b></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
--	--

<p><b>ACTIVIDAD: LOS GRUPOS SANGUÍNEOS</b></p> <p>Un ejemplo más complejo es el de los grupos sanguíneos (sistema ABO). Este carácter viene determinado por tres genes alelos: <math>I^A</math>, que determina el grupo A, <math>I^B</math>, que determina el grupo B e <math>i</math>, que determina el grupo O. Los genes <math>I^A</math> e <math>I^B</math> son codominantes y ambos son dominantes respecto al gen <math>i</math> que es recesivo.</p>	<p><b>CARÁCTER:</b> .....</p> <p><b>ALELOS:</b> Este gen tiene ..... alelos.</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p><b>Genotipos y fenotipos posibles:</b></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	--

## Problemas de genética

Para resolver los problemas de genética debe hacerse siempre una labor de análisis y razonamiento.

**EJEMPLO 1: La miopía está determinada por un gen dominante A respecto al gen normal recesivo a ¿Cómo serán los descendientes de un padre miope y una madre "normal" ambos homocigóticos?**

- 1) El padre, por ser miope, deberá tener el gen A y por ser homocigótico deberá ser AA, ya que todos tenemos dos genes para cada carácter.
- 2) La madre por ser "normal" deberá tener el gen a y por ser homocigótica deberá ser aa obligatoriamente.
- 3) Todos los espermatozoides del padre llevarán necesariamente el gen A, ya que no tiene otro.
- 4) Todos los óvulos de la madre llevarán necesariamente el gen a, ya que no tiene otro.
- 5) La unión de ambos genes dará siempre genotipos Aa heterocigóticos.
- 6) Como consecuencia todos los hijos que puedan tener serán necesariamente de genotipo Aa, heterocigóticos, y de fenotipo: miopes.

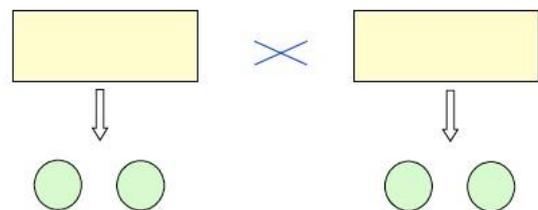
### ESQUEMA DE CRUZAMIENTO

**Conclusión:**

**EJEMPLO 2: El color amarillo de los guisantes está determinado por un gen dominante (A) respecto al gen que determina el color verde, recesivo (a). ¿Cómo serán los guisantes descendientes de un cruce entre guisantes de color amarillo heterocigóticos?**

- 1º) Los guisantes deberán tener como genotipo: Aa, ya que se nos dice que son heterocigóticos. La mitad de los granos de polen llevará el gen A y la otra mitad el gen a.
- 2º) Lo mismo sucederá con los óvulos de la flor.
- 3º) Se podrán producir por lo tanto las siguientes combinaciones: 25% AA, 50% Aa y 25% aa. Pues la combinación Aa se puede originar tanto si se une un grano de polen A con un óvulo a como a la inversa.

### ESQUEMA DE CRUZAMIENTO



#### Cuadro gamético


**Conclusión:** Como consecuencia se obtendrán un 75% de guisantes amarillos (25% AA + 50% Aa) y un 25% verdes aa.

**ACTIVIDAD:** Resuelve los siguientes problemas de genética:

<p>1) En cierta especie de plantas el color azul de la flor, (A), domina sobre el color blanco (a) ¿Cómo podrán ser los descendientes del cruce de plantas de flores azules con plantas de flores blancas, ambas homocigóticas? Haz un esquema de cruzamiento bien hecho.</p>	
<p>2) En cierta especie de plantas los colores de las flores pueden ser rojos, blancos o rosas. Se sabe que este carácter está determinado por dos genes alelos, rojo (C<sup>r</sup>) y blanco (C<sup>b</sup>), con herencia intermedia. ¿Cómo podrán ser los descendientes del cruce entre plantas de flores rosas? Haz un esquema de cruzamiento bien hecho.</p>	
<p>3) En cierta especie de plantas los colores de las flores pueden ser rojos, blancos o rosas. Se sabe que este carácter está determinado por dos genes alelos, rojo (C<sup>r</sup>) y blanco (C<sup>b</sup>), con herencia intermedia. ¿Cómo podrán ser los descendientes del cruce entre plantas de flores rosas con plantas de flores rojas? Haz un esquema de cruzamiento bien hecho.</p>	
<p>4) Ciertos tipos de miopía en la especie humana dependen de un gen dominante (A); el gen para la vista normal es recesivo (a). ¿Cómo podrán ser los hijos de un varón normal y de una mujer miope, heterocigótica? Haz un esquema de cruzamiento bien hecho.</p>	

<p>5) En la especie humana el <u>pelo en pico</u> depende de un gen dominante (P); el gen que determina el <u>pelo recto</u> es recesivo (p). ¿Cómo podrán ser los hijos de un varón de pelo en pico, homocigótico, y de una mujer de pelo recto, homocigótica? Haz un esquema de cruzamiento bien hecho.</p>	
<p>6) En cierta especie de plantas los colores de las flores pueden ser rojos, blancos o rosas. Se sabe que este carácter está determinado por dos genes alelos, rojo (<math>C^r</math>) y blanco (<math>C^b</math>), con herencia intermedia. ¿Cómo podrán ser los descendientes del cruce entre plantas de flores rosas con plantas de flores blancas? Haz un esquema de cruzamiento bien hecho.</p>	
<p>7) En la especie humana el poder <u>plegar la lengua</u> depende de un gen dominante (L); el gen que determina no poder hacerlo (<u>lengua recta</u>) es recesivo (l). Sabiendo que Juan puede plegar la lengua, Ana no puede hacerlo y el padre de Juan tampoco ¿Qué probabilidades tienen Juan y Ana de tener un hijo que pueda plegar la lengua? Haz un esquema de cruzamiento bien hecho.</p>	
<p>8) Los grupos sanguíneos en la especie humana están determinados por tres genes alelos: <math>I^A</math>, que determina el grupo A, <math>I^B</math>, que determina el grupo B e <math>i</math>, que determina el grupo O. Los genes <math>I^A</math> e <math>I^B</math> son codominantes y ambos son dominantes respecto al gen <math>i</math> que es recesivo. ¿Cómo podrán ser los hijos de un hombre de grupo O y de una mujer de grupo AB? Haz un esquema de cruzamiento bien hecho.</p>	

9) Los grupos sanguíneos en la especie humana están determinados por tres genes alelos:  $I^A$ , que determina el grupo A,  $I^B$ , que determina el grupo B e  $i$ , que determina el grupo O. Los genes  $I^A$  e  $I^B$  son codominantes y ambos son dominantes respecto al gen  $i$  que es recesivo. ¿Cómo podrán ser los hijos de un hombre de grupo AB y de una mujer de grupo AB? Haz un esquema de cruzamiento bien hecho.

10) ¿Cómo podrán ser los hijos de un hombre de grupo A, cuya madre era del grupo O, y de una mujer de grupo B, cuyo padre era del grupo O? Haz un esquema de cruzamiento bien hecho

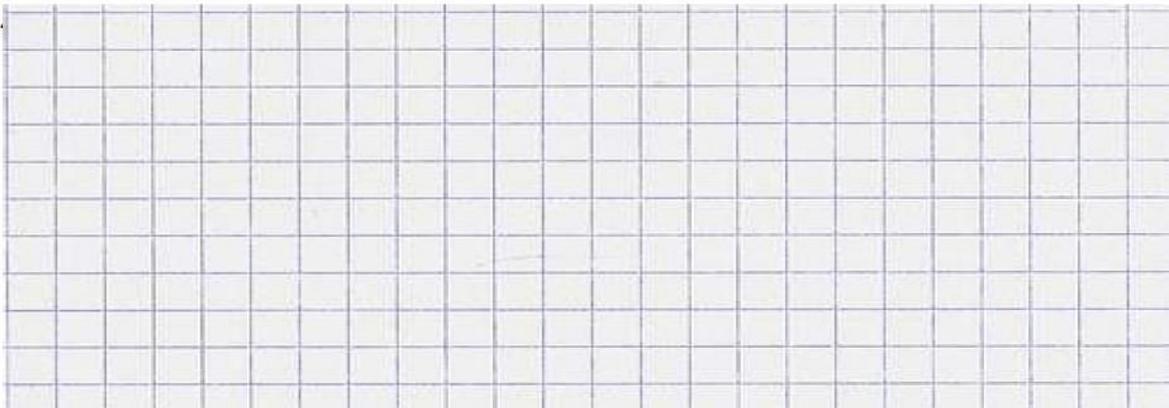
1) En los guisantes, el gen para el color de la piel tiene dos alelos: amarillo (A) y verde (a). El gen que determina la textura de la piel tiene otros dos: piel lisa (B) y rugosa (b). Se cruzan plantas de guisantes amarillos-lisos (AA, BB) con plantas de guisantes verdes-rugosos (aa, bb). De estos cruces se obtienen 1000 guisantes. ¿Qué resultados son previsibles? Haz un esquema de cruzamiento bien hecho.



2) En los guisantes, el gen para el color de la piel tiene dos alelos: amarillo (A) y verde (a). El gen que determina la textura de la piel tiene otros dos: piel lisa (B) y rugosa (b). Se cruzan plantas de guisantes amarillos-lisos (Aa,Bb) con plantas de guisantes verdes-lisos (aa,Bb). De estos cruces se obtienen 884 Kg de guisantes. ¿Qué resultados son previsibles? Haz un esquema de cruzamiento bien hecho.

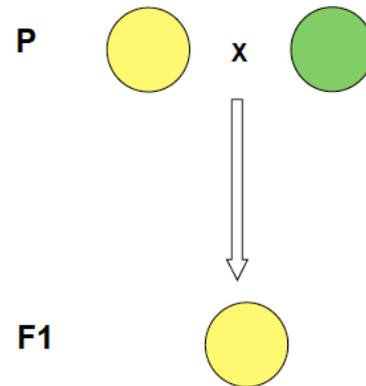


3) En los guisantes, el gen para el color de la piel tiene dos alelos: amarillo (A) y verde (a). El gen que determina la textura de la piel tiene otros dos: piel lisa (B) y rugosa (b). Se cruzan plantas de guisantes amarillos-lisos (Aa,Bb) con plantas de guisantes amarillos-lisos (Aa,Bb). De estos cruces se obtienen plantas que dan 220 Kg de guisantes ¿Cuántos kilogramos de cada clase se obtendrán? Haz un esquema de cruzamiento bien hecho.

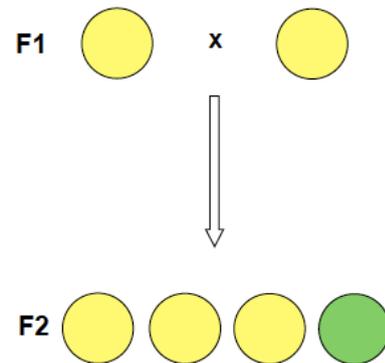


¿Podrías explicar ahora las leyes de Mendel?

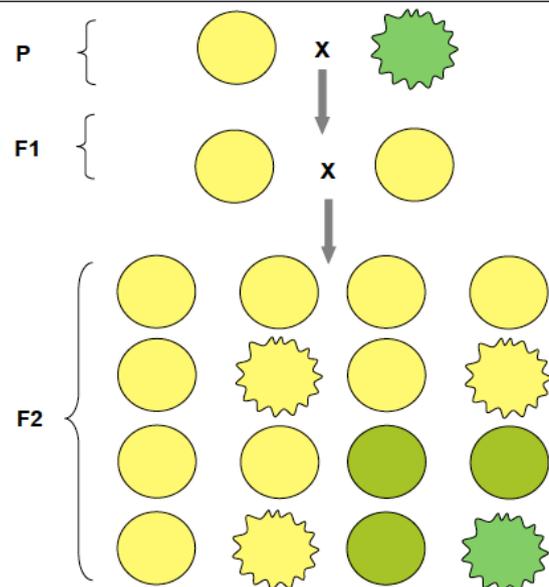
**1ª ley de Mendel: Ley de la uniformidad de los híbridos de la primera generación.**



**2ª Ley de Mendel: Ley de la separación o disyunción de los alelos.**



**3ª Ley de Mendel: Ley de la independencia de los caracteres no antagónicos.**



## Los árboles genealógicos y los pedigrís

Los árboles genealógicos sirven para representar la herencia de un determinado carácter entre una serie de individuos emparentados.

En un árbol genealógico los hombres (o los machos en las especies animales o vegetales) se representan mediante cuadrados, las mujeres (o las hembras si se trata de otras especies diferentes de la especie humana) se representan mediante círculos. Los cruces se indican mediante una línea horizontal y los hijos por líneas verticales que parten del trazo horizontal. Las diferentes generaciones se indican al margen mediante números romanos. En el caso de tratarse de especies diferentes de la especie humana los llamaremos pedigrís. El estudio de la genealogía proporciona muchos datos. Veamos a continuación el siguiente ejemplo:

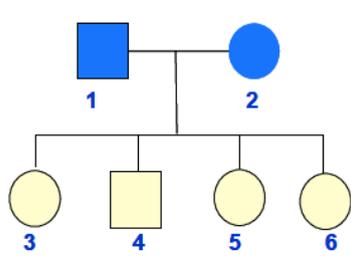
<p>Una pareja (7, 8) ha tenido una hija enferma (12) con una determinada enfermedad genética. El padre de la niña (8) le echa la culpa a la madre, pues su padre (1) abuelo de la niña, también tiene la enfermedad. ¿Tiene razón?</p> <p>El análisis de la información proporcionada por este árbol nos va a permitir sacar las siguientes conclusiones.</p>	
---	--

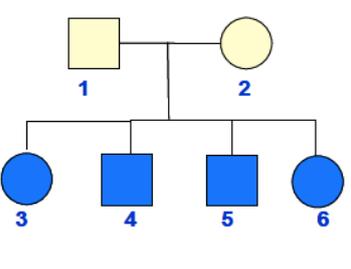
<ul style="list-style-type: none"> <li>- El gen responsable de la enfermedad es recesivo, pues en el caso de que fuese dominante, 7 u 8 tendrían que tener la enfermedad por haber tenido una hija enferma, pues el gen de la enfermedad ha tenido que venir de uno sus padres.</li> <li>- Si el gen recesivo, 12 debe ser necesariamente aa, pues si fuese AA o Aa estaría sana.</li> <li>- Si 12 es aa, un gen (a) tiene que venir de su madre, y el otro del padre (si se descartan las mutaciones o el adulterio).</li> </ul>	
---	--

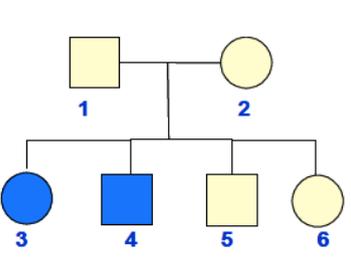
<p>- Por lo tanto 8 no tiene razón, ya que el alelo que determina la enfermedad proviene tanto de su mujer como de él.</p> <p>El esquema de cruzamiento de la figura nos ayudará a comprender lo que ha pasado.</p>	
---	--

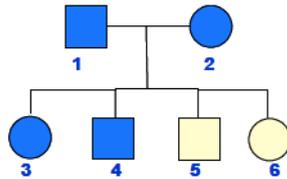
## EJERCICIOS DE ÁRBOLES GENEALÓGICOS

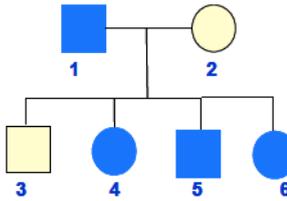
Del estudio de la herencia de ciertas enfermedades genéticas (círculos y cuadrados oscuros) en una serie de familias, se han obtenido los siguientes árboles genealógicos. Basándote exclusivamente en los datos suministrados, determinar en cada caso, si ello es posible y no siempre lo es, si el gen responsable de la enfermedad es dominante o recesivo.

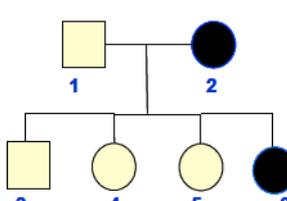
<p><b>Familia A</b></p> 	<p><b>Solución al caso de la Familia A</b></p>
<p><b>Conclusión:</b></p>	

<p><b>Familia B</b></p> 	<p><b>Solución al caso de la Familia B</b></p>
<p><b>Conclusión:</b></p>	

<p><b>Familia C</b></p> 	<p><b>Solución al caso de la Familia C</b></p>
<p><b>Conclusión:</b></p>	

<p><b>Familia D</b></p> 	<p><b>Solución al caso de la Familia D</b></p>
<p><b>Conclusión:</b></p>	

<p><b>Familia E</b></p> 	
<p><b>Solución al caso de la Familia E</b></p>	<p><b>Solución al caso de la Familia E</b></p>
<p><b>Conclusión:</b></p>	

<p><b>Familia F</b></p> 	
<p><b>Solución al caso de la Familia F</b></p>	<p><b>Solución al caso de la Familia F</b></p>
<p><b>Conclusión:</b></p>	

## 2. Genética humana.

La especie humana es un ser vivo más: un mamífero y en concreto un primate. Por lo tanto, los caracteres genéticos se heredan de forma similar al resto de los seres vivos.

Como ya sabemos tenemos 46 cromosomas (23 parejas de homólogos) y se cree que en estos cromosomas tenemos unos 40 000 genes, aunque esto no se sabe con seguridad. Muchos de estos genes se conocen. Se conoce su posición: en qué cromosoma están, la función que tienen: lo que hacen; e incluso de muchos de ellos se conoce la secuencia de bases nitrogenadas del ADN que los codifica.

Ahora bien la herencia de los caracteres genéticos no es sencilla. Pues aunque algunos de estos caracteres están determinados por un sólo par de genes: caracteres mendelianos, otros, la mayoría, están codificados por muchos genes no alelos: caracteres poligénicos y el estudio de su herencia es mucho más complejo.

### Ejemplos de caracteres genéticos mendelianos en la especie humana

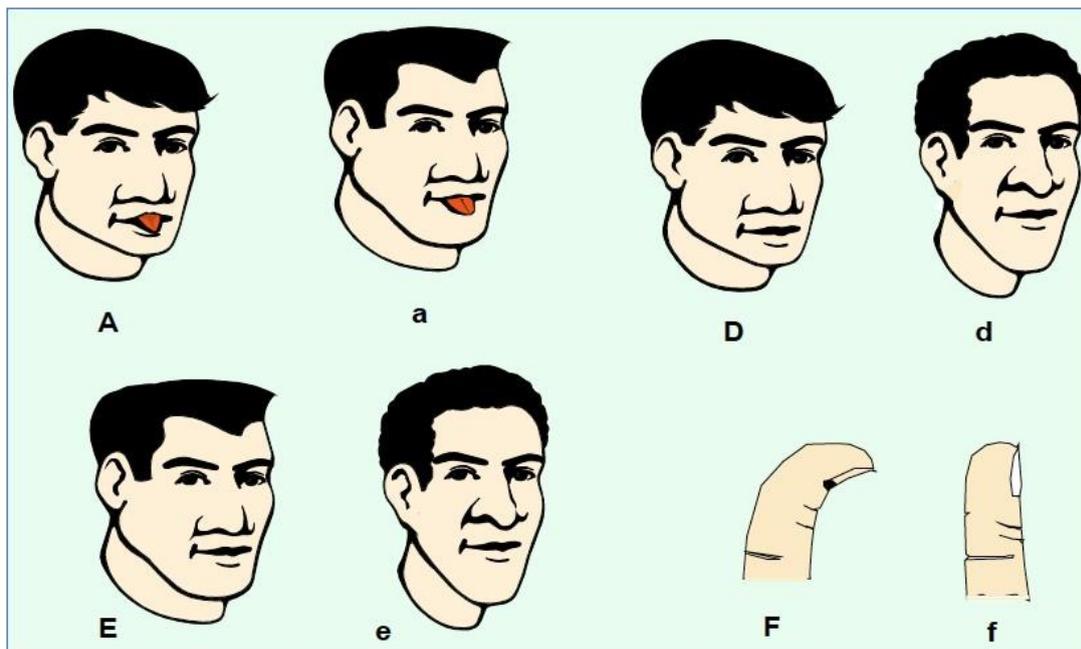


Fig. Algunos fenotipos en la especie humana. A y a) Lengua plegada y recta; D y d) lóbulo de la oreja libre y pegado; E y e) línea frontal del pelo en pico y recto; F y f) pulgar curvado y recto.

Comenta el siguiente minivideo:.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

## Determinación sexual y herencia del sexo.

a) *Determinación sexual debida a un par de genes; como ocurre, por ejemplo, en las plantas dioicas.*  
b) *Determinación sexual por cromosomas sexuales. En este caso, el sexo depende de la presencia o ausencia de determinados cromosomas. En el reino animal, los sistemas más frecuentes de determinación sexual son:*

- *Sistema XX-XY. Como el del hombre y el resto de los mamíferos. Macho XY y hembra XX.*
- *Sistema ZZ-ZW. Se da en aves, algunos reptiles, etc. En este caso el macho es ZZ y la hembra ZW.*
- *Sistema XX-XO. La hembra XX y el macho XO. Se da en libélulas, saltamontes...*

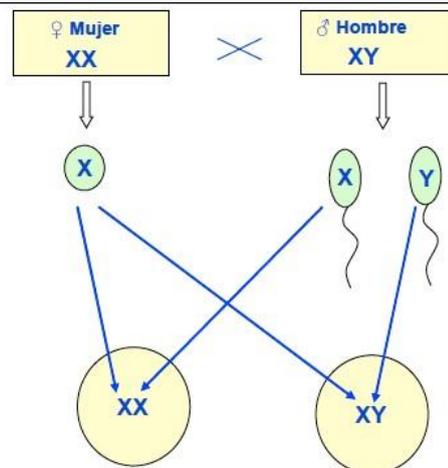
c) *Sexo por haploidia: Los huevos fecundados (diploides) dan lugar a hembra y los no fecundados (haploides) a machos. Ejemplo: las abejas.*

d) *Determinación por factores ambientales: Temperatura de incubación (cocodrilos).*

e) *Inversión sexual. El sexo depende de la proporción de machos y hembras existentes en la población o de la edad. Así, ciertos peces cuando son jóvenes tienen un sexo y de adultos tienen otro.*

### EN LA ESPECIE HUMANA:

Como ya sabemos el sexo en la especie humana está determinado por los cromosomas sexuales X e Y. Las mujeres son homogaméticas (XX) y los hombres heterogaméticos (XY). Si en el momento de la concepción se unen un óvulo X con un espermatozoide X, el cigoto dará una mujer. Si se unen un óvulo X con un espermatozoide Y, dará un hombre.



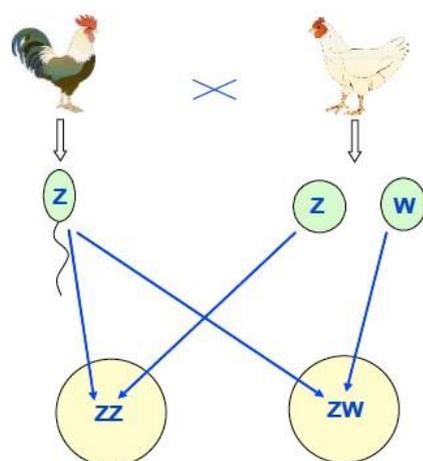
### EN LAS AVES

En las aves sucede al revés que en los mamíferos.

La hembra es la heterogamética (ZW) y el macho es el homogamético (ZZ).

Los espermatozoides del gallo llevan todos el cromosoma Z y los óvulos de la gallina son en un 50%, Z y otro 50%, W.

Los cromosomas Z y W son los que determinan el sexo.



Herencia ligada al sexo.

<p>Ciertos caracteres, como la enfermedad de la hemofilia, se encuentran localizados en el cromosoma X, otros se encuentran en el Y. Estos caracteres no sexuales que se localizan en los cromosomas sexuales se denominan caracteres ligados al sexo.</p> <p>Los caracteres ligados al sexo se heredan de una manera particular.</p>	<p><b>LA HEMOFILIA</b></p> <p>La hemofilia está determinada por un gen recesivo (<math>h</math>) localizado en el cromosoma X, frente al alelo normal (<math>H</math>). Los genotipos y fenotipos posibles son:</p> <p><math>X^H X^H</math> ..... Mujer normal  <math>X^H X^h</math> ..... Mujer portadora  <math>X^h X^h</math> ..... ¿Mujer hemofílica?</p> <p><math>X^H Y</math> ..... Hombre normal  <math>X^h Y</math> ..... Hombre hemofílico</p>
---	---

<p><b>LA HEMOFILIA: CASO 1</b></p> <p>¿Cómo podrán ser los descendientes entre una mujer portadora y un hombre normal ?</p> <p>Los descendientes podrán ser:</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<div style="text-align: center;"> <p>♀ <b>Mujer</b> <math>X^H X^h</math></p> <p>↓</p> <p><math>X^H</math>    ○</p> </div> <div style="text-align: center; margin-left: 100px;"> <p>♂ <b>Hombre</b> <math>X^H Y</math></p> <p>↓</p> <p><math>X^H</math>    ○</p> <p>○    ○</p> </div> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;">♀ \ ♂</td> <td style="padding: 5px;">○</td> <td style="padding: 5px;">○</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>X^H</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>X^H X^H</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>X^H Y</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>X^h</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>X^H X^h</math></td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table>	♀ \ ♂	○	○	$X^H$	$X^H X^H$	$X^H Y$	$X^h$	$X^H X^h$	
♀ \ ♂	○	○								
$X^H$	$X^H X^H$	$X^H Y$								
$X^h$	$X^H X^h$									

<p><b>LA HEMOFILIA: CASO 2</b></p> <p>¿Cómo podrán ser los descendientes entre una mujer no hemofílica y un hombre hemofílico ?</p> <p>Los descendientes podrán ser:</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<div style="text-align: center;"> <p>♀ <b>Mujer</b> <math>X^H X^H</math></p> <p>↓</p> <p><math>X^H</math></p> </div> <div style="text-align: center; margin-left: 100px;"> <p>♂ <b>Hombre</b> <math>X^h Y</math></p> <p>↓</p> <p>○    ○</p> <p>○    ○</p> </div> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;">♀ \ ♂</td> <td style="padding: 5px;">○</td> <td style="padding: 5px;">○</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>X^H</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>X^H X^h</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>X^H Y</math></td> </tr> </table>	♀ \ ♂	○	○	$X^H$	$X^H X^h$	$X^H Y$
♀ \ ♂	○	○					
$X^H$	$X^H X^h$	$X^H Y$					

1) Ciertos caracteres, como la enfermedad de la hemofilia, están determinados por un gen recesivo ligado al cromosoma X. ¿Cómo podrán ser los descendientes de un hombre normal ( $X^HY$ ) y una mujer portadora ( $X^HX^h$ )? Haz un esquema de cruzamiento bien hecho.

2) Ciertos caracteres, como el daltonismo, están determinados por un gen recesivo (d) ligado al cromosoma X. ¿Cómo podrán ser los descendientes de un hombre daltónico y una mujer normal no portadora? Haz un esquema de cruzamiento bien hecho.

3) Ciertos caracteres, como el daltonismo, están determinados por un gen recesivo (d) ligado al cromosoma X. ¿Cómo podrán ser los descendientes de un hombre daltónico y una mujer no daltónica, hija de un hombre daltónico? Haz un esquema de cruzamiento bien hecho.

4) Ciertos caracteres, como el daltonismo, están determinados por un gen recesivo (d) ligado al cromosoma X. ¿Cómo podrán ser los descendientes de un hombre daltónico y una mujer daltónica? Haz un esquema de cruzamiento bien hecho.

### 3. La herencia biológica.

Un ser humano se parece a otros humanos de la misma manera que las ballenas o las moscas se asemejan entre sí. Los hijos nos parecemos a nuestros padres, heredamos de ellos nuestras características biológicas. Estas características que se transmiten de los ascendientes a los descendientes constituyen la **herencia biológica**.

Es la información necesaria para que la célula realice todas sus funciones. Además, como la célula es la unidad funcional de los seres vivos, esta información determinará cómo va a ser un ser vivo concreto y cómo serán sus descendientes.

#### 7. ¿CÓMO SE TRASMITE LA INFORMACIÓN GENÉTICA?

La mayoría de los seres vivos se reproducen por reproducción sexual. En ella los progenitores producen unas células especializadas: los gametos. Estos se unen para formar una nueva célula: el cigoto, que por un proceso de desarrollo dará lugar al nuevo individuo. La información genética se transmite de los ascendientes a los descendientes en el núcleo de las células reproductoras: los gametos.

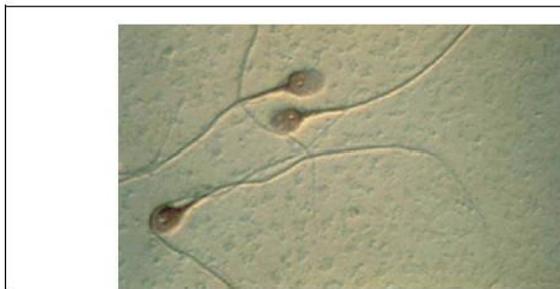
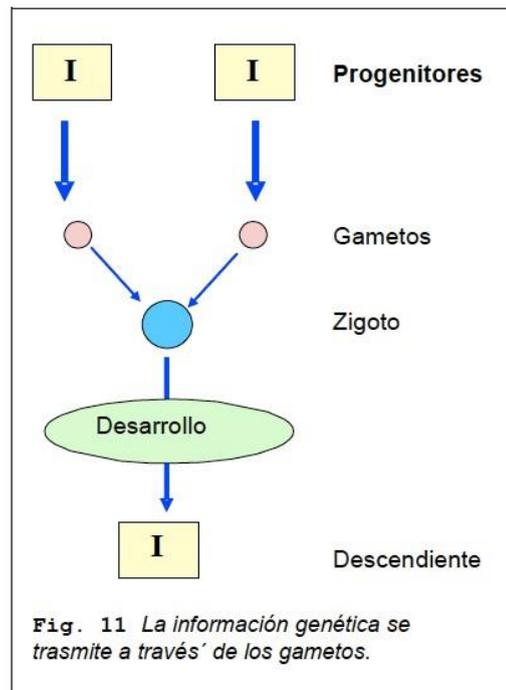


Fig. 12 Espermatozoides.



Fig. 13 Óvulo.

#### 8. ¿DÓNDE ESTÁ CONTENIDA LA INFORMACIÓN GENÉTICA?

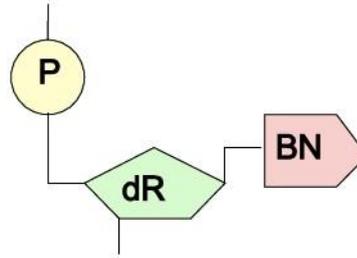
La información genética se encuentra en el núcleo de todas las células codificada en unas moléculas llamadas **ácidos nucleicos**. Los ácidos nucleicos son, por lo tanto, las moléculas de la herencia.

Existen dos clases de ácidos nucleicos: el **ADN** (ácido desoxirribonucleico) y el **ARN** (ácido ribonucleico). Se diferencian en su composición química y en sus funciones.

Los ácidos nucleicos son enormes moléculas formadas por miles de millones de átomos. Están constituidos por la unión mediante enlaces químicos de moléculas menores llamadas **nucleótidos**.

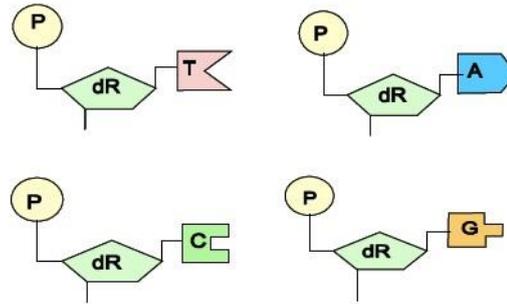
9. ¿CÓMO SON LOS NUCLEÓTIDOS DEL ADN?

Los nucleótidos son las unidades que forman los ácidos nucleicos. Están formados por otras moléculas unidas entre sí. Estas moléculas son: ácido fosfórico (P), un azúcar, la desoxirribosa, (dR) y una base nitrogenada (BN).



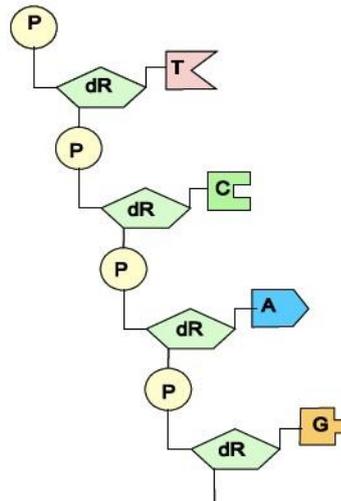
10. ¿CUÁLES SON LOS NUCLEÓTIDOS QUE FORMAN EL ADN?

Los nucleótidos se diferencian en la base nitrogenada. Como en el ADN hay 4 bases nitrogenadas distintas, sólo puede haber 4 nucleótidos diferentes. Estas bases nitrogenadas son: la adenina (A), la timina (T), la guanina (G) y la citosina (C).



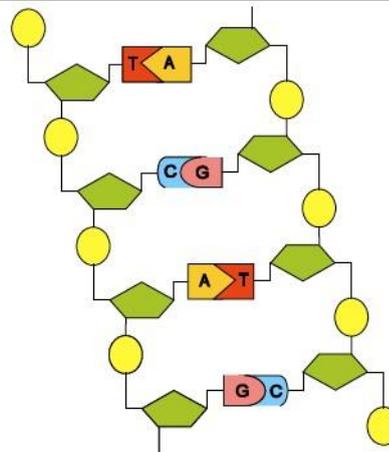
11. ¿CÓMO SE UNEN ENTRE SÍ LOS NUCLEÓTIDOS QUE FORMAN EL ADN?

La desoxirribosa de uno se une con el ácido fosfórico del siguiente. Se forman así largas cadenas que se diferencian en la secuencia (orden) de las bases nitrogenadas. Es en esta secuencia de bases donde está contenida la información genética, de la misma manera que la información está contenida en la secuencia de letras de un texto, en los puntos marcados sobre un papel en el alfabeto de los ciegos o en la secuencia de 0 y 1 que constituyen el código binario en los ordenadores.



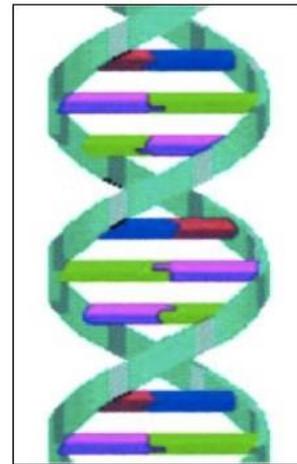
12. LA DOBLE CADENA DEL ADN

Watson y Crick descubrieron que el ADN estaba constituido por dos cadenas de nucleótidos con las bases nitrogenadas dispuestas hacia el interior. Las bases de cada cadena estaban apareadas, unidas, con las de la otra. La adenina (A) siempre estaba apareada con la timina (T) y la guanina (G) con la citosina (C). La secuencia de bases de una cadena estaría determinada por la de la otra, ambas cadenas serían complementarias.



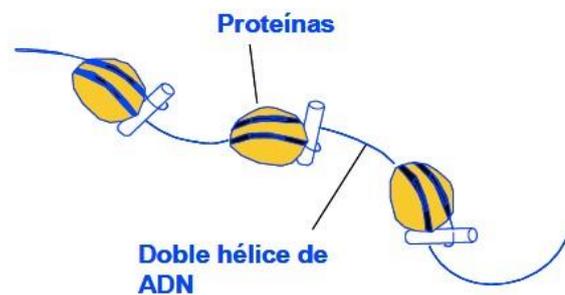
13. LA DOBLE HÉLICE DEL ADN

*Ambas cadenas del ADN se encuentran enrolladas sobre un mismo eje formando una doble hélice.*



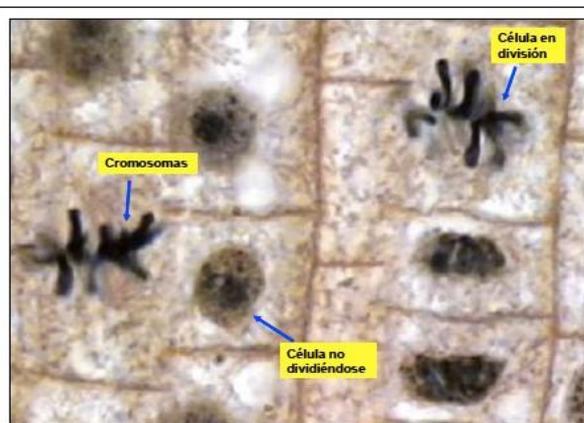
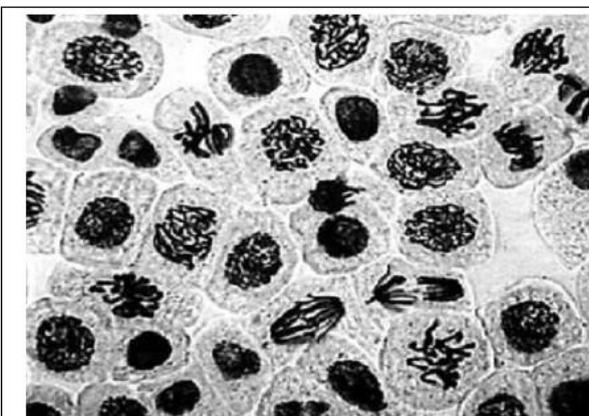
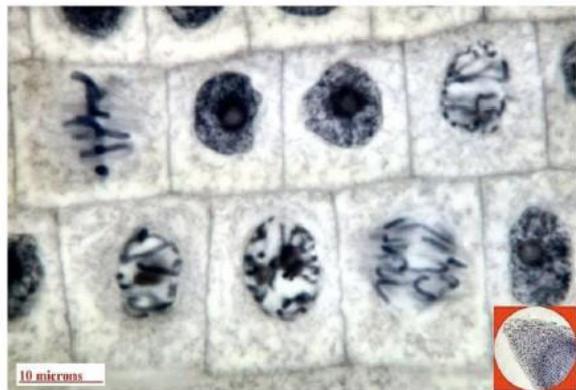
14. ¿QUÉ ES LA CROMATINA?

*El ADN se encuentra en el núcleo de las células asociado a proteínas formando una sustancia llamada **cromatina**. Se la llama cromatina porque se tiñe bien con ciertos colorantes. La cromatina forma larguísimos filamentos muy apelotonados.*



15. ¿CÓMO SE OBSERVA LA CROMATINA AL MICROSCOPIO?

*Si la célula no está en división, la cromatina se observa al microscopio como una sustancia de aspecto grumoso. Si la célula está en división cada filamento se condensa (apelotona) formando unas estructuras llamadas **cromosomas**.*

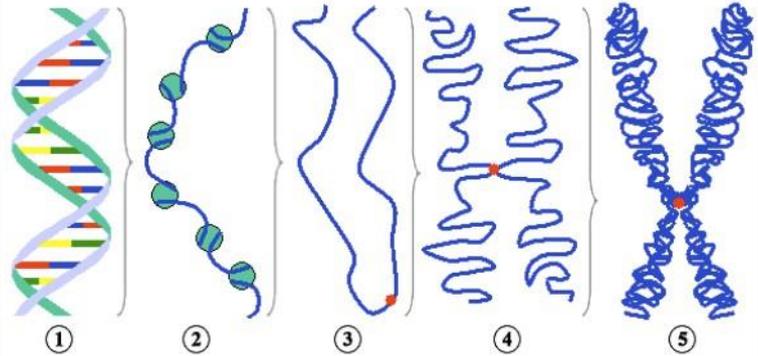


**Fig. 14** Células en división: En ellas se observa el ADN fuertemente empaquetado formando cromosomas.

**Fig. 15** Células en división y células no dividiéndose.

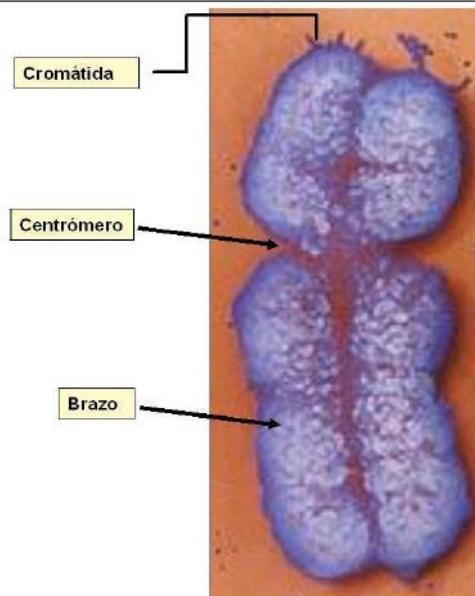
### 16. LOS CROMOSOMAS

Cuando la célula va a dividirse las moléculas de ADN del núcleo celular se empaquetan fuertemente formando los cromosomas.



### 17. ¿CÓMO SON LOS CROMOSOMAS?

Los cromosomas están formados por dos filamentos de cromatina fuertemente empaquetados llamados **cromátidas**. Las cromátidas están unidas por un estrangulamiento: el **centrómero**, que divide cada cromátida en dos **brazos**. Ambas cromátidas son copia una de otra, tienen la misma información genética.



### 18. ¿TODOS LOS CROMOSOMAS DE UNA CÉLULA SON IGUALES?

Si se extienden los cromosomas de una célula humana en división, se tiñen, se preparan para su observación al microscopio óptico y se fotografían, se obtiene una imagen similar a la de la figura. Se puede observar que los cromosomas son orgánulos constantes de la célula. Los cromosomas de una célula son diferentes unos de otros, distinguiéndose por su tamaño, forma y características (p. e.: posición del centrómero). En la figura, cromosomas de una célula humana vistos al microscopio.



**19. ¿TODOS LOS SERES VIVOS TIENEN EN SUS CÉLULAS EL MISMO NÚMERO DE CROMOSOMAS?**

No. Cada especie tiene un número de cromosomas característico. Así, por ejemplo:

La especie humana.....	46
El chimpancé.....	48
El perro.....	78
Toro/vaca.....	60
Gallo/gallina.....	78
Rana.....	26
Mosca.....	12
Maíz.....	20
Trigo.....	46
Algodón.....	52

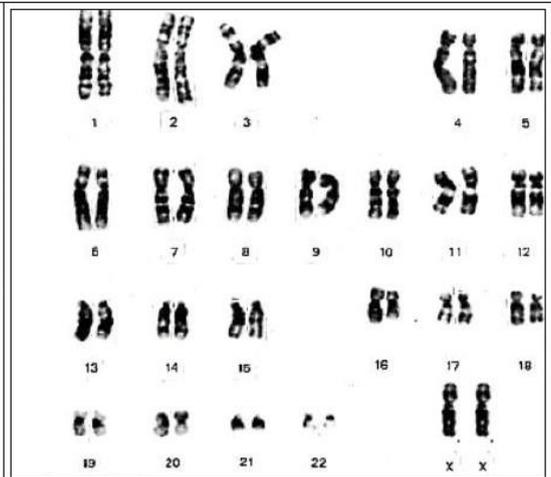
**20. EL CARIOTIPO**

Si cuando una célula está en división se fotografian sus cromosomas y se ordenan, siguiendo determinados criterios, obtendremos un **cariotipo**. Al observar un cariotipo podemos ver que los cromosomas están por pares de **homólogos**. Esto es, tenemos dos juegos de cromosomas (2n cromosomas). Un juego aportado por nuestra madre en el óvulo y el otro por nuestro padre en el espermatozoide.

Los cariotipos son muy útiles pues permiten detectar las mutaciones cromosómicas. Estas mutaciones pueden ser la causa de graves alteraciones.

**21. CARIOTIPO DE UNA MUJER**

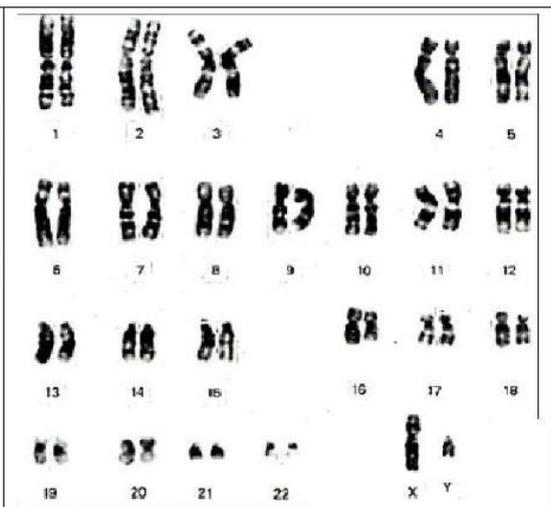
Podemos ver que la mujer tiene 22 pares de cromosomas (pares del 1 al 22). Estos cromosomas se llaman **autosomas** y en ellos se encuentran los caracteres no sexuales. Además, las mujeres tienen dos cromosomas X que son los que determinan que una persona sea mujer. El par XX determina el sexo femenino.



**22. CARIOTIPO DE UN HOMBRE**

El hombre tiene también 22 pares de autosomas. Pero el hombre, en lugar de tener dos cromosomas X, tiene un cromosoma X y otro Y.

La pareja XY (**heterocromosomas**) determina el sexo masculino.



## Las mutaciones.

Una mutación es todo cambio en el material genético que causa una variación en la información genética. Las mutaciones pueden ser:

- **Mutaciones génicas:** El cambio se produce en la constitución química de los genes.
- **Mutaciones cromosómicas:** Son aquellas alteraciones que se producen en los cromosomas por ganancia, pérdida o intercambio de un fragmento cromosómico.
- **Mutaciones genómicas:** Son las alteraciones que afectan al cariotipo. La célula tiene cromosomas de más o de menos.

Las mutaciones se pueden producir tanto por factores físicos (radiaciones) como por agentes químicos y pueden afectar tanto a células somáticas (no reproductoras) como a las células germinales (reproductoras). Sólo en este segundo caso la mutación es heredable. Las mutaciones somáticas son la causa más probable del cáncer.

**Las mutaciones son muy importantes pues son las responsables de las variaciones y en consecuencia de la evolución de las especies**

**LAS MUTACIONES GÉNICAS:** Se producen cuando se altera la secuencia de nucleótidos del gen por causas físicas (radiaciones) o químicas. El albinismo es causado por una mutación génica.

<p style="text-align: center;"><b>ADN original</b></p> <p style="text-align: center;"><b>ADN con mutación génica</b></p>	
--	--

**LAS MUTACIONES CROMOSÓMICAS:** Se dan cuando los cromosomas tienen fragmentos de más (adiciones) o de menos (delecciones) o tiene partes en otro cromosoma (traslocaciones).

--	--

Indica en qué consiste la mutación:

Observa el cariotipo e indica en qué consiste la mutación:

**LAS MUTACIONES GENÓMICAS:** Son las alteraciones que afectan al cariotipo. La célula tiene cromosomas de más o de menos. Distinguiremos si se dan en los autosomas o en los heterocromosomas.

### 1) EN LOS AUTOSOMAS

- **Síndrome de Down-Trisomía 21:** Cierta retraso mental, ojos oblicuos, piel rugosa, crecimiento retardado.
- **Síndrome de Edwards-Trisomía 18:** Anomalías en la forma de la cabeza, boca pequeña, mentón huido, lesiones cardiacas.
- **Síndrome de Patau-Trisomía 13 ó 15:** Labio leporino, lesiones cardiacas, polidactilia.

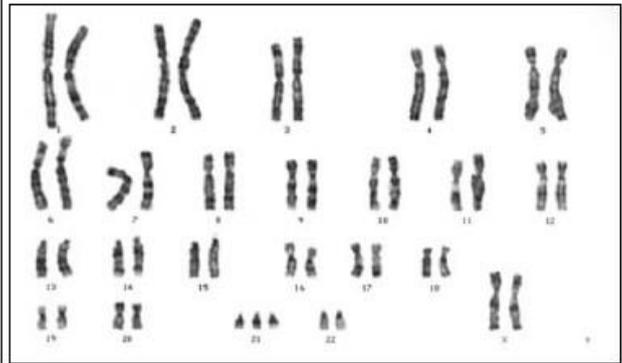


Fig. 32 Cariotipo de una mujer con trisomía 21.

### Anomalías presentes en los casos con Síndrome de Down. (Enciclopedia Encarta).

La personas con síndrome de Down presentan estatura baja, cabeza redondeada, frente alta y aplanada, y lengua y labios secos y fisurados. Presentan epicanto, pliegue de piel en la esquina interna de los ojos. Las palmas de las manos muestran un único pliegue transversal, y las plantas de los pies presentan un pliegue desde el talón hasta el primer espacio interdigital (entre los dos primeros dedos). El cociente de inteligencia (CI) varía desde 20 hasta 60 (una inteligencia media alcanza el valor 100), pero con procedimientos educativos específicos y precoces algunos consiguen valores más altos.



Fig. 33 Características de la trisomía 21.

### 2) EN LOS HETEROCROMOSOMAS

- **Síndrome de Klinefelter** (44 autosomas + XXY): Hombres con escaso desarrollo de las gónadas, aspecto eunocoide.
- **Síndrome del duplo Y** (44 autosomas + XYY): Hombres de elevada estatura, personalidad infantil, bajo coeficiente intelectual, tendencia a la agresividad y al comportamiento antisocial.
- **Síndrome de Turner** (44 autosomas + X): Mujeres de aspecto hombruno, atrofia de ovarios, enanismo.
- **Síndrome de Triple X** (44 autosomas + XXX): Mujeres con infantilismo y escaso desarrollo de las mamas y los genitales externos.



Fig. 34 Cariotipo de una persona con síndrome de Klinefelter.

**EJERCICIOS DE REPASO**

1. ¿Dónde se encuentran los genes?.....
2. ¿En qué molécula está contenida la información genética?.....
3. ¿Cómo se llaman las moléculas de menor tamaño que constituyen los ácidos nucleicos?.....
4. Indica qué son 1, 2, 3 y 4 en la figura 35.
  - 1.....
  - 2.....
  - 3.....
  - 4.....
5. ¿Qué son la P y la dR en la misma figura?
 

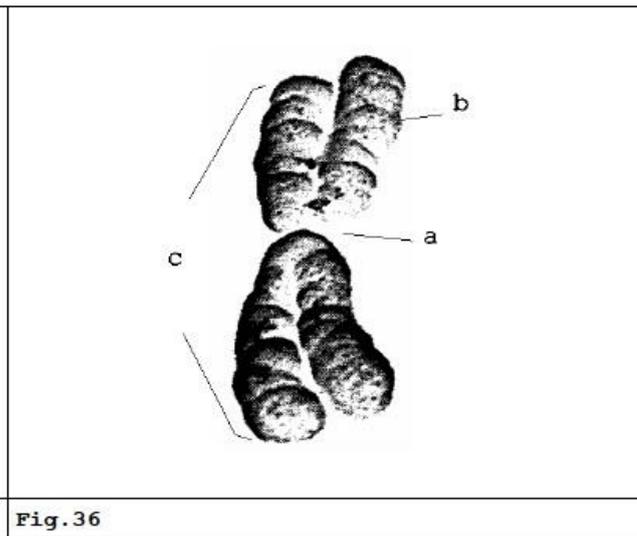
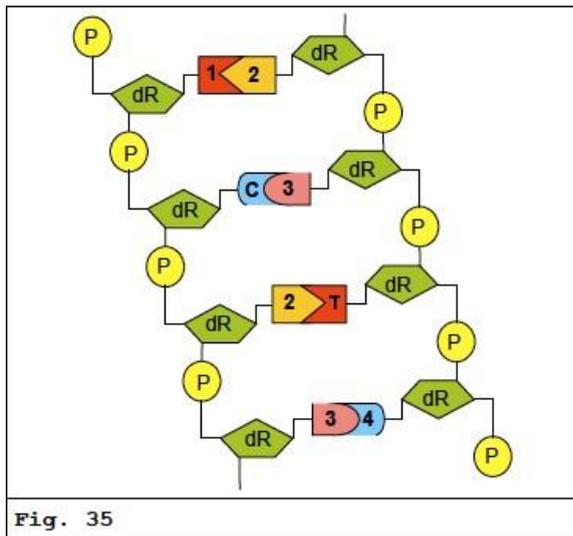
P.....

dR.....
6. Indica cómo se llaman las partes del cromosoma señaladas en la figura 36.
 

a.....

b.....

c.....



7. ¿Qué se observa en la figura 37? ¿Para qué es necesario este proceso?
 

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

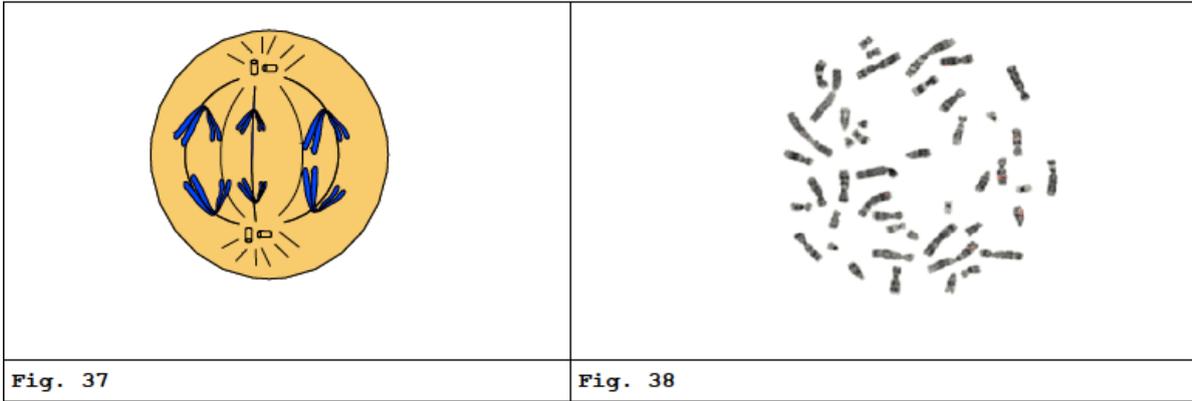
.....

.....

.....

8. En la figura 38 se observa el conjunto de los cromosomas de una célula diploide de un organismo. ¿Cómo se llama este conjunto?

.....



9. ¿Qué son los autosomas?

.....  
 .....  
 .....

10. ¿Cuántos cromosomas tiene un cariotipo de una célula diploide humana? .....

11. ¿En qué se diferencian el cariotipo de un hombre y el de una mujer? .....

.....  
 .....

12. ¿Qué quiere decir que dos cromosomas son homólogos?

.....  
 .....  
 .....

13. ¿Cuántos autosomas tendrá una célula de perro si  $2n$  en el perro es igual a 78?.....

14. Define: gen, alelo, fenotipo y heterocigótico.

Gen .....

.....  
 .....

Alelo.....

.....  
 .....

Fenotipo.....

.....  
 .....

Heterocigótico.....  
 .....  
 .....

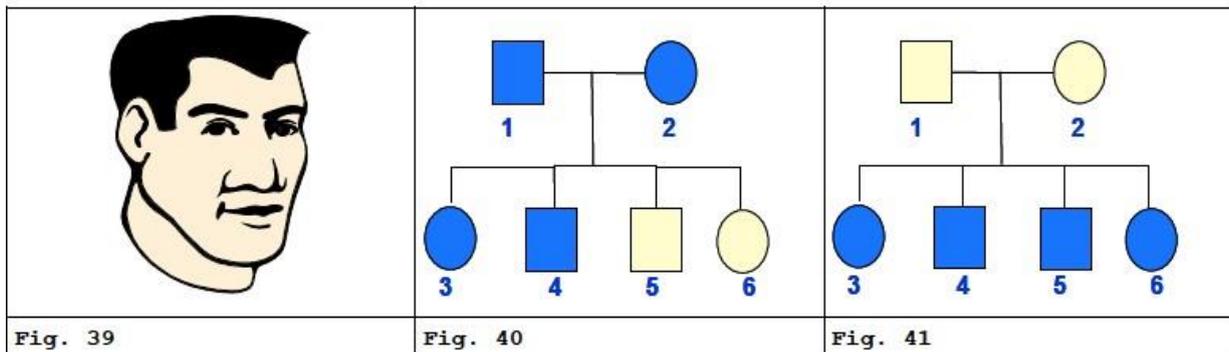
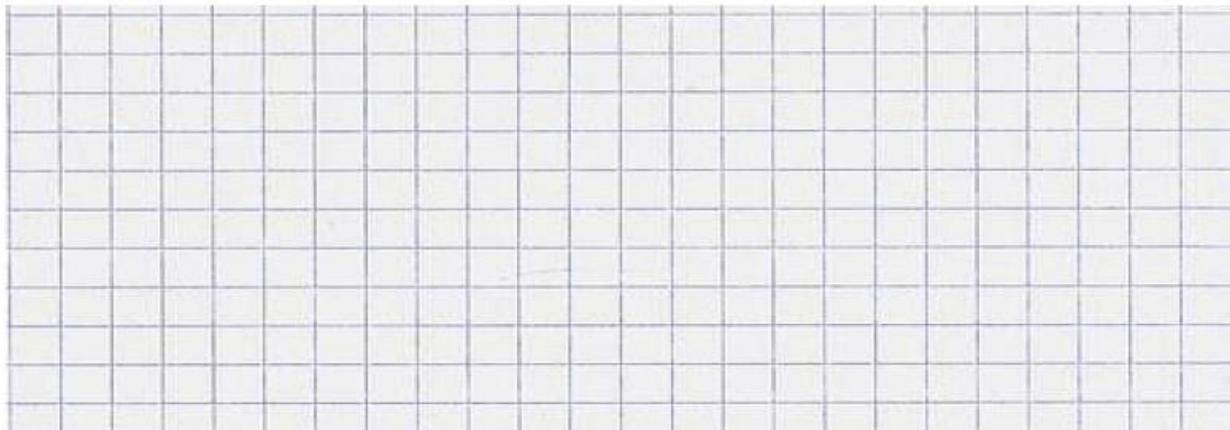
15. Si pelo en pico es dominante ¿Qué genotipos podrá tener el individuo de la figura 39?

.....  
 .....

16. Basándote exclusivamente en el árbol genealógico de la figura 40, en el que los cuadrados y círculos oscuros representan las personas que tienen una enfermedad genética, indica, razonadamente, si la enfermedad es dominante o recesiva. Indica razonadamente si la enfermedad estará ligada al sexo (X o Y) o será autosómica.

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

17. Basándote exclusivamente en el árbol genealógico de la figura 41, en el que los cuadrados y círculos oscuros representan las personas que tienen una enfermedad genética, indica, razonadamente, si la enfermedad es dominante o recesiva. Indica razonadamente si la enfermedad estará ligada al sexo (X o Y) o será autosómica.

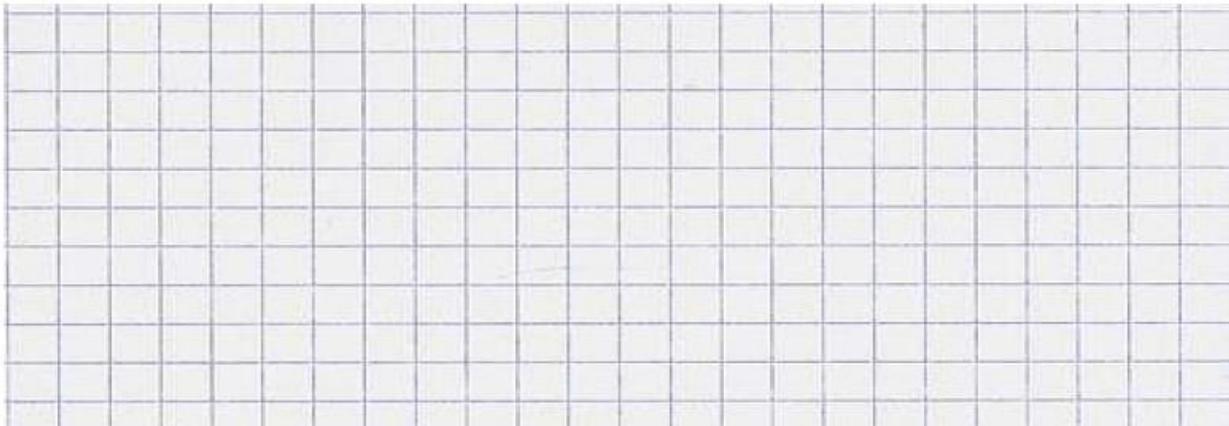




21. Los grupos sanguíneos en la especie humana están determinados por tres genes alelos:  $I^A$ , que determina el grupo A,  $I^B$ , que determina el grupo B e  $i$ , que determina el grupo O. Los genes  $I^A$  e  $I^B$  son codominantes y ambos son dominantes respecto al gen  $i$  que es recesivo. ¿Cómo podrán ser los hijos de una mujer de grupo AB y de un hombre de grupo A heterocigótico ( $I^A i$ )? Haz un esquema de cruzamiento bien hecho.



22. Ciertos caracteres, como el daltonismo, están determinados por un gen recesivo ( $d$ ) ligado al cromosoma X. ¿Cómo podrán ser los descendientes de un hombre no daltónico y una mujer no daltónica, hija de un hombre daltónico? Razona la respuesta y haz un esquema de cruzamiento bien hecho.



23. ¿Qué clase de mutación se observa en la figura 43? ¿Por qué se caracteriza?

.....

.....

.....

.....

.....

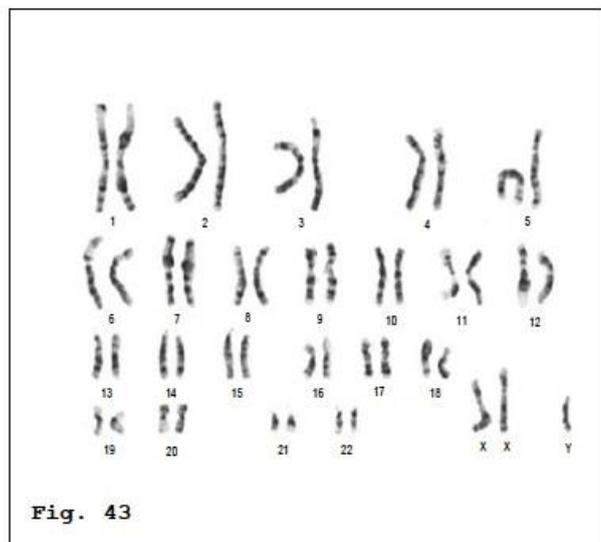
.....

.....

.....

.....

.....



24. Explica cómo se hereda el sexo en la especie humana y en el resto de los mamíferos. Haz también un esquema explicativo.

.....

.....

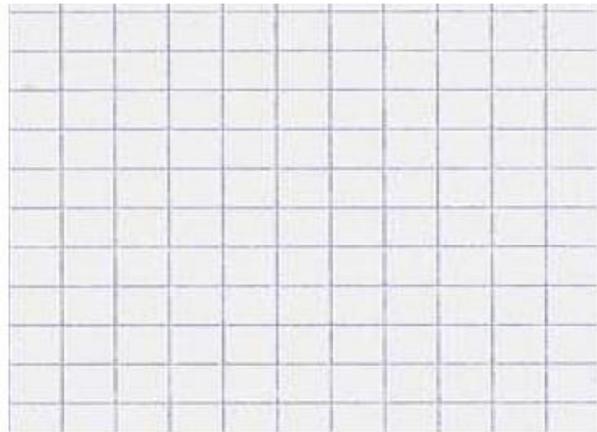
.....

.....

.....

.....

.....



25. ¿Qué es una mutación génica? Pon un ejemplo de mutación génica.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

26. Si el cromosoma de la izquierda es el cromosoma normal ¿Qué mutación presenta el de la derecha en la figura 44?

.....

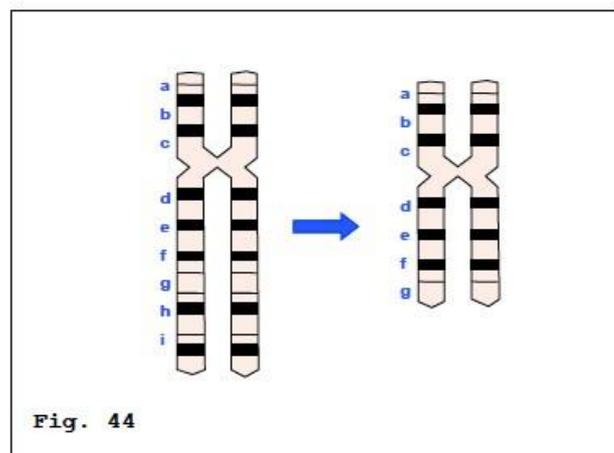
27. ¿En qué consiste el síndrome de Turner?

.....

.....

.....

.....



## Bibliografía

“Genética 4º ESO”. Apuntes redactados por Juan Egea, profesor del CEA Infante. Murcia. (Visitado el 1 de diciembre de 2023)

[https://matesxcasa.files.wordpress.com/2017/09/probabilidad\\_genetica.pdf](https://matesxcasa.files.wordpress.com/2017/09/probabilidad_genetica.pdf)

# TEMA 6. CINEMÁTICA

---

---

## Contenido

Introducción .....	2
Movimiento .....	2
Sistema de referencia.....	2
Magnitudes.....	3
Unidades .....	3
Trayectoria .....	3
El movimiento rectilíneo y uniforme .....	5
Fórmulas .....	5
Gráficas.....	5
Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado .....	7
Fórmulas .....	7
Gráficas.....	7

## **Introducción**

En este tema vamos a tratar dos partes fundamentales de la Física: la Cinemática y la Dinámica y cómo se aplican en la vida real.

La Cinemática estudia el movimiento, desde el que realiza una simple hormiga que se mueve por una mesa, hasta el que sigue La Tierra alrededor del Sol.

La Dinámica se encarga de analizar las causas de esos movimientos, es decir de las fuerzas. Entender las fuerzas significa saber por qué se mueven las cosas y sus efectos cubren todo un abanico de intensidades, porque tanto un terremoto como un parpadeo son consecuencia de fuerzas. En cada una de estas dos situaciones también podemos detectar movimiento.

## **Movimiento**

Un cuerpo se mueve si cambia su posición respecto al sistema de referencia, en caso contrario decimos que está en reposo. Por comodidad, a un objeto que se mueve, le vamos a llamar "móvil", aunque no coincida exactamente con el concepto de móvil que estás pensando.

Por lo tanto, lo primero que tenemos que definir es el sistema de referencia. A continuación veremos las magnitudes que intervienen en el estudio del movimiento, acompañadas de sus correspondientes unidades. Por último veremos las trayectorias que puede seguir un móvil, que dan lugar a los diferentes tipos de movimientos que trataremos en las siguientes preguntas.

## **Sistema de referencia**

La posición es el lugar que ocupa un cuerpo en el espacio con respecto a un punto que consideramos fijo. El sistema de referencia es el marco con respecto al cual vamos a indicar la posición de un cuerpo.

Antes de comenzar el estudio de los movimientos, es preciso indicar que se dice que un cuerpo está en reposo cuando su posición no varía con respecto a un punto fijo y que se toma como referencia a medida que transcurre el tiempo. En caso contrario se dice que el objeto está en movimiento. Es de interés resaltar que no existen puntos de referencia fijos y que todos están dotados de movimiento. Los cuerpos que aparecen en reposo con respecto a nosotros, tales como un árbol o una casa, se mueven con la Tierra y ésta, como los demás planetas, alrededor del Sol, el cuál, a su vez, se mueve en el Universo. En consecuencia, resulta evidente que el concepto de reposo es relativo.

En Física, un sistema de referencia es un punto y un sistema de ejes, que suponemos fijos en el Universo, y que se toman como referencia para medir la distancia a la que se encuentra el objeto.

Entre los puntos que forman el sistema de referencia hay que destacar el origen de coordenadas (O). Es el punto donde se cruzan los ejes de coordenadas. Es el punto de origen de las medidas por lo que le corresponden las coordenadas.

Se utilizan tres sistemas de referencia, dependiendo de las dimensiones necesarias para describir el movimiento:

- Una dimensión - Movimientos Lineales
- Dos dimensiones - Movimientos en el Plano
- Tres dimensiones - Movimientos en el Espacio A partir de ahora vamos a utilizar sólo una dimensión.

## Magnitudes

Antes de comenzar con el estudio de los movimientos debemos conocer sus magnitudes y unidades.

Magnitud física es todo aquello que se puede medir (el tiempo, la masa, el espacio, el volumen, etc.). Hay otras cualidades que no se pueden medir, como el color, el olor, etc.

Hay dos tipos de magnitudes:

- Fundamentales: Son aquellas que se definen por si solas. Por ejemplo, la masa, el tiempo, el espacio, etc.
- Derivadas: Son aquellas que se definen a partir de otras; necesitan de otras para conocer su valor. Por ejemplo, la velocidad, la aceleración, la densidad, etc. Es decir, tenemos que hacer una operación matemática para conocer su valor.

En física hay muchas magnitudes, pero en cinemática emplearemos, como fundamentales espacio (e) y tiempo (t) y como derivadas velocidad (v) y aceleración (a).

➤ Velocidad (v): Es el espacio recorrido por un objeto en la unidad de tiempo. Hay que distinguir entre velocidad media y velocidad instantánea, pero esto lo iremos viendo poco a poco.

➤ Aceleración (a): Nos indica el ritmo o tasa con la que aumenta o disminuye la velocidad de un móvil en función del tiempo.

## Unidades

Unidad es en lo que se mide una magnitud, en lo que se expresa. Todas las magnitudes físicas tienen muchas unidades con las cuales se pueden expresar. Conviene recordar el Sistema Métrico Decimal, así como el Sistema Internacional de Unidades (S.I.), que se estudian en el Módulo 2.

Por ejemplo, una distancia se puede medir en metros (m), en centímetros (cm) o en kilómetros (km) y tienes que recordar cómo se pasa de una unidad a otra.

Las magnitudes que utilizaremos en Cinemática, con sus unidades son:

### MAGNITUDES

### UNIDADES

Espacio (e) ..... metro (m)

Tiempo (t) .....segundo (s)

Velocidad (v) ..... m/s

Aceleración (a) .....  $m/s^2$

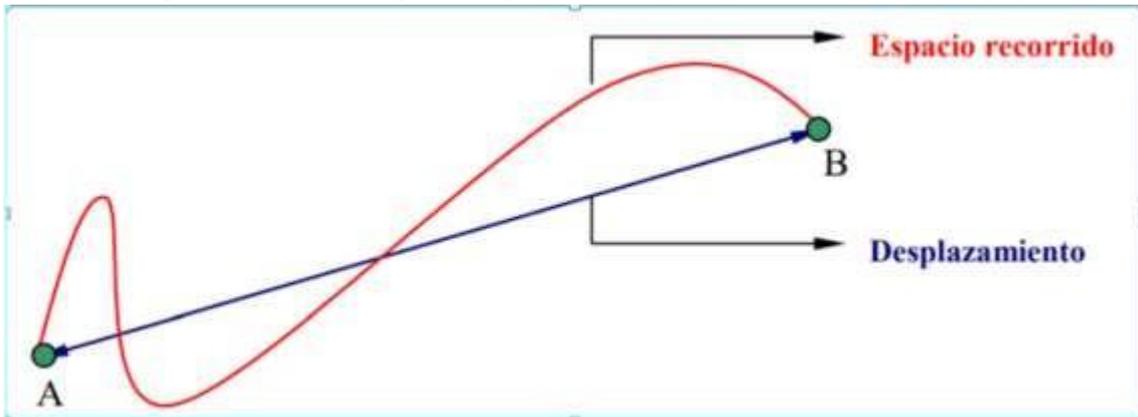
## Trayectoria

Para clasificar los movimientos debemos conocer su trayectoria.

Se define la trayectoria como la sucesión de puntos por donde pasa un móvil. Hay dos tipos de movimientos según sea su trayectoria:

- Rectilíneo: cuando su trayectoria es una recta.
- Curvilíneo: cuando su trayectoria una curva. El más conocido es el movimiento circular.

Espacio recorrido es la longitud de la trayectoria descrita por un cuerpo. Desplazamiento es la diferencia entre la posición inicial y final de un cuerpo. Ambas magnitudes son longitudes y su unidad en el S.I. es el metro (m).



Sólo coincidirá espacio recorrido y desplazamiento en el caso de que la trayectoria sea rectilínea y el móvil no cambie de sentido

## El movimiento rectilíneo y uniforme

El movimiento rectilíneo y uniforme (MRU) es aquel cuya trayectoria es la línea recta y su velocidad (módulo, dirección y sentido) permanece constante, no varía, durante todo el recorrido.

### Fórmulas

La ecuación que usaremos para resolver los problemas de este tipo de

movimiento es:  $v = \frac{e}{t}$

Y las que se obtienen despejando el espacio y el tiempo:

$$\left\{ \begin{array}{l} e = v \cdot t \\ t = \frac{e}{v} \end{array} \right. \quad \text{y}$$

En este movimiento, coinciden la velocidad instantánea con la velocidad media, ya que la velocidad, siempre es la misma.

### Gráficas

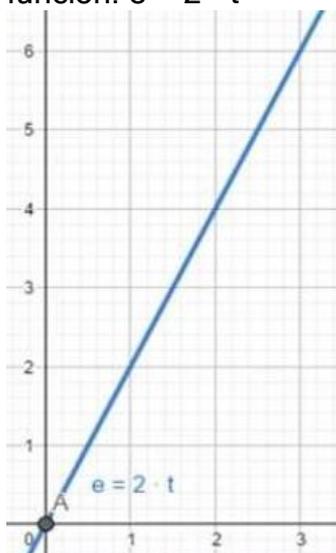
Existen dos graficas:

**A)** Gráfica espacio-tiempo (e - t):

En esta gráfica se representa el espacio en el eje de ordenadas y el tiempo en el eje de abscisas. Hay que dar valores al tiempo, y mediante la ecuación se calcula el espacio recorrido en cada tiempo, completándose así, la tabla de valores.

Ejemplo:

Un hombre va a una velocidad constante de 2 m/s. Representa su grafica e - t. Lo primero que hay que hacer es la tabla de valores que corresponde a la función:  $e = 2 \cdot t$



t	0	1	2	3
e	0	2	4	6

Características de la gráfica:

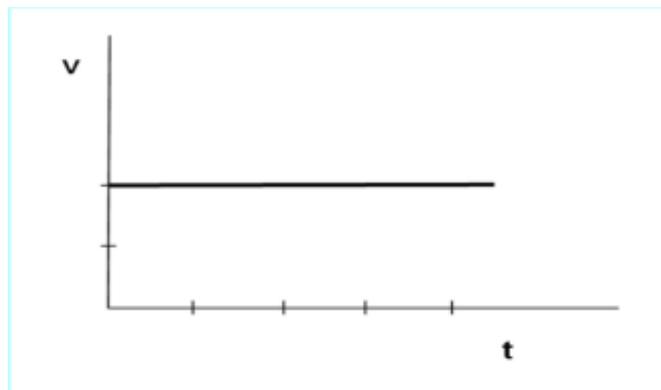
- Siempre sale una línea recta.
- Siempre pasa por el punto (0,0).
- La pendiente de la recta viene dada por la velocidad, cuanto mayor sea la velocidad del móvil, mayor es la pendiente.

**B) Grafica velocidad-tiempo (v - t):**

En esta gráfica se representa la velocidad en el eje de ordenadas y el tiempo en el eje de abscisas. Como la velocidad no varía, se trata de una función constante, ya que para cualquier valor del tiempo la velocidad siempre vale lo mismo.

Ejemplo:

Un hombre va a una velocidad constante de 2 m/s. Representa su grafica v - t.



**PROBLEMAS**

Para resolver un problema se recomienda seguir los siguientes pasos:

- 1º) Se ponen los datos conocidos, con sus correspondientes unidades.
- 2º) Se revisan las unidades y en caso necesario se cambian, para que todas estén en el S.I.
- 3º) Se elige la fórmula a utilizar.
- 4º) Se calcula la incógnita pedida.
- 5º) Se analiza el resultado obtenido.

Veámoslo con el siguiente ejemplo:

Si un coche va a una velocidad de 25 m/s, calcular que espacio recorrerá en 2 h.

- 1º) Datos:  $v = 25 \text{ m/s}$ ,  $t = 2 \text{ h}$
- 2º) Unidades: hay que pasar las horas a segundos,  $2 \text{ h} \cdot 3600 \text{ s/h} = 7200 \text{ s}$
- 3º) Fórmula:  $e = v \cdot t$ ,
- 4º) Cálculos:  $e = 25 \cdot 7200 = 180000 \text{ m}$ .
- 5º) Análisis: Es correcto, ya que si recorre 25 m en un segundo, en 7200 s, recorrerá 180000 m.

## Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

Es aquel cuya trayectoria es una línea recta, y su velocidad no permanece constante, varía con el tiempo, es decir, es aquel que tiene aceleración y que además es constante.

### Fórmulas

Las ecuaciones que verifican este tipo de movimiento son:

$$e = v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2 \qquad v = v_0 + a \cdot t$$

Donde:

$e \rightarrow$  es el espacio recorrido en metros  $v_0 \rightarrow$  es la velocidad inicial en m/s

$t \rightarrow$  es el tiempo en segundos

$a \rightarrow$  es la aceleración en  $m/s^2$

$v \rightarrow$  es la velocidad en un determinado momento del recorrido en m/s, es decir, es la velocidad instantánea.

Si quisiéramos calcular la velocidad media ( $v_m$ ) de todo el recorrido, aplicaríamos la ecuación:

$$v_m = e/t$$

Cuando un cuerpo cae por la acción de la gravedad, el movimiento que sigue es uniformemente acelerado y su aceleración es la gravedad ( $g$ ), quedando las siguientes fórmulas:

$$e = v_0 \cdot t + 1/2 \cdot g \cdot t^2 \qquad v = v_0 + g \cdot t$$

Veremos más adelante cuánto vale la gravedad.

### Gráficas

Existen dos gráficas:

**A) Gráfica espacio-tiempo (e - t):**

El tiempo se representa en el eje "x" y el espacio en el eje "y". Se dan valores al tiempo y mediante la ecuación del espacio se calcula el espacio recorrido en cada tiempo.

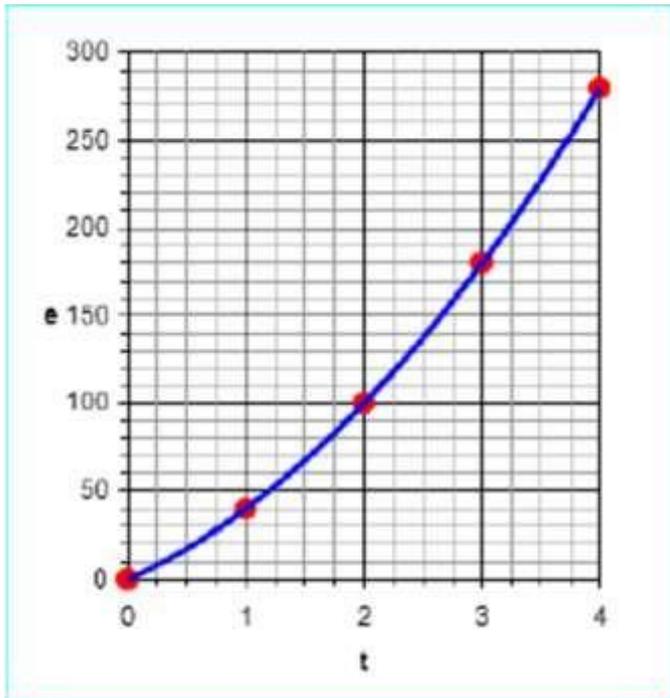
Si queremos representar el espacio que recorre un móvil que lleva una velocidad inicial de 30 m/s y una aceleración de  $20 m/s^2$ , sustituimos estos datos en la fórmula del espacio:

$$e = 30 \cdot t + 1/2 \cdot 20 \cdot t^2 \qquad \rightarrow \quad e = 30t + 10t^2$$

Resulta una función cuadrática, que para representar, completamos la siguiente tabla de valores:

t	0	1	2	3	4
e	0	40	100	180	280

Representando estos datos en unos ejes de coordenadas, obtenemos la siguiente gráfica:



Características de la gráfica:

- Siempre pasa por el punto (0,0).
- Siempre nos sale una parábola.
- La abertura de las ramas viene dada por la aceleración, cuanto mayor sea la aceleración menor es la abertura y viceversa.

**B) Gráfica velocidad-tiempo ( v - t ):**

El tiempo se representa en el eje " x " y la velocidad en el eje " y ". Se dan valores al tiempo y mediante la ecuación de velocidad se calcula la velocidad en cada tiempo.

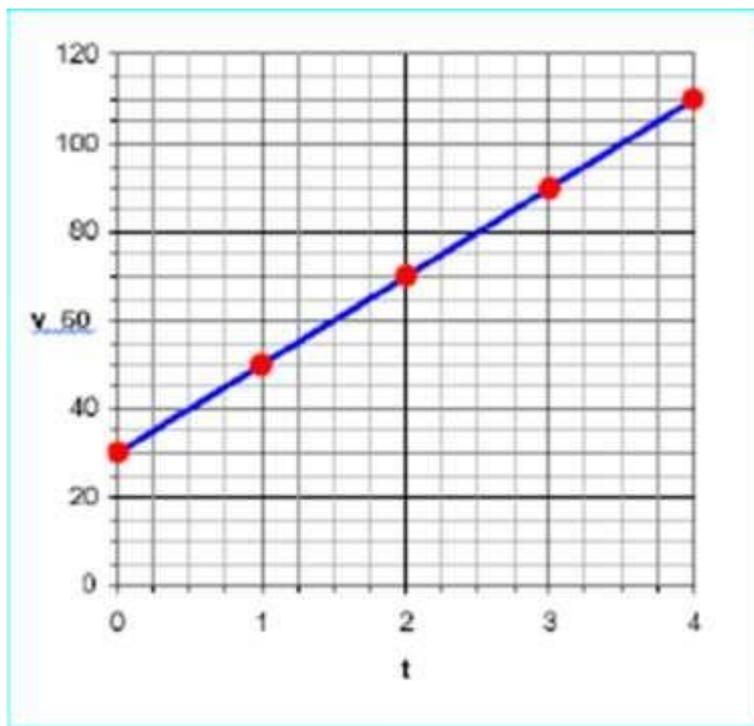
Para el mismo ejemplo anterior, la función a representar sería;

$$v = 30 + 20t$$

Y dándole valores al tiempo, resulta la siguiente tabla de valores:

t	0	1	2	3	4
v	30	50	70	90	110

Representando estos datos en unos ejes de coordenadas, obtenemos la siguiente gráfica:



Características de la gráfica:

- Siempre sale una línea recta.
- No siempre pasa por el punto (0,0).
- La pendiente de la recta viene dada por la aceleración, cuanto mayor es la aceleración mayor es la pendiente.
- 

Si el movimiento tuviera aceleración negativa, es decir, si disminuye la velocidad con el tiempo, la recta sería decreciente y el punto de corte de la gráfica con el eje del tiempo, nos daría el tiempo que tarda el móvil en pararse.

### PROBLEMAS

Vamos a seguir los mismos pasos recomendados en el apartado "2.3", con el siguiente ejemplo:

Un ciclista se está moviendo a 12 m/s cuando tiene que frenar al cruzársele un gato a 2,5 m delante de él. Consigue detenerse transcurridos 0,4 segundos. Se pide:

- ¿Qué aceleración tuvo el ciclista?
- ¿Qué distancia recorrió antes de detenerse?
- ¿Atropelló al gato?

Resolución:

1º) Datos:  $v_0 = 12 \text{ m/s}$ ;  $v = 0$  (puesto que se detiene);  $t = 0,4 \text{ s}$ ; distancia del gato = 2,5 m

2º) Unidades: En este caso no hay que hacer cambios.

3º) Fórmulas: " $v = v_0 + a \cdot t$ " y " $e = v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2$ "

4º) Cálculos:

- $v = v_0 + a \cdot t$ , utilizando esta fórmula y sustituyendo los datos que

tenemos podemos calcular la aceleración del ciclista:

$$0 = 12 + a \cdot 0,4 \rightarrow \text{despejando: } a = -12/0,4 \rightarrow a = -30 \text{ m/s}^2.$$

b) De forma análoga pero con esta fórmula:  $e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

$$e = 12 \cdot 0,4 + \frac{1}{2} \cdot (-30) \cdot 0,4^2 = 4,8 - 2,4 \rightarrow e = 2,4 \text{ m}$$

5º) Análisis: Es lógico que nos salga una aceleración negativa ya que el ciclista va frenando. El espacio que nos sale hasta que se para nos permita contestar a la tercera cuestión:

c) Según el resultado obtenido en el apartado anterior vemos que el ciclista recorre 2,4 m antes de detenerse. Como el gato estaba a 2,5m del ciclista cuando éste comienza a frenar, podemos concluir que el gato se salva por los pelos.

# TEMA 7 DINÁMICA

---

## Contenido

Concepto de fuerza .....	2
Tipos de fuerzas .....	2
Peso .....	3
Normal.....	4
Fuerza de rozamiento.....	4
Leyes de newton .....	6
Principio de inercia .....	6
Principio fundamental de la dinámica .....	7
Principio de acción y reacción .....	7
Ley de la gravitación universal.....	8
Presión.....	10

## Concepto de fuerza

La fuerza puede definirse como toda acción o influencia capaz de modificar el estado de movimiento o de reposo de un cuerpo.

La fuerza es una magnitud vectorial y se representan mediante un vector. Para definir un vector, y por lo tanto una fuerza, debemos conocer las siguientes características:

- Módulo: es el valor numérico de la fuerza, la cuantía de la fuerza. La unidad en que se miden las fuerzas es el Newton (N)
- Dirección: es la recta que incluye a la fuerza.
- Sentido: es la orientación que toma el vector (fuerza) dentro de su dirección. Todas las direcciones tienen dos sentidos.
- Punto de aplicación: es el punto donde se ejerce la fuerza. Salvo que se diga lo contrario, coincidirá con el centro de gravedad del cuerpo, que es su centro geométrico.

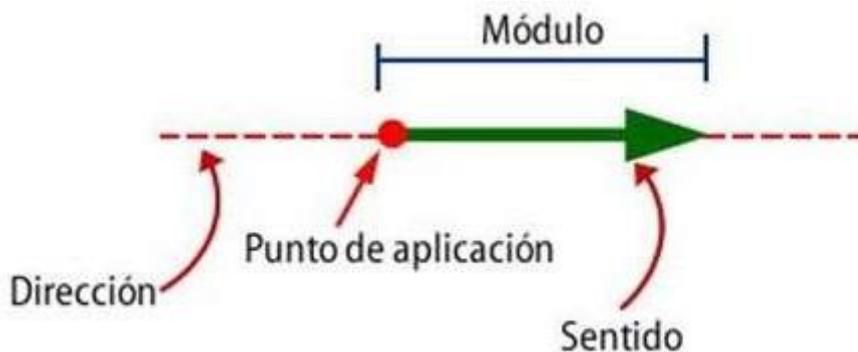


Imagen 7: Vector. Fuente: Elaboración propia. Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

La unidad de fuerza en el S.I. es el newton (N), aunque también se utiliza el kilopondio (kp).

Más adelante veremos su definición y su relación.

## **Tipos de fuerzas**

Las fuerzas pueden ser interiores o exteriores:

- Fuerzas interiores: Son aquellas que se ejercen entre partes de un mismo cuerpo o sistema. Ejemplo. La fuerza que hace que un muelle recupere su forma después de estirarlo.

- Fuerzas exteriores: Son aquellas que se ejercen entre cuerpos o sistemas diferentes. Ejemplo. La fuerza que una persona hace al empujar un libro sobre una mesa.

Las fuerzas que se producen entre los cuerpos pueden actuar a distancia o por contacto entre ellos:

- Fuerzas a distancia: Son la atracción gravitatoria de los cuerpos en el Universo, la atracción o repulsión entre cargas o entre imanes...

- Fuerzas por contacto: Es la fuerza que hace un caballo tirando

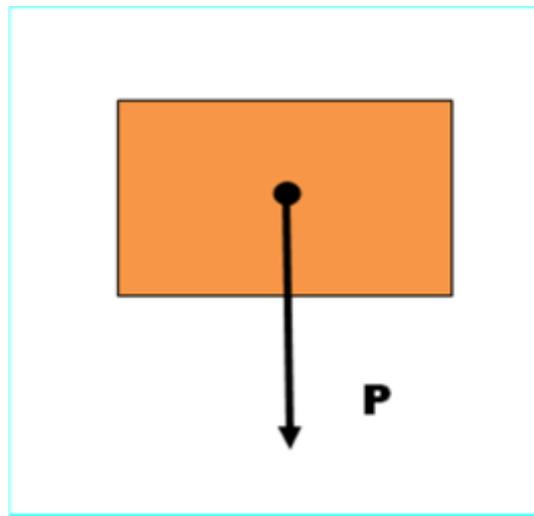
de un carro, una cuerda sujetando un objeto, la fuerza con que el suelo responde a un cuerpo apoyado en él...

Además de todas las fuerzas comentadas, vamos a ver con más detalle las tres siguientes: peso, normal y fuerza de rozamiento.

## Peso

El peso es la fuerza gravitatoria que actúa sobre un objeto. Está originado por la acción del campo gravitatorio que crea un planeta, en nuestro caso La Tierra, sobre todos los objetos que están en sus inmediaciones.

Por ser una fuerza, el peso se representa como un vector, definido por su módulo, dirección y sentido, aplicado en el centro de gravedad del cuerpo y dirigido aproximadamente hacia el centro de la Tierra (por eso siempre se dibuja vertical y hacia abajo). Por la misma razón, al ser una fuerza, se mide en el S.I. en newton (N).



Peso y masa son dos magnitudes físicas muy diferentes, aunque aún en estos momentos, en el habla cotidiana, el término “peso” se utiliza a menudo erróneamente como sinónimo de masa. La masa es una propiedad de la materia y es una magnitud escalar, es decir no necesita de vectores como el peso. Además, la masa de un objeto no varía con su posición, mientras que el peso depende de la gravedad del planeta en el que se encuentre, pudiendo incluso ser cero, cuando se aleja de ellos, lo que se conoce como ingravidez.

La relación entre peso y masa es la siguiente:

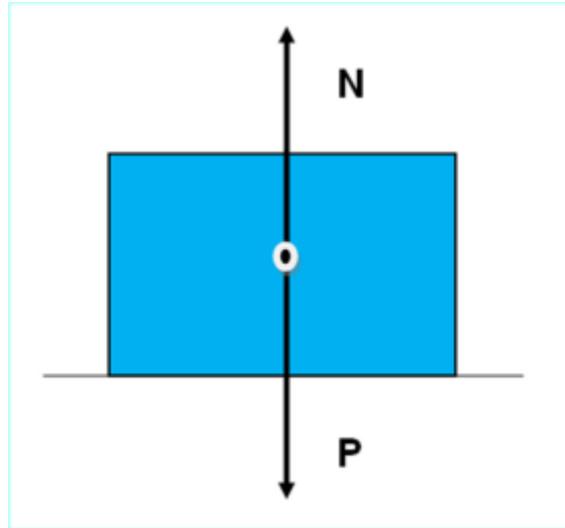
$$P = m \cdot g$$

Donde P es el peso del cuerpo en N, m es la masa en kg del cuerpo y g es la gravedad, que en nuestro planeta vale  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Aunque en ocasiones se redondea a  $10 \text{ m/s}^2$ . Como ves, tiene unidades de aceleración, precisamente es la aceleración con la que los cuerpos caen debido a la atracción gravitatoria de La Tierra.

La gravedad en la Luna vale  $1,7 \text{ m/s}^2$ , por lo que los objetos allí pesan bastante menos, unas cinco veces menos.

## Normal

La normal (N) es la fuerza que ejercen las superficies sobre los cuerpos colocados sobre ellas, ya que si no estuviera esa superficie, el objeto se caería debido a la acción del peso. La dirección de la normal siempre es perpendicular a la superficie y su sentido hacia arriba.



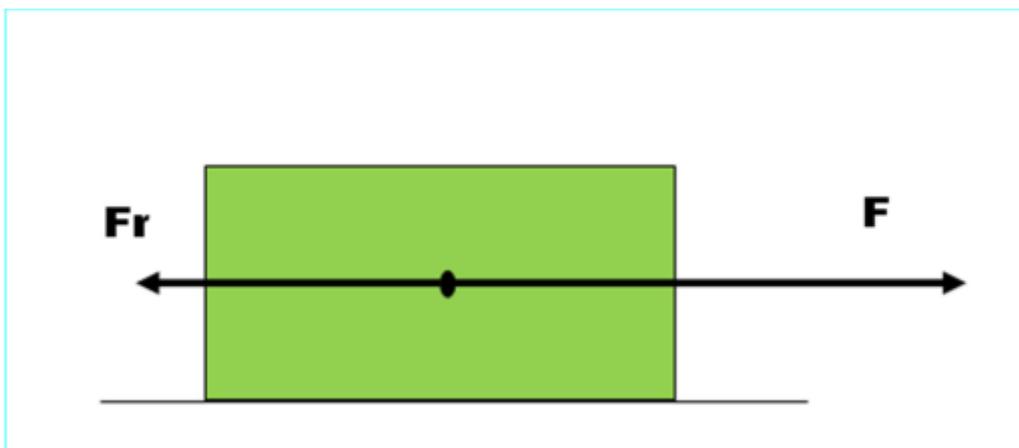
Cuando un cuerpo está apoyado en una superficie horizontal, la normal tiene que compensar al peso, ya que el objeto ni sube ni baja, por lo tanto, se calculará de la siguiente forma:

$$N = P = m \cdot g$$

## Fuerza de rozamiento

La Fuerza de rozamiento ( $F_r$ ) es la fuerza que aparece en la superficie de contacto de dos cuerpos cuando se intenta deslizar uno sobre otro. La fuerza de rozamiento siempre se opone al movimiento, por tanto siempre la dibujaremos en sentido contrario al movimiento. La fuerza de rozamiento entre dos cuerpos se debe a que la superficie de contacto nunca es perfectamente lisa, sino que presenta rugosidades.

Si sobre un objeto, por ejemplo un coche, actúa una fuerza horizontal y hacia la derecha (F), por ejemplo la que hace el motor, se moverá con esa misma dirección y sentido y automáticamente aparecerá otra fuerza en sentido contrario, que es la fuerza de rozamiento ( $F_r$ ). El esquema de estas fuerzas es el siguiente:



La fuerza de rozamiento se calcula con la ecuación:

Donde " $\mu$ " es el coeficiente de rozamiento, que no tiene unidades y depende de las superficies en contacto, es mayor cuanto más rozan. Por ejemplo, es mucho mayor entre un neumático y el asfalto, que entre la cuchilla de un patín y el hielo.

Como ya hemos visto antes, "N" es la normal.

$$F_r = \mu \cdot N$$

## Leyes de newton

Isaac Newton (1643-1727), científico y matemático inglés, promulgó las denominadas “Leyes de la Dinámica”, en las cuales expuso los principios sobre los que se basa el estudio de las fuerzas. Son tres leyes, en las que se fundamenta toda la Física clásica, que siguen siendo aplicables a la mayoría de los casos. Tan sólo a nivel microscópico o cuando nos acercamos a la velocidad de la luz, es necesario acudir a la Física moderna que inició Einstein.

### Principio de inercia

También conocida como 1ª Ley de Newton, dice lo siguiente: “Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza o la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él es cero, el cuerpo estará en reposo o se moverá con movimiento rectilíneo y uniforme”.

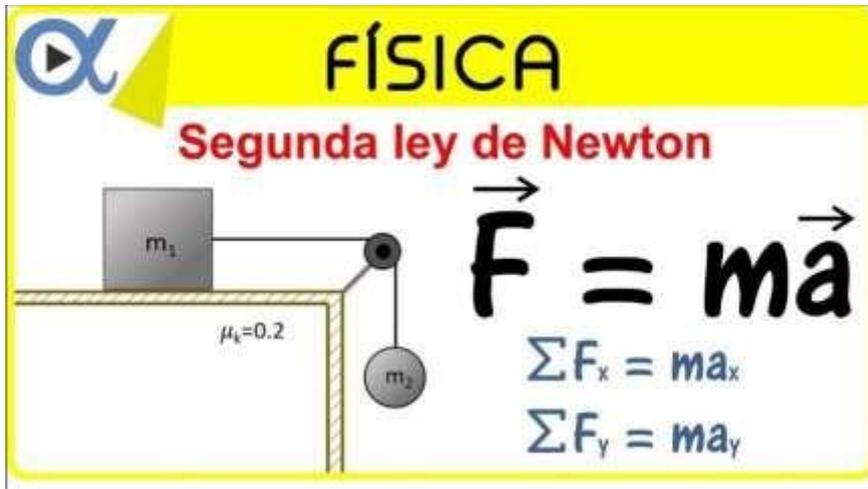


Imagen 17: 1ª Ley de Newton. Fuente: Wikipedia.  
Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida.

Las principales conclusiones de esta ley son:

- 1ª. Todo cuerpo en reposo seguirá en reposo mientras no se le aplique una fuerza.
- 2ª. Todo cuerpo libre (no sometido a interacciones) en movimiento, seguirá moviéndose con velocidad constante en trayectoria recta.
- 3ª. La tendencia de los cuerpos a conservar su estado de reposo o de movimiento se llama inercia. La inercia es la propiedad de un cuerpo que mide la resistencia del mismo a variar su estado de reposo o de movimiento. Cuanto mayor sea la masa de un cuerpo, mayor será su inercia.

## Principio fundamental de la dinámica



También conocida como 2ª Ley de Newton, es la más importante de las tres y dice: “Existe una relación constante entre las fuerzas aplicadas a un cuerpo y las aceleraciones que se producen en el mismo, siendo la constante de proporcionalidad la masa del cuerpo.”

Matemáticamente se expresa:  $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Es decir, la fuerza resultante (suma vectorial de todas las fuerzas) que actúa sobre un cuerpo es igual al producto de su masa por la aceleración.

Las consecuencias de esta ley son:

- La unidad de fuerza en el S. I. es el Newton (N)

$$1 \text{ Newton} = 1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2$$

Se define el Newton como la fuerza que aplicada a 1 kg de masa le produce una aceleración de 1 m/s<sup>2</sup>.

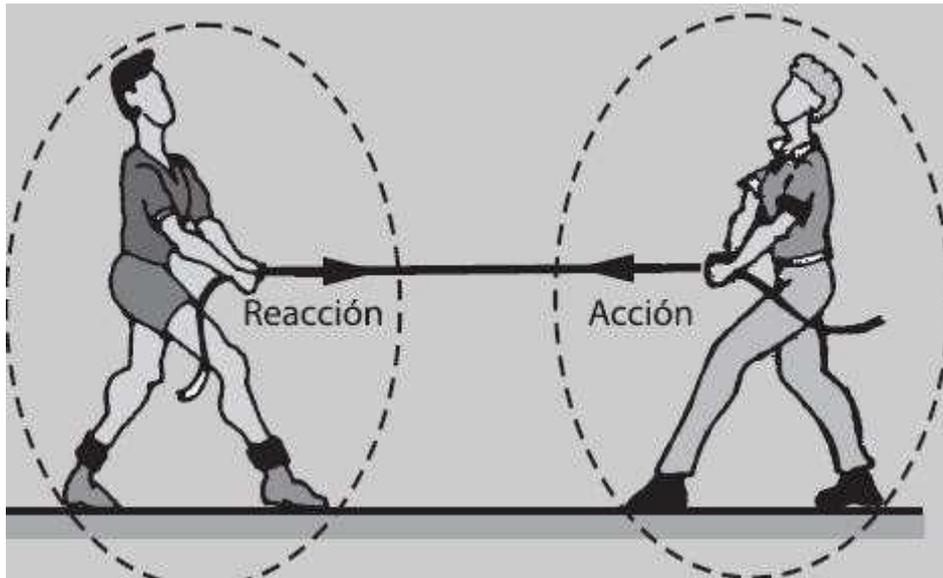
- Se justifica el concepto de peso de un cuerpo, como un tipo de fuerza. Como el peso de un cuerpo es la fuerza con que la Tierra lo atrae:  $P = m \cdot g \leftrightarrow F = m \cdot a$  vemos que ambas ecuaciones son muy similares, ya que  $a = g = 9,8 \text{ m/s}^2$

- Otra unidad de fuerza es el kilopondio (kp), que es la fuerza con que la Tierra atrae a 1 kg de masa:

$$1 \text{ kp} = 1 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 9,8 \cdot 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2 = 9,8 \text{ N}; \text{ es decir: } 1 \text{ kp} = 9,8 \text{ N}$$

### Principio de acción y reacción

Es la 3ª Ley de Newton: “Si un cuerpo actúa sobre otro con una fuerza (acción), éste reacciona contra el primero con una fuerza igual y de sentido contrario (reacción)”.



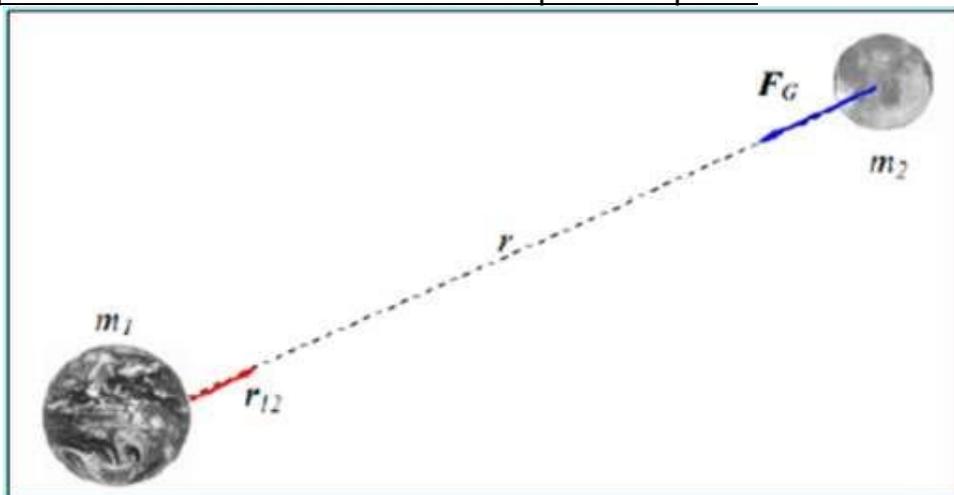
Ejemplos de dos fuerzas no se anulan porque actúan sobre cuerpos diferentes:

- Cuando una persona intenta saltar a tierra desde una barca, la persona empuja la barca hacia atrás (acción) para que la barca le empuje hacia adelante (reacción).
- Al disparar una bala con un rifle, el arma ejerce una fuerza sobre el proyectil (acción), mientras que la bala ejerce otra sobre el rifle (reacción), que se conoce como retroceso y que es fácilmente apreciable en el hombro al disparar.

## Ley de la gravitación universal

La Ley de Gravitación Universal fue descubierta por Newton. Se puede enunciar de la siguiente forma:

“Toda partícula material del universo atrae a cualquier otra partícula con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa”.



Si las partículas que tienen masas  $m_1$  y  $m_2$  están separadas una distancia  $r$  medida desde sus centros, como se ve en la figura, entonces, de acuerdo a la ley de gravitación universal, la fuerza de atracción gravitacional  $F_G$  ejercida por

$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

la masa  $m_1$  sobre la masa  $m_2$  es:

Donde:

$G \rightarrow$  constante de gravitación universal  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$   $m_1$  y  $m_2 \rightarrow$  masas de los cuerpos que interactúan

$r \rightarrow$  distancia entre los cuerpos

$F_G \rightarrow$  fuerza de atracción entre los cuerpos

Como hemos visto en apartados anteriores, sabemos que el peso de un cuerpo lo calculamos como  $P = m \cdot g$ , y sabiendo que el peso en la Tierra de un cuerpo es la fuerza con que ésta atrae a dicho objeto, podríamos calcular el valor de la gravedad si sabemos el valor de la masa de la Tierra y su radio:

$$F = P = m_1 \cdot g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Y despejando la gravedad ( $g$ ) nos queda:

$$g = G \cdot \frac{m_2}{r^2}$$

Donde  $m_2$  sería la masa de la Tierra y  $r$  su radio.

Esto mismo, lo podríamos extrapolar para cualquier planeta. Ejemplo:

Una masa de 800 kg y otra de 500 kg se encuentran separadas por 3 m, ¿Cuál es la fuerza de atracción entre dichas masas?

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2 \cdot 800 \text{ kg} \cdot 500 \text{ kg} / 3^2 \text{ m}^2 = 2,964 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

Podemos comprobar que cuando las masas no son muy grandes, las fuerzas de atracción entre ellas no son significativas, por lo que la Ley de Gravitación Universal solo tiene aplicación real cuando hablamos de interacciones entre planetas, o entre un planeta y otro objeto cualquiera

## Presión

En nuestra vida cotidiana hablamos muchas veces de presión: "voy a revisar la presión de los neumáticos", "ten cuidado con la olla a presión", "hay que cuidarse la presión arterial"...



Pero, qué es realmente la presión. Pues la presión es una magnitud que mide el efecto deformador o capacidad de penetración de una fuerza y se define como la fuerza ejercida por unidad de superficie. Se expresa como:

$$p = F/S$$

La presión explica por qué un cuchillo afilado corta más, ya que al tener menos superficie de corte, ejerce más presión. También justifica el uso de los esquís, ya que al tener más superficie de contacto con la nieve, la presión es menor y el esquiador se hunde menos.

Su unidad de medida en el S.I. es el  $N/m^2$ , que se conoce como Pascal (Pa). Un pascal es la presión que ejerce una fuerza de un newton sobre una superficie de un metro cuadrado.

Como hemos comentado anteriormente la unidad de medida en el S.I. es el Pascal, sin embargo, es común encontrar la presión expresadas en otras unidades.

- $kp/cm^2$  (Kilopondio por centímetro cuadrado): Muy utilizada en la Industria.  $1 kp/cm^2 = 98000 Pa$ .
- atm (atmósfera): Es la presión que ejerce la atmósfera a nivel del mar.  $1 atm = 101325 Pa$ . En ocasiones se redondea a  $101300 Pa$ .
- bar: Muy utilizada en meteorología.  $1 bar = 100000 Pa$ .
- mmHg (milímetro de mercurio):  $760 mmHg = 1 atm = 101325 Pa$ .

# TEMA 8. TRABAJO. POTENCIA. ENERGÍA Y CALOR

---

## Contenido

+ Trabajo .....	2
+ Potencia .....	5
+ Energía .....	7
Energía potencial gravitatoria ( ep ) .....	7
Energía cinética ( ec ) .....	9
Energía mecánica ( em ) .....	9
+ Temperatura y calor .....	11

---

## Trabajo

En el lenguaje cotidiano se confunde el concepto de esfuerzo con el de trabajo. En Física, cuando al ejercer una fuerza sobre un cuerpo, ésta produce un cambio en el cuerpo, decimos que dicha fuerza ha realizado un trabajo. Si no se produce cambio, no hay trabajo. Por ejemplo, una persona que está empujando un cuerpo pesado, si no lo mueve, no está realizando trabajo. Realiza un gran esfuerzo, pero trabajo no.

Son distintos los conceptos de esfuerzo y trabajo. Hacemos esfuerzo cuando aplicamos una fuerza y realizamos un trabajo cuando la fuerza que ejercemos produce una transformación.

El trabajo se representa por la letra "W" debido a que en inglés "work" significa trabajo y se define del siguiente modo:

El trabajo (W) que realiza una fuerza constante F que actúa sobre un cuerpo es igual al producto del módulo de la fuerza F (valor numérico de la fuerza) por el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza ( $\Delta x$ ) por el coseno del ángulo  $\alpha$  formado entre las direcciones de la fuerza y el desplazamiento.

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$$

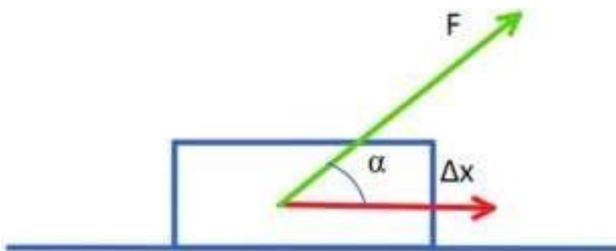


Imagen 1: Trabajo realizado por una fuerza F. Fuente: Elaboración propia

La unidad de trabajo en el Sistema Internacional (S.I.) es el Julio (J). Un julio es el trabajo que realiza una fuerza de 1N al desplazar un cuerpo 1m en la misma dirección de su desplazamiento.

$$1 \text{ J} = 1\text{N} \cdot 1\text{m}$$

Según sea el valor del ángulo  $\alpha$  (ángulo formado por las direcciones de la fuerza y el desplazamiento) el trabajo tendrá los siguientes valores:

a) Cuando la fuerza y el desplazamiento tienen la misma dirección y sentido,  $\alpha = 0^\circ$  y el  $\cos \alpha = \cos 0^\circ = 1$ .

$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = F \cdot \Delta x \cdot \cos 0^\circ = F \cdot \Delta x \cdot 1 = F \cdot \Delta x$ . Es decir, en este caso el trabajo es máximo (W máximo).

$$\alpha = 0^\circ \rightarrow \cos 0^\circ = 1 \rightarrow W \text{ máximo}$$

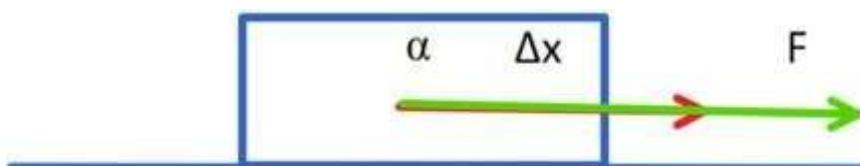


Imagen 2:  $\alpha = 0^\circ$  Fuente: Elaboración propia

b) Cuando la fuerza y el desplazamiento forman un ángulo comprendido entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ , el  $\cos \alpha$  es mayor que 0 y el  $W$  es positivo.  
 $0^\circ < \alpha < 90^\circ \rightarrow \cos \alpha > 0 \rightarrow w > 0$

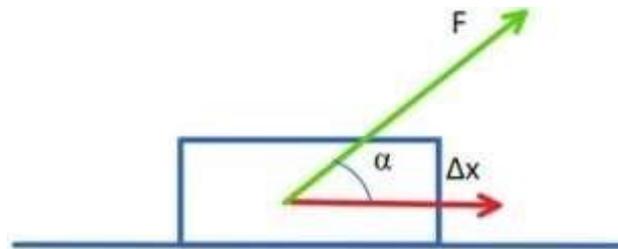


Imagen 3:  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$  Fuente: Elaboración propia

c) Cuando la fuerza y el desplazamiento son perpendiculares,  $\alpha = 90^\circ$  y el  $\cos \alpha = \cos 90^\circ = 0$ . por lo tanto, el trabajo es cero.  
 $W = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = F \cdot \Delta x \cdot \cos 90^\circ = F \cdot \Delta x \cdot 0 = 0$ . Es decir, en este caso el trabajo es nulo. Por lo tanto, las fuerzas perpendiculares nunca producen trabajo mecánico.  
 $\alpha = 90^\circ \rightarrow \cos 90^\circ = 0 \rightarrow W = 0$ .

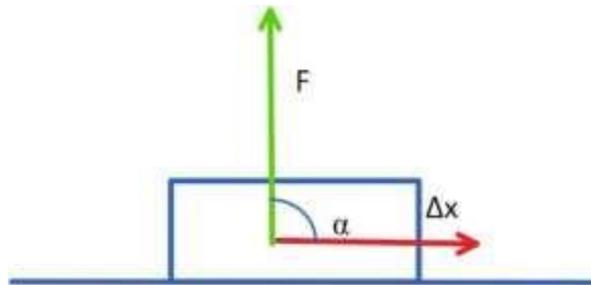


Imagen 4:  $\alpha = 90^\circ$  Fuente; Elaboración propia

Un ejemplo es la fuerza normal (N) que nunca realiza trabajo porque siempre es perpendicular a la superficie y, por lo tanto, al desplazamiento de los cuerpos sobre los que actúan.  
El trabajo será nulo cuando no haya desplazamiento ( $\Delta x = 0$ ) o cuando  $\cos \alpha = 0$ , es decir cuando  $\alpha = 90^\circ$ .

d) Cuando la fuerza y el desplazamiento forman un ángulo comprendido entre  $90^\circ$  y  $180^\circ$ , el  $\cos \alpha$  es menor que 0 y el  $W$  es negativo.  
 $90^\circ < \alpha < 180^\circ \rightarrow \cos \alpha < 0 \rightarrow w < 0$

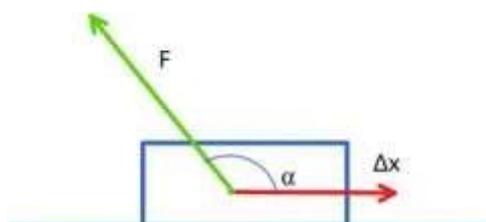


Imagen 5:  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$  Fuente: Elaboración propia

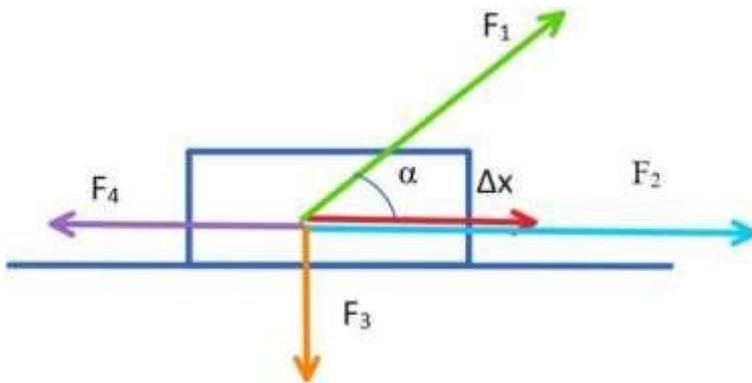
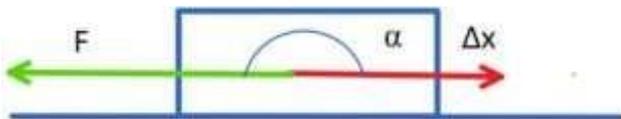
e) Cuando la fuerza y el desplazamiento tienen la misma dirección y sentido contrario,

$$\alpha = 180^\circ \text{ y el } \cos \alpha = \cos 180^\circ = -1.$$

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = F \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = F \cdot \Delta x \cdot (-1) = -F \cdot \Delta x.$$

Un ejemplo es la fuerza de rozamiento que siempre lleva la dirección del movimiento pero el sentido contrario.

$$\alpha = 180^\circ \rightarrow \cos 0^\circ = -1 \rightarrow W < 0$$



Ejemplo 1:

Calcular el trabajo realizado por cada fuerza si el cuerpo sobre el que actúan se desplaza 50 m.

El trabajo realizado por cada fuerza es:

$$W_1 = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 10 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot \cos 60^\circ = 10 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot 0,5 = 250 \text{ J. } W_2 =$$

$$F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 10 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot \cos 0^\circ = 10 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot 1 = 500 \text{ J.}$$

$$W_3 = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 19,6 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot \cos 90^\circ = 19,6 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot 0 = 0 \text{ J. } W_4 =$$

$$F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 7 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot \cos 180^\circ = 10 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot (-1) = -350 \text{ J.}$$

Para calcular el trabajo total ( $W_T$ ) basta con sumar los trabajos realizados por cada fuerza:

$$W_T = W_1 + W_2 + W_3 = 250 \text{ J} + 500 \text{ J} + 0 \text{ J} - 350 \text{ J} = 400 \text{ J.}$$

## ⚡ Potencia

Imagínate que dos personas suben tres cajas de 10 Kg cada una, a una mesa de 1 m de altura. Una de ellas lo hace subiendo las tres cajas a la vez, y la otra, de una en una.

¿Cuál de las dos realiza más trabajo?

Persona ( 1 ) :  $W_{\text{Total}} = m \cdot g \cdot h = 30 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 1 \text{ m} = 294 \text{ J}$  Persona ( 2 ) :

$W_{\text{caja}} = m \cdot g \cdot h = 10 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 1 \text{ m} = 98 \text{ J}$

$W_T = 3 W_{\text{caja}} = 3 \cdot 98 \text{ J} = 294 \text{ J}$

Como vemos, el trabajo realizado por cada persona es el mismo independientemente del tiempo empleado. La persona que subió las tres cajas a la vez, ha empleado menos tiempo que la que las subió de una en una.

La magnitud física que relaciona el trabajo realizado con el tiempo empleado para ello, se denomina potencia. Es el trabajo que se realiza por unidad de tiempo. Se representa por la letra " P ". Su fórmula es:

$$P = W / t$$

P = Potencia

W = Trabajo realizado t = Tiempo empleado

La unidad de potencia en el sistema internacional es el vatio ( W ). Se define como la potencia necesaria para realizar un trabajo de 1 J en 1 s.

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J} / 1 \text{ s}$$

Otras unidades de potencia muy utilizadas son:

- El kilovatio (kW) → 1 kW = 1000 W
- El caballo de vapor ( CV ) → 1 CV = 735 W

El kilovatio-hora ( kW.h ) es una unidad de energía (no de potencia). Si despejamos el W de la expresión  $P = W / t$ , queda que

$$W = P \cdot t$$

Si la potencia la expresamos en kW y el tiempo en h, el trabajo realizado se expresará en kW.h.

$$W = P \cdot t = 1 \text{ kW} \cdot 1 \text{ h} = 1 \text{ kW.h}$$

Como 1 kW = 1000 W y 1 h = 3600 s

$$1 \text{ kW.h} = 1000 \text{ w} \cdot 3600 \text{ s} = 3600000 \text{ w.s} = 3600000 \text{ J} \rightarrow 1 \text{ kW.h} = 3600000 \text{ J}$$

### Ejemplo 2

Dos grúas suben un cuerpo de 100 Kg. a una altura de 20 m. La primera tarda 40 s y la segunda 50 s. Calcula la potencia que desarrolla cada grúa.

$$P = W / t = m \cdot g \cdot h / t$$

$$P_1 = m \cdot g \cdot h / t = ( 100 \cdot 9,8 \cdot 20 ) \text{ J} / 40 \text{ s} = 490 \text{ w. } P_2 = m \cdot g \cdot h / t = ( 100 \cdot 9,8 \cdot 20 ) \text{ J} / 50 \text{ s} = 392 \text{ w.}$$

Como se puede comprobar, el trabajo realizado por cada grúa es el mismo pero como emplean distintos tiempos para ello, la grúa que lo realiza en menos tiempo tiene más potencia.

### Ejemplo 3

Sobre un cuerpo de 2 kg, inicialmente en reposo, actúan horizontalmente las siguientes fuerzas:

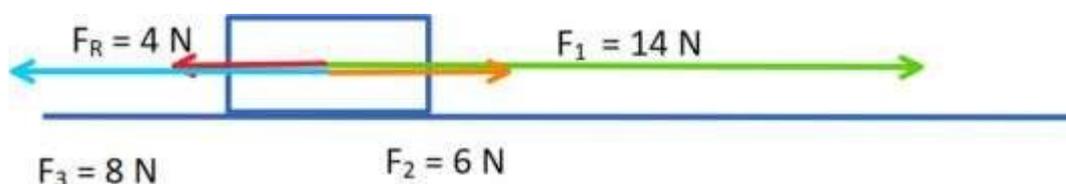


Imagen 10: Fuerzas que actúan sobre un cuerpo.  
Fuente: Elaboración propia.

Calcula la potencia que desarrolla cada fuerza en 10 s.

$$m = 2 \text{ kg}$$

Inicialmente en reposo  $\rightarrow v_0 = 0 \text{ m/s}$   $F_1 = 14 \text{ N}$

$$F_2 = 6 \text{ N} \quad F_3 = 8 \text{ N} \quad F_r = 4 \text{ N}$$

$$t = 10 \text{ s} \quad P_{F_1} = ? \quad P_{F_2} = ? \quad P_{F_3} = ? \quad P_{F_r} = ?$$

Para poder calcular el W realizado por cada fuerza:  $W = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$

Tenemos que averiguar el desplazamiento del cuerpo ( $\Delta x$ ).

Como sobre el cuerpo actúa un sistema de fuerzas cuya resultante es distinta de cero, el cuerpo llevará un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

$$\Delta x = \text{espacio recorrido} = v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2$$

Para poder calcular el espacio recorrido tenemos que hallar la aceleración a la que se mueve el cuerpo, lo haremos aplicando la segunda Ley de Newton en el eje x

$$R_x = F_1 + F_2 - F_3 - F_r = m \cdot a$$

$$14 \text{ N} + 6 \text{ N} - 8 \text{ N} - 4 \text{ N} = 2 \text{ kg} \cdot a$$

$$a = 8 \text{ N} / 2 \text{ kg} = 4 \text{ m/s}^2$$

Una vez conocida la aceleración podemos calcular el espacio recorrido en 10 s, utilizando la ecuación anterior.

Como parte del reposo  $v_0 = 0 \text{ m/s}$

$$\Delta x = \text{espacio recorrido} = v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2 = 0 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} + 1/2 \cdot 4 \text{ m/s}^2 \cdot (10\text{s})^2 = 0 + 1/2 \cdot 4 \cdot 100 = 200 \text{ m}$$

Para calcular el trabajo realizado por las fuerzas aplicamos la siguiente ecuación  $W_{F_1} = F_1 \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 14 \text{ N} \cdot 200\text{m} \cdot \cos 0^\circ = 14 \text{ N} \cdot 200\text{m} \cdot 1 = 2800 \text{ J}$

$$W_{F_2} = F_2 \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 6 \text{ N} \cdot 200\text{m} \cdot \cos 0^\circ = 6 \text{ N} \cdot 200\text{m} \cdot 1 = 1200 \text{ J}$$

$$W_{F_3} = F_3 \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 8 \text{ N} \cdot 200\text{m} \cdot \cos 180^\circ = 8 \text{ N} \cdot 200\text{m} \cdot (-1) = -1600 \text{ J}$$

$$W_{F_r} = F_r \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 4 \text{ N} \cdot 200\text{m} \cdot \cos 180^\circ = 4 \text{ N} \cdot 200\text{m} \cdot (-1) = -800 \text{ J}$$

Para calcular la potencia desarrollada por cada fuerza aplicamos esta ecuación:  $P = W / t$

$$P_{F_1} = W / t = 2.800 \text{ J} / 10 \text{ s} = 280 \text{ w} \quad P_{F_2} = W / t = 1.200 \text{ J} / 10 \text{ s} = 120 \text{ w} \quad P_{F_3} = W / t = -1.600 \text{ J} / 10 \text{ s} = -160 \text{ w} \quad P_{F_r} = W / t = -800 \text{ J} / 10 \text{ s} = -80 \text{ w}$$

## Energía

Es la capacidad que tienen los cuerpos para realizar trabajo y producir cambios. Por lo tanto, las unidades de energía son las mismas que las de trabajo. Así, la unidad de energía en el sistema internacional es el Julio (J).

Hay muchos tipos de energías como por ejemplo: energía solar, eléctrica, luminosa, eólica, térmica, nuclear, etc. Nosotros vamos a estudiar tres tipos de energías que son, la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica.

### Energía potencial gravitatoria ( ep )

Energía potencial gravitatoria ( $E_p$ ) es la que posee un cuerpo debido a la posición que ocupa, es decir, por estar situado a una cierta altura. Matemáticamente, se define como:

$$E_p = m \cdot g \cdot h \quad m = \text{masa del cuerpo (kg)}$$

$g = \text{intensidad del campo gravitatorio (N / kg) = aceleración de la gravedad (m / s}^2\text{)}$

$h = \text{altura a la que se encuentra el cuerpo con respecto al nivel cero (podemos considerar el nivel cero el suelo)}$  La energía potencial gravitatoria se suele designar normalmente como energía potencial.

Como se puede observar a partir de la ecuación anterior, la energía potencial depende de la masa y la altura a la que se encuentre un cuerpo. A mayor masa y mayor altura, mayor energía potencial.

#### Ejemplo 4

Calcula la energía potencial que tiene un cuerpo de 8 kg que se encuentra a 50 m de altura.

$$m = 8 \text{ kg } h = 50 \text{ m}$$

$$g = 9,8 \text{ N / kg } E_p = ?$$

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 8 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N / kg} \cdot 50 \text{ m} = 3920 \text{ J}$$

#### Ejemplo 5

Un cuerpo que se encuentra a 20 m de altura tiene una  $E_p$  de 1000 J. Calcular cuál es su masa.

$$h = 20 \text{ m } E_p = 1000 \text{ J}$$

$$g = 9,8 \text{ N / kg } m = ?$$

$$\text{como la } E_p = m \cdot g \cdot h$$

Despejamos la  $m$  de la ecuación anterior

$$m = E_p / g \cdot h = 1000 \text{ J} / 9,8 \text{ N / kg} \cdot 20 \text{ m} = 5,1 \text{ kg}$$

#### Ejemplo 6

Una maceta de 500 g de masa tiene una energía potencial de 49 J cuando se encuentra en el balcón de un segundo piso, ¿a qué altura se encuentra?

Primero tenemos que expresar la masa en unidades del Sistema Internacional

$$m = 500 \text{ g} = 500 \text{ g} \cdot 1 \text{ kg} / 1000 \text{ g} = 0,5 \text{ kg}$$

$$E_p = 49 \text{ J}$$

3ESPA Tema8

$g = 9,8 \text{ N / kg}$   $h = ?$

como la  $E_p = m \cdot g \cdot h$

Despejamos la  $h$  de la ecuación anterior

$h = E_p / m \cdot g = 49 \text{ J} / 0,5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N / kg} = 10 \text{ m}$

Ejemplo 7

Completa la siguiente tabla.

Masa (kg)	Altura (m)	Energía potencial (J)	Trabajo que puede producir (J)
20	5		
4		500	
	10		19600

Tenemos que completar la tabla con los datos que poseemos, utilizando la ecuación  $E_p = m \cdot g \cdot h$

a)  $m = 20 \text{ kg}$   $h = 5 \text{ m}$   $E_p = ?$

$E_p = m \cdot g \cdot h = 20 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N / kg} \cdot 5 \text{ m} = 980 \text{ J}$

b) El trabajo que puede producir es igual a la  $E_p$  almacenada.

c)  $m = 4 \text{ kg}$   $E_p = 500 \text{ J}$   $h = ?$

Despejamos la altura ( $h$ ) de la expresión  $E_p = m \cdot g \cdot h$

$h = E_p / m \cdot g = 500 \text{ J} / 4 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N / kg} = 12,76 \text{ m}$

d) El trabajo que puede producir es igual a la  $E_p$  almacenada.

e) El trabajo que puede producir es igual a la  $E_p$  almacenada.

f)  $h = 10 \text{ m}$

$E_p = 19600 \text{ J}$

$m = ?$

Despejamos la masa ( $m$ ) de la expresión  $E_p = m \cdot g \cdot h$

$m = E_p / g \cdot h = 19600 \text{ J} / 9,8 \text{ N / kg} \cdot 10 \text{ m} = 200 \text{ kg}$

Masa (Kg)	Altura (m)	Energía potencial (J)	Trabajo que puede producir (J)
20	5	980	980
4	12,76	500	500
200	10	19600	19600

## Energía cinética ( $e_c$ )

Energía cinética es la que posee un cuerpo por el hecho de tener una velocidad. Su expresión matemática es la siguiente:

$$E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2$$

$E_c$  = Energía cinética (J)  $m$  = masa del cuerpo (kg)

$v$  = velocidad a la que se mueve dicho cuerpo (m/s)

Como vemos a partir de la expresión anterior, la energía cinética depende de la masa y de la velocidad. A mayor masa y mayor velocidad, mayor energía cinética.

### Ejemplo 8

Calcula la energía cinética que tiene un coche de 600 kg, que lleva una velocidad de 20 m/s .

$m = 600 \text{ kg}$   $v = 20 \text{ m/s}$   $E_c = ?$

$$E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2 = 1/2 \cdot 600 \text{ kg} \cdot 20^2 \text{ (m/s)}^2 = 120000 \text{ J}$$

### Ejemplo 9

Un cuerpo de 10 kg tiene una  $E_c$  de 4500 J, calcula su velocidad.  $m = 10 \text{ kg}$

$E_c = 4500 \text{ J}$

$v = ?$

$$E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2$$

Despejamos la velocidad de la ecuación anterior  $v^2 = 2 \cdot E_c / m = 2 \cdot 4500 \text{ J} /$

$$10 \text{ kg} = 900 \text{ (m/s)}^2$$

$$v = 30 \text{ m/s}$$

## Energía mecánica ( $e_m$ )

La energía mecánica ( $E_m$ ) que posee un cuerpo es igual a la suma de su energía potencial ( $E_p$ ) y su energía cinética ( $E_c$ ) .

$$E_m = E_p + E_c$$

### Ejemplo 10

Un avión de 14000 kg vuela a 200 m de altura a una velocidad de 400 m/s. Calcula su energía mecánica.

Como  $E_m = E_p + E_c$  y conocemos  $m = 14000 \text{ kg}$

$h = 200 \text{ m}$   $v = 400 \text{ m/s}$   $E_m = ?$

calcularemos primero sus  $E_p$  y  $E_c$

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 14000 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 200 \text{ m} = 27440000 \text{ J} = 2,774 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2 = 1/2 \cdot 14000 \text{ kg} \cdot 400^2 \text{ (m/s)}^2 = 1120000000 \text{ J} = 1,12 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$E_m = E_p + E_c = 2,774 \cdot 10^7 \text{ J} + 1,12 \cdot 10^9 \text{ J} = 1147440000 \text{ J}$$

### Ejemplo 11

Calcula la altura a la que se encuentra una piedra de 2 kg, cuando cae verticalmente, si su energía mecánica es 114 J y su velocidad 4 m/s al pasar por ese punto.

$m = 2 \text{ kg}$   $E_m = 114 \text{ J}$

$V = 4 \text{ m/s}$   $h = ?$

Para poder calcular la  $h$  debemos averiguar la  $E_p$  en ese punto, ya que  $E_p = m$

3ESPA Tema8

. g .h conocida la  $E_p$ , se despejaría la h de la ecuación anterior.

Como  $E_m = E_p + E_c$ , calculamos la  $E_c$  ya que conocemos la velocidad de la piedra y despejamos la  $E_p$  de la ecuación anterior.

$$E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2 = 1/2 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 4^2 \text{ (m/s)}^2 = 16 \text{ J} \quad E_p = E_m - E_c = 114 \text{ J} - 16 \text{ J} = 98 \text{ J}$$

Una vez conocida la  $E_p$ , se despeja la altura de la ecuación  $E_p = m \cdot g \cdot h$

$$h = E_p / m \cdot g = 98 \text{ J} / 2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N /kg} = 5 \text{ m}$$

## Temperatura y calor

Todos sabemos que cuando calentamos un objeto su temperatura aumenta. Con frecuencia, en el lenguaje cotidiano se tiende a confundir los conceptos de calor y temperatura. Ambos están relacionados, pero son diferentes.

La temperatura, como vimos en el tema 4, es una magnitud física relacionada con la energía cinética media de las partículas de un cuerpo.

El calor (Q) es la cantidad de energía que transfiere un cuerpo a mayor temperatura ("caliente") a otro a menor temperatura ("frio") al estar en contacto. Es decir, el calor es una energía en tránsito, pasa de un cuerpo a otro.

Un cuerpo tiene temperatura pero no tiene calor, absorbe o cede calor. Los cuerpos transfieren calor y, debido a ello, pierden o ganan energía y, por ello, aumentan o disminuyen su temperatura. Para que exista transferencia de energía en forma de calor es necesario que haya una diferencia de temperatura entre los cuerpos entre los que se produce.

Como el calor es energía en tránsito, su unidad en el S. I. es el Julio (J). Otras unidades muy utilizadas son:  $1 \text{ kJ} = 1000 \text{ J}$

$1 \text{ caloría (cal)} = 4,18 \text{ J}$

Se denomina caloría " la cantidad de calor necesaria para que 1g de agua aumente  $1^{\circ}\text{C}$  su temperatura" (más exactamente para pasar de  $14,5^{\circ}$  a  $15,5^{\circ}$ ).

$1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal}$

# TEMA 9. SALUD Y ENFERMEDAD

---

## Contenido

Salud y enfermedad .....	2
Factores determinantes de la salud .....	2
Hábitos de vida saludable .....	3
La enfermedad y sus tipos .....	6
Enfermedades no infecciosas .....	6
Enfermedades infecciosas .....	7
Enfermedades de transmisión sexual .....	7
Enfermedades producidas por parásitos externos e internos .....	9
Mecanismos de defensa .....	11
El cuerpo se defiende: la inmunidad .....	11
Los órganos que participan en nuestra defensa .....	12
Respuesta local: reacción ante una herida .....	13
La reacción inflamatoria .....	14
Respuesta general. Reaccion inmunitaria .....	15
Anticuerpos y sus funciones .....	18
Vacunas y antibióticos .....	20

## Biobibliografía

Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y Formación del Profesorado. (2 de noviembre de 2023). *Las personas y la salud*  
<https://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/3esobiologia/index.htm>

## Salud y enfermedad

### Factores determinantes de la salud

La salud no es solamente la ausencia de enfermedad, hay que completar este estado con un deseable bienestar físico, mental y emocional.

Una serie de factores influyen en la salud:

- Hábitos alimentarios: Enfermedades cardiovasculares y algunos tipos de cánceres están asociados a malos hábitos alimentarios.
- Consumo de drogas: Que afectan a la salud física y mental tanto las llamadas drogas legales (alcohol y tabaco) cómo las ilegales (hachís, cocaína y heroína)
- Factores psicológicos: Una vida estresada, entre otros factores puede provocar enfermedades psíquicas y depresiones que alteran gravemente nuestra vida.



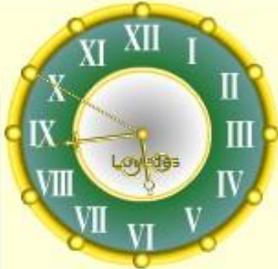
**UNA ALIMENTACIÓN  
INADECUADA**

El ejercicio interactivo que aparece en esta pregunta es una Sopa de letras en la que debes encontrar seis factores que afectan a nuestra salud.

**Ejercicio de "Sopa de Letras"**

Pizarra

Z	Q	E	R	R	E	U	L	N	K	F	C	C
V	D	S	W	E	T	R	E	S	U	H	O	
W	A	L	C	O	H	O	L	L	Z	O	R	N
N	N	F	A	L	O	G	G	S	U	I	D	T
I	K	G	G	M	Y	O	P	Z	N	U	U	A
G	Q	E	D	D	U	Z	F	C	Q	T	V	M
H	D	R	O	R	A	V	Y	O	E	A	B	I
S	R	M	Q	O	S	G	G	X	W	B	A	N
W	I	C	P	G	H	Q	I	M	R	A	Y	A
O	K	X	T	A	N	Y	B	O	U	C	T	C
S	J	K	N	S	B	K	K	B	U	O	D	I
N	H	P	E	S	L	S	B	Z	C	P	V	O
C	O	M	I	D	A	B	A	S	U	R	A	N



Solución


Ayuda

Descubre en esta SOPA DE LETRAS seis factores que afectan a nuestra salud. Cada vez que selecciones una palabra, ésta aparecerá en la pizarra de la izquierda.

### Hábitos de vida saludable

Estos hábitos o medidas pueden ser personales entre las que se incluyen: Llevar una dieta regular y equilibrada, evitar sustancias nocivas, practicar algún ejercicio, seguir un horario regular y una higiene personal diaria.

Otras medidas deben ser controladas por el gobierno, como son: Asistencia sanitaria, control sanitario de alimentos, gestión de los residuos urbanos y el control sanitario de los animales que pueden transmitir enfermedades.

Algunas enfermedades, en muchos casos son causadas por nuestra forma de vida.



**Cuida tu higiene y lávate los dientes siempre después de cada comida.**

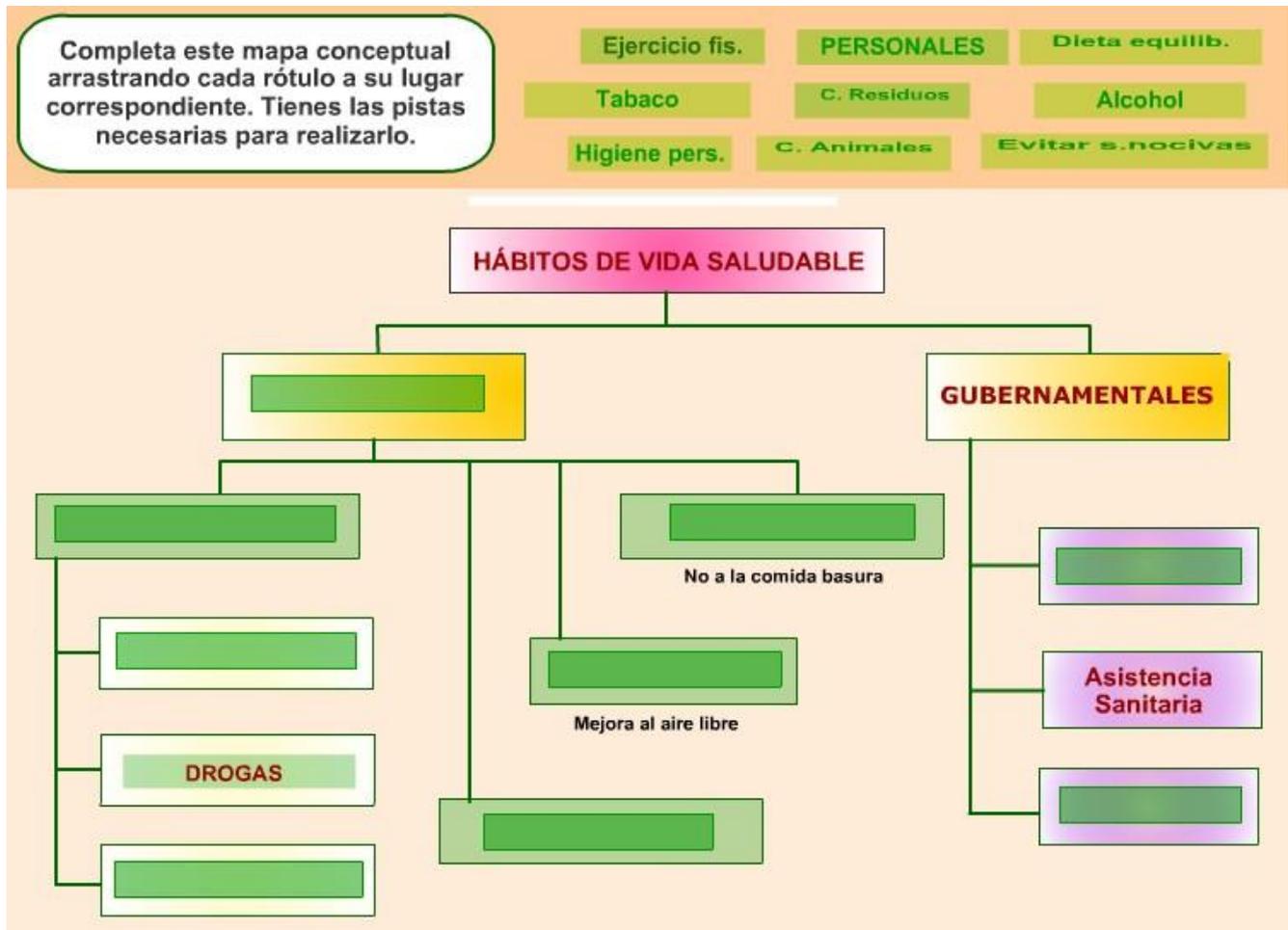
**Una dieta completa y suficiente es fundamental para nuestra salud.**

**Di NO al:  
Tabaco  
alcohol  
drogas y pastillas**

**Realiza alguna actividad física diariamente, mejor al aire libre.**

**Duerme las horas necesarias, como mínimo ocho horas.**

La actividad que debes realizar en este apartado de Hábitos de vida saludable es completar este mapa conceptual arrastrando cada rótulo a su lugar correspondiente.



## La enfermedad y sus tipos

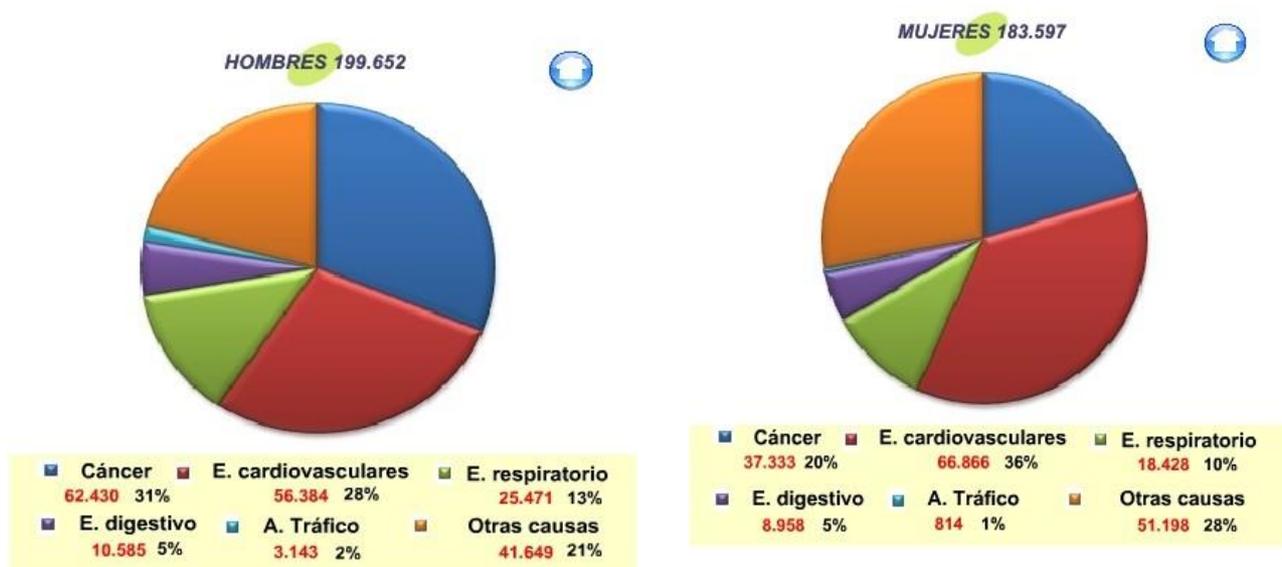
### Enfermedades no infecciosas

Son aquellas que no son producidas directamente por seres vivos.

Las causas que las producen son variadas, aunque suelen estar relacionadas con el ambiente físico y social en el que se vive. Son de gran importancia el cáncer y las enfermedades cardiovasculares.

El cáncer está causado por el crecimiento y proliferación de células anormales que invaden y destruyen tejidos y órganos del cuerpo.

Las enfermedades cardiovasculares afectan al sistema circulatorio y las estudiarás en la quincena 9.



En estas gráficas podrás ver las estadísticas de mortalidad en hombres y mujeres durante el año 2007 causadas por los distintos tipos de cáncer.

El cáncer está causado por el crecimiento y proliferación de células anormales que invaden y destruyen tejidos y órganos. A veces forman un tumor o masa celular y decimos que es benigno si está localizado y es de crecimiento lento y no invade otros tejidos; en cambio le llamamos maligno o canceroso si invade a otros tejidos, provocando crecimientos en ellos llamados metástasis.

No existe una sola causa de cáncer, ya que su origen puede ser variado: más de un 25% de casos tienen un origen genético ya que existe una familia de genes, conocidos como oncogenes que predispone al desarrollo del cáncer. Existen casos de cáncer debidos a radiaciones que producen alteraciones en la estructura del ADN llamadas mutaciones que pueden terminar en la formación de un cáncer de piel (tomar el sol con precaución). También puede tener un origen vírico o se provocado por sustancias químicas (por ejemplo, distintas sustancias contenidas en el tabaco)

## Enfermedades infecciosas

Son las que están causadas por microorganismos o sustancias producidas por ellos. Microorganismos de estos grupos:

**Bacterias:** Responsables de la difteria, tétanos, tuberculosis y tétanos entre otras.

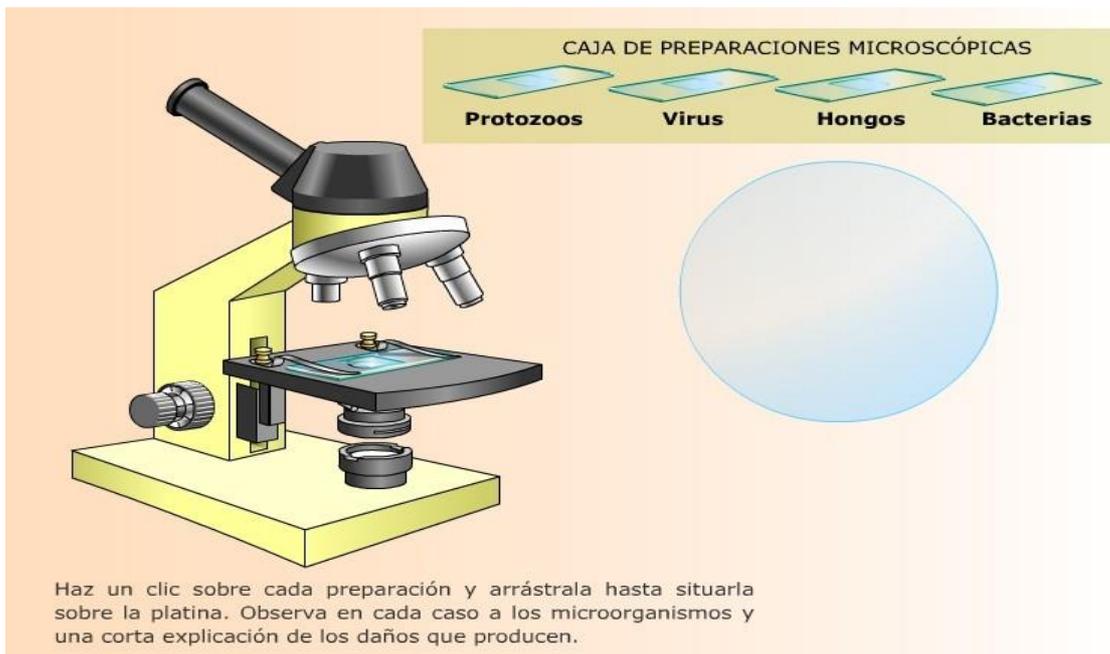
**Hongos:** Los ejemplos más significativos de enfermedades causadas por hongos son las tiñas y candidiasis.

**Protozoos:** Responsables del paludismo, amebiasis y enfermedad del sueño

**Virus:** Entre otras enfermedades producen rubeola, sarampión, gripe y SIDA.



El microscopio óptico nos sirve para poder ver organismos microscópicos como son bacterias, hongos y protozoos. Existe otro tipo de microscopio de mayor resolución que nos permite ver a los virus ya que estos son ultramicroscópicos; este microscopio es el electrónico. En esta animación puedes acercar cada preparación y depositarla sobre la platina del microscopio para saber algo más de los organismos microscópicos.

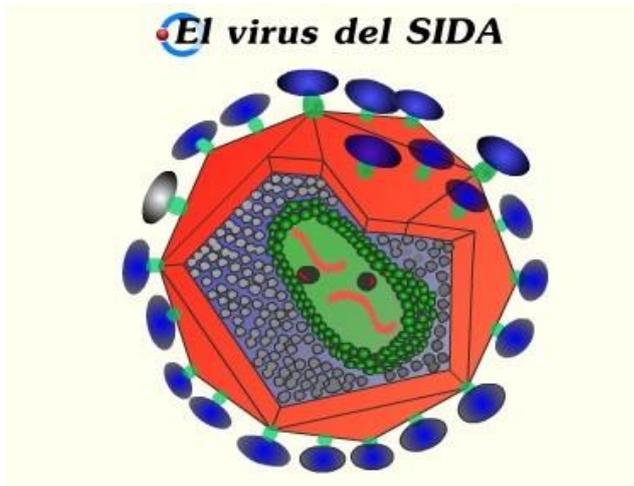


## Enfermedades de transmisión sexual

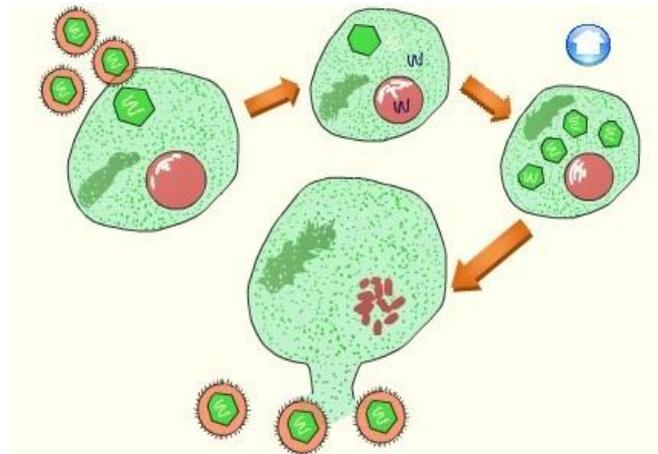
Estas enfermedades conocidas también con las siglas ETS se propagan básicamente a través del contacto sexual. Su origen es debido a:

- Bacterias: caso de la sífilis y gonorrea y
- Virus: como el que produce el herpes genital y el SIDA (Síndrome de inmunodeficiencia adquirida)

Las ETS son enfermedades variadas que tienen en común su modo de transmisión por contacto sexual. Algunas pueden transmitirse por vía sanguínea, y de la madre al feto durante el embarazo.



Estructura del virus del SIDA



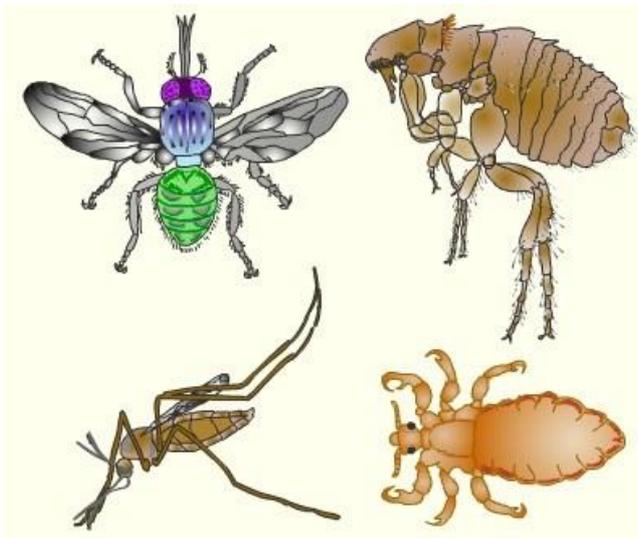
#### TRATAMIENTO Y PREVENCIÓN

- Hasta la fecha, esta enfermedad es incurable, aunque hay tratamientos que prolongan la vida, retrasando la enfermedad y que permiten convivir con el virus como si fuera una enfermedad crónica.
- El mejor modo de combatir esta enfermedad es evitar su difusión adoptando medidas preventivas. El uso de preservativos es una medida preventiva par evitar el contagio de las ETS.
- Pero debes saber que la convivencia con personas portadoras del sida es perfectamente segura ya que ni el contacto con la piel, ni con la ropa ni con los objetos entraña riesgo de contagio. Solamente no compartir objetos punzantes y objetos de higiene personal (cepillo de dientes, por ejemplo) que pueden transmitir la enfermedad si contienen sangre infectada.

## Enfermedades producidas por parásitos externos e internos

Los organismos parásitos producen una serie de enfermedades en el hombre:

1. Los parásitos externos (ectoparásitos) muchas veces son transmisores de gérmenes productores de enfermedades denominándose en este caso "agentes vectores"; tifus, paludismo, disenterías y pediculosis son transmitidas por este grupo de animales.
2. Los parásitos internos (endoparásitos) son básicamente del grupo de los gusanos y pueden producir en el hombre ascaridiosis, triquinosis y anisakiasis.



La mosca tse-tsé es un agente vector que transmite a un protozoo que es el *Trypanosoma* responsable de la Enfermedad del sueño

También la pulga es un agente vector porque con su picadura puede transmitir una serie de bacterias responsables de enfermedades como el tifus y la peste.

El mosquito *Anopheles* también es un agente vector porque puede transmitir a un protozoo que es el *Plasmodium*, que produce la enfermedad del paludismo o malaria que causa la muerte anualmente a 200 millones de personas.

El piojo es responsable de la pediculosis, pone sus huevos en los cabellos, introducen su pico en el cuero cabelludo, produciendo picor.

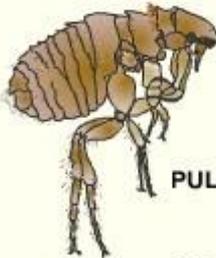
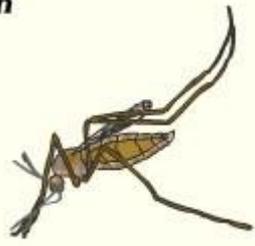
PARÁSITOS DEL HOMBRE

Este ejercicio te servirá para recordar a distintos agentes parásitos del hombre y de otros animales y causantes de graves enfermedades.

Es un ejercicio en el que debes unir los elementos de ambas columnas que estén relacionados.

Realiza el ejercicio varias veces para retener los nombre de los agentes y la enfermedad que producen.

**Une los elementos que se correspondan entre las dos columnas**

	<b>PULGA</b>		<input type="radio"/>	Agente transmisor del TIFUS	
	<b>PIOJO</b>		<input type="radio"/>	Enfermedad del sueño	
	<b>PLASMODIUM</b>		<input type="radio"/>	PEDICULOSIS	
	<b>MOSCA TSE-TSÉ</b>		<input type="radio"/>	Protozoo que produce el paludismo	
	<b>ASCARIS</b>		<input type="radio"/>	Agente transmisor del paludismo	
	<b>Mosquito ANOPHELES</b>		<input type="radio"/>	Lombrices intestinales	
	<b>ANISAKIS</b>		<input type="radio"/>	Este gusano puede medir hasta 7 metros	
	<b>TENIA o SOLITARIA</b>		<input type="radio"/>	Nos podemos contagiar al comer pescado crudo	

**COMPROBAR**

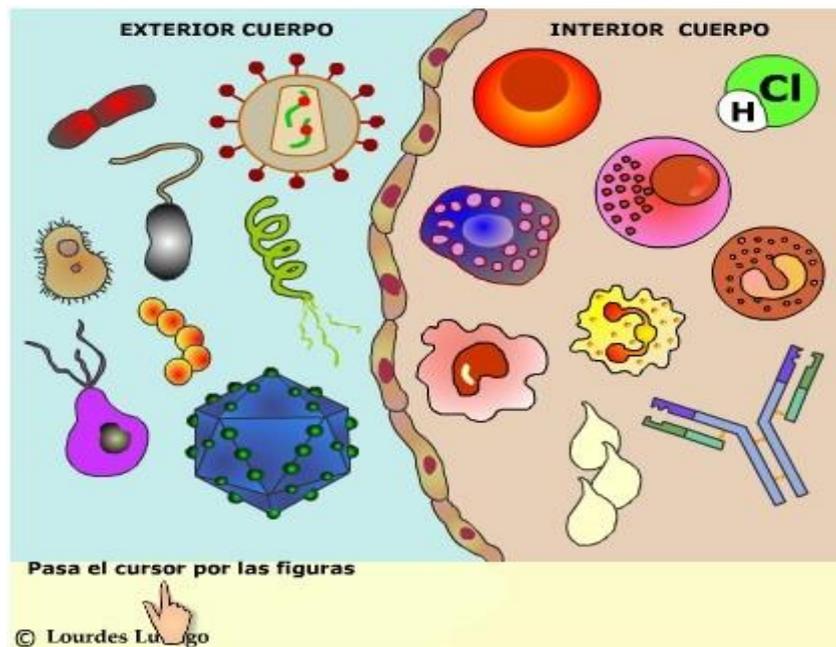
© Lourdes Luengo

## Mecanismos de defensa

### El cuerpo se defiende: la inmunidad

- En la lucha por la existencia, los organismos están expuestos a una legión de invasores que son los microorganismos como virus, bacterias, protozoos, hongos o las moléculas producidas por ellos. Para impedir los efectos tóxicos de ellos, hemos desarrollado a lo largo de la evolución una serie de mecanismos de defensa que nos permiten afrontar estas agresiones para neutralizarlas o eliminarlas y que estudiarás en los siguientes apartados.

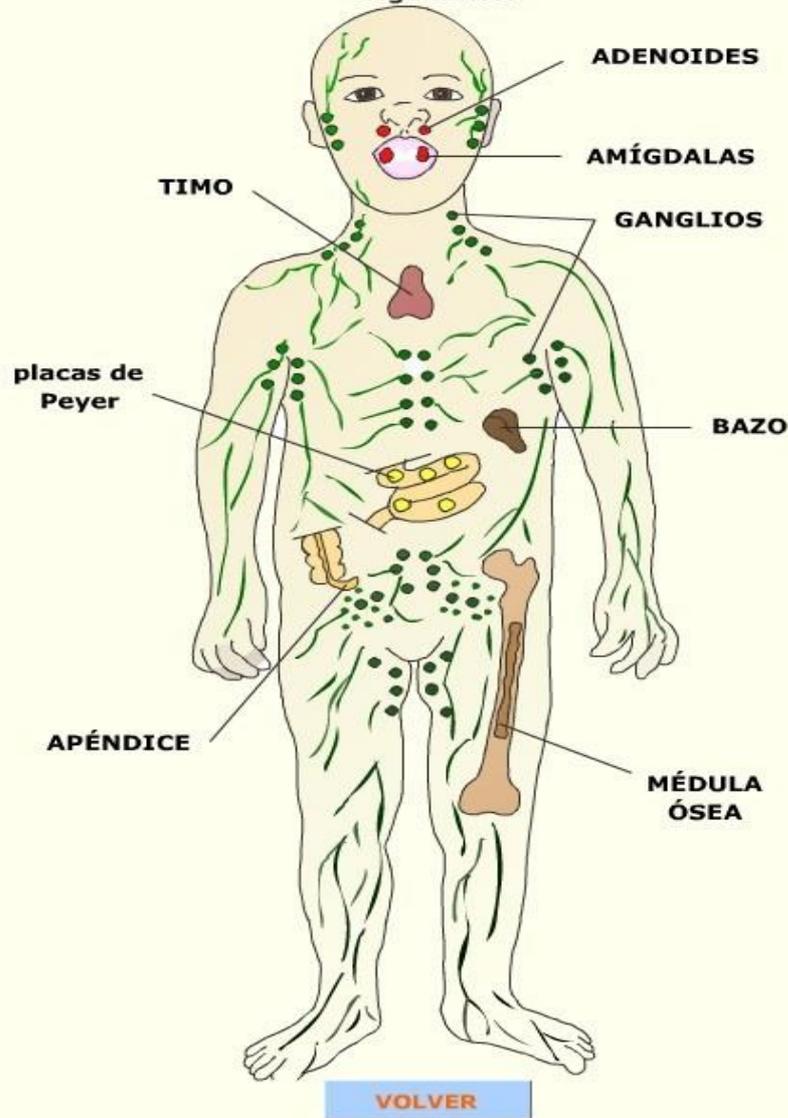
El estado en el cual el los individuos se mantienen libres de enfermedad se denomina **inmunidad**.



La animación que tienes en este apartado de la quincena representa en un dibujo fantaseado lo que ocurre fuera y dentro de nuestro organismo. Ambos medios están separados por la piel que viene a ser como nuestra primera barrera defensiva. Al pasar el cursor por los distintos elementos del dibujo aparece una breve información indicando del elemento que se trata y su papel.

## Los órganos que participan en nuestra defensa

Aprende los nombres de estos órganos que intervienen en la defensa del organismo.



En esta silueta están ubicados distintos órganos que participan en la defensa de nuestro cuerpo. Aunque tienen distintas funciones, básicamente su trabajo es la fabricación y maduración de los LINFOCITOS que son las células que participan más activamente en nuestra defensa. Antes de realizar el ejercicio, puedes ver los distintos nombres haciendo clic en el botón VER NOMBRES. Cuando los conozcas puedes volver a realizar el ejercicio.

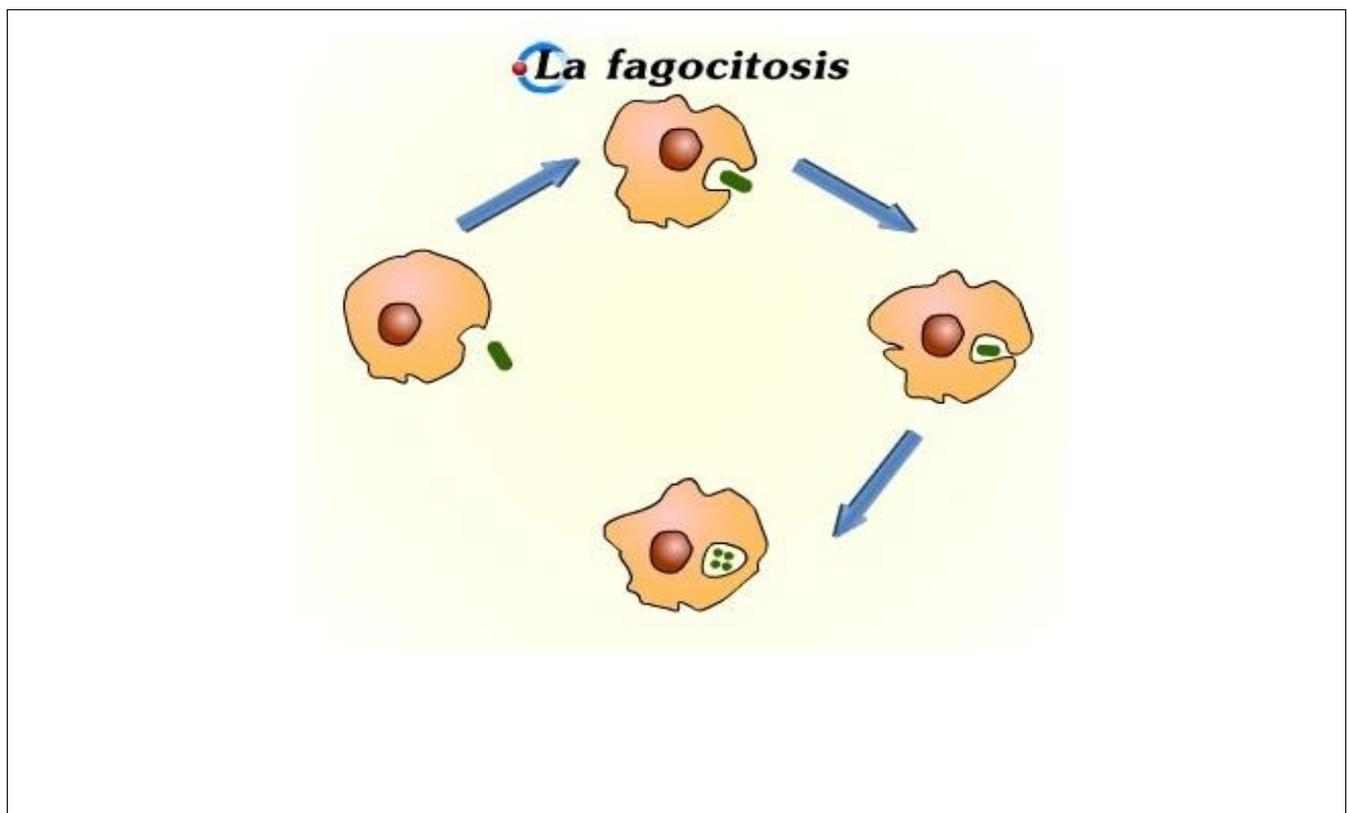
### Respuesta local: reacción ante una herida

Es el primer mecanismo de defensa que oponemos ante el ataque de cualquier tipo de invasor. Los dos procesos más importantes son:

La fagocitosis. Proceso que realizan células de la sangre, pertenecientes al grupo de los glóbulos blancos y que se denominan fagocitos.

La reacción inflamatoria. Mecanismo caracterizado por vasodilatación, enrojecimiento, hinchazón y aumento de temperatura en la zona del cuerpo que ha sufrido un daño y por la que han entrado microorganismos. Su finalidad es evitar que éstos se dispersen por el cuerpo.

Si los microorganismos superan estas defensas, entra en funcionamiento la inmunidad específica.

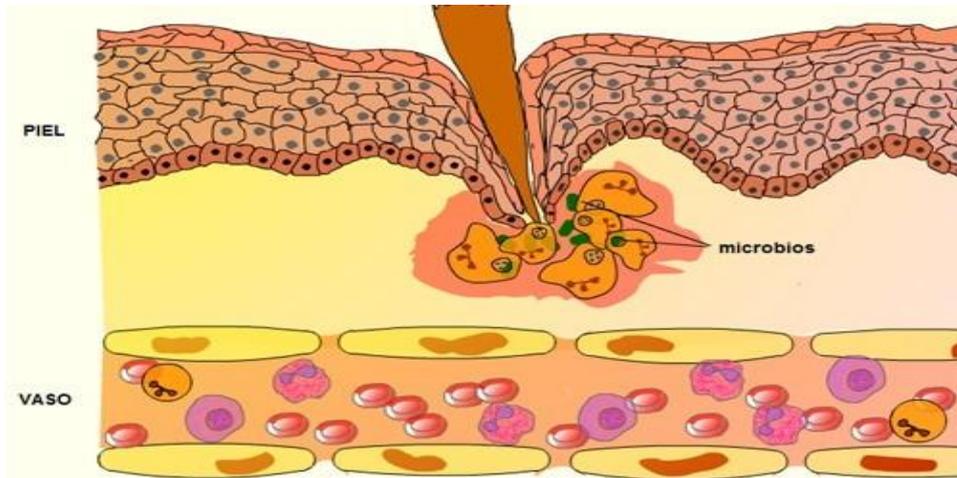


<p>La fagocitosis la realizan algunas células de la sangre del grupo de los glóbulos blancos o leucocitos.</p>	<p>Estas células se desplazan hacia el microbio, emitiendo pseudópodos y con éstos engloban a los microbios.</p>	<p>Los microbios quedan englobados en el interior de una vacuola que viene a funcionar como un estómago.</p>	<p>En el interior del fagocito se digiere el microbio, normalmente bacterias y virus y así son destruidos.</p>

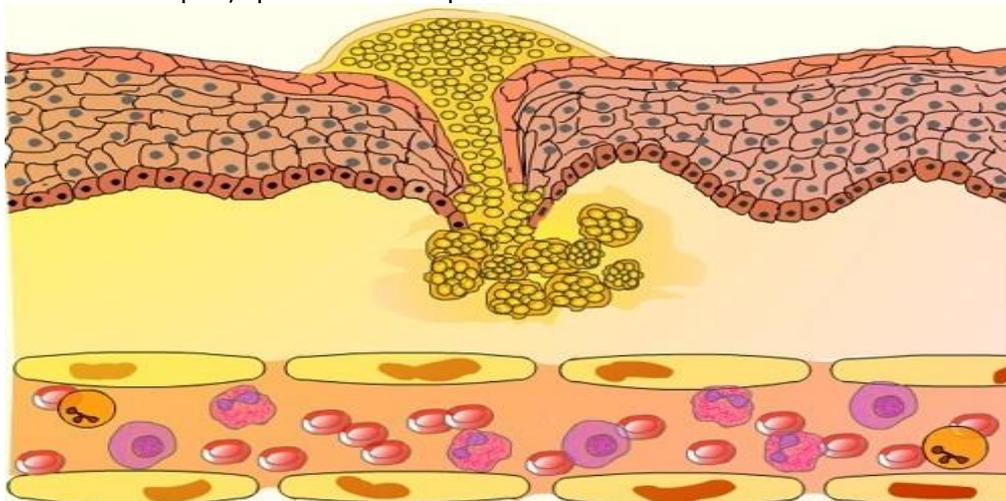
### La reacción inflamatoria

En esta animación puedes ver cómo se produce la Reacción inflamatoria.

Observa cómo en la primera escena se ha producido una lesión en la piel que ha provocado la rotura de una primera barrera defensiva que es la piel. Por esta herida se introducen los microorganismos y se desarrollan una serie de reacciones que favorecerán la salida de los glóbulos blancos de los capilares sanguíneos y su desplazamiento, gracias a los pseudópodos, a la zona en la que se ha producido la herida. En esta zona se produce el fenómeno de la fagocitosis por la que los glóbulos blancos engullen a los microbios para su destrucción.



En una segunda escena vemos como millones de glóbulos blancos morirán en esta lucha y se acumularán formando el pus, que terminará por ser eliminado.



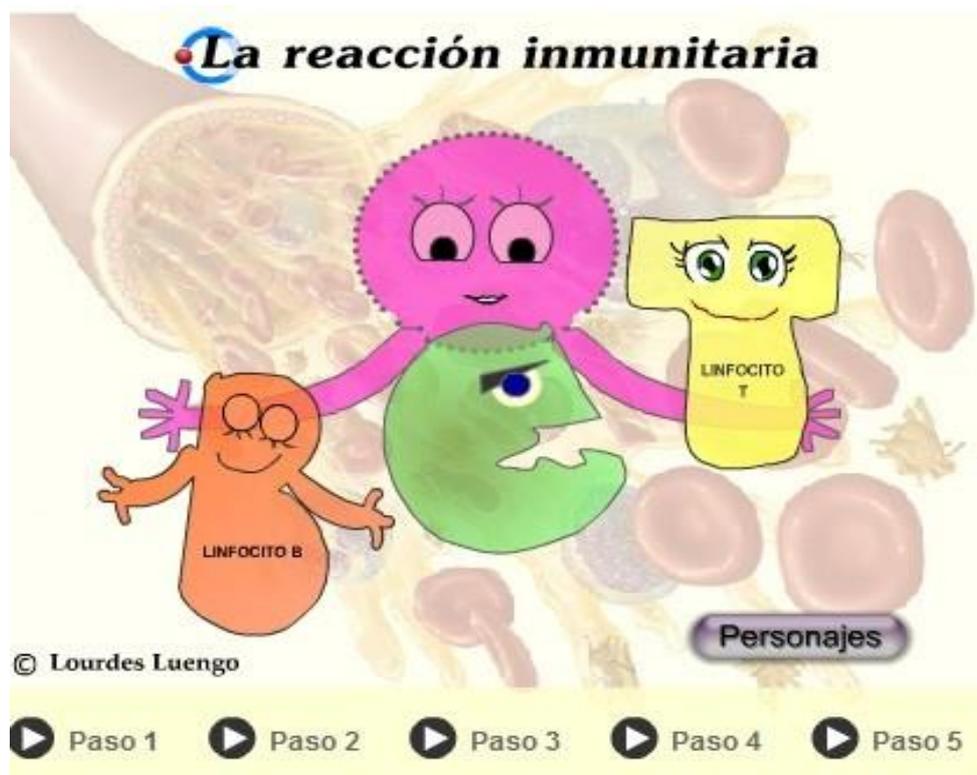
En esta reacción inflamatoria observamos varios procesos que favorecerán a los glóbulos blancos en su batalla; se produce la **vasodilatación** y la **permeabilidad** de los capilares sanguíneos que facilita la salida de glóbulos blancos y plasma de los vasos por lo que se produce una **inflamación**, enrojecimiento y **aumento de temperatura** en la zona lesionada que ayuda en la lucha de los glóbulos blancos contra los microorganismos.

## Respuesta general. Reaccion inmunitaria

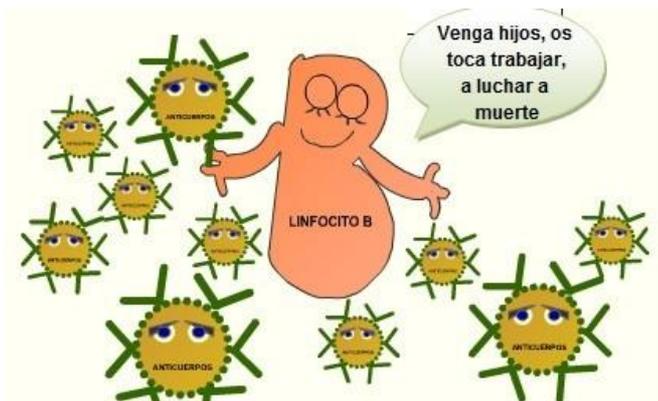
Si los microorganismos superan las defensas locales vistas en el apartado anterior, disponemos de otra línea defensiva formada por los linfocitos, tipo de glóbulos blancos.

- La entrada de los microorganismos desencadena un proceso para conseguir su eliminación total, respuesta que se conoce como reacción inmunitaria, mediada por varios tipos de linfocitos (B, T, supresores) y cuyas funciones puedes ver en la animación que acompaña a esta página.

Los linfocitos se encargan de fabricar anticuerpos que sirven de defensa contra los gérmenes patógenos.



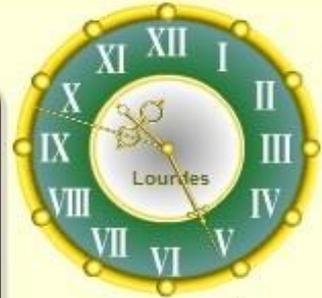
La animación de este apartado te presenta en varias etapas los hechos más significativos de la reacción inmunitaria, las células que intervienen en esta reacción y el papel que desempeñan.



## Ejercicio de "Sopa de Letras"

Pizarra

T V L D D G A U Y N P Y D  
 Q M I A N B O Q H K Q O R  
 A I N Z X G H D K E F D I  
 N C F B G V D U X M I S N  
 T R O M A C R O F A G O M  
 I O C P S M O W S O O E U  
 C B I N N E S K Z P Y P N  
 U I T L P V W N C C N Q I  
 E O O X V I R U S B O S D  
 R L H X V V L I M U Q X A  
 P I A N T I G E N O X S D  
 O S Z I M C Q D Q S S Q U  
 R K I Q M L T V J K M N H



Solución



Descubre en esta SOPA DE LETRAS siete términos relacionados con la INMUNIDAD y de los que hemos hablado en este apartado. Cada vez que selecciones una palabra, ésta aparecerá en la pizarra de la izquierda.

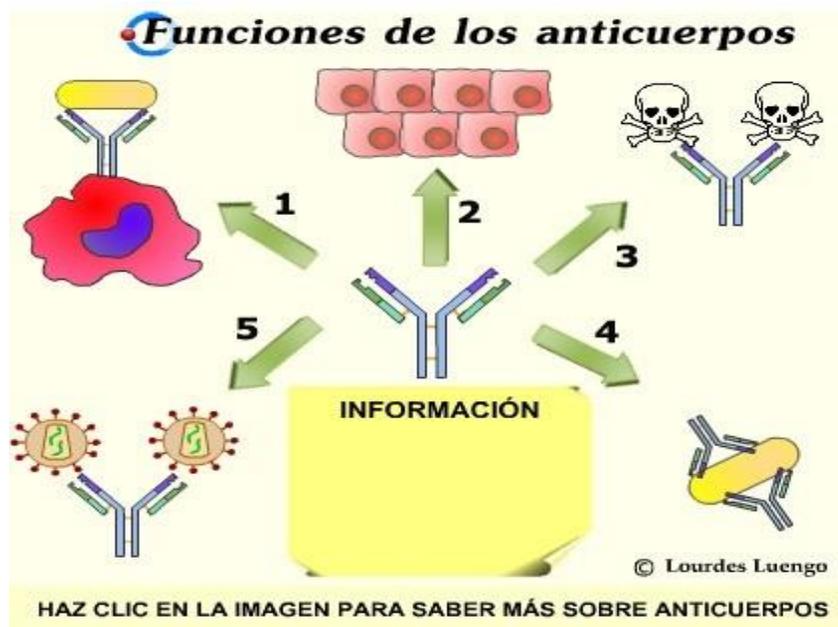
Este apartado se completa con un ejercicio de SOPA DE LETRAS que debes completar. En este caso se trata de localizar siete términos relacionados con la INMUNIDAD.

## Anticuerpos y sus funciones

Los anticuerpos son moléculas de naturaleza proteínica, producidos por los linfocitos B ante cualquier sustancia extraña (antígeno) capaz de desencadenar la respuesta inmune.

Los anticuerpos están formados por cuatro cadenas de proteínas y su estructura recuerda a una letra Y. En el ápice existe una parte variable y específica para cada tipo de antígeno, con el que se unen.

La unión antígeno-anticuerpo puede producir la aglutinación, neutralización o destrucción del elemento extraño y así evitar el daño que puede producir.



1	2	3	4	5
Algunos anticuerpos oponizan a las bacterias poniéndolas más sabrosas para ser devoradas por los fagocitos.	Otros anticuerpos impiden que se produzcan daños en los tejidos como consecuencia de la respuesta inflamatoria.	Algunos anticuerpos de unen a la parte tóxica de algunas moléculas, neutralizando su efecto.	También se pueden unir los anticuerpos a las bacterias provocando su lisis (destrucción) o inmovilizándolas.	Los anticuerpos también pueden unirse a virus, neutralizando su efecto.

Esta animación te servirá para conocer la estructura química del anticuerpo y su forma de unión con el antígeno para conseguir fijarlo, evitando así su propagación y el daño que pudiera producir en nuestro organismo. Al pasar el cursor por el botón ESTRUCTURA aparecerá el dibujo de un anticuerpo con sus partes más importantes. Observa como la zona de unión con el antígeno es específica para cada tipo de anticuerpo. Para realizar el ejercicio, arrastra los ANTÍGENOS y sitúalos en sus ANTICUERPOS correspondientes.

**Unión de antígeno - anticuerpo**

**Anticuerpos**

**Antígenos**

antígenos en superficie de los virus

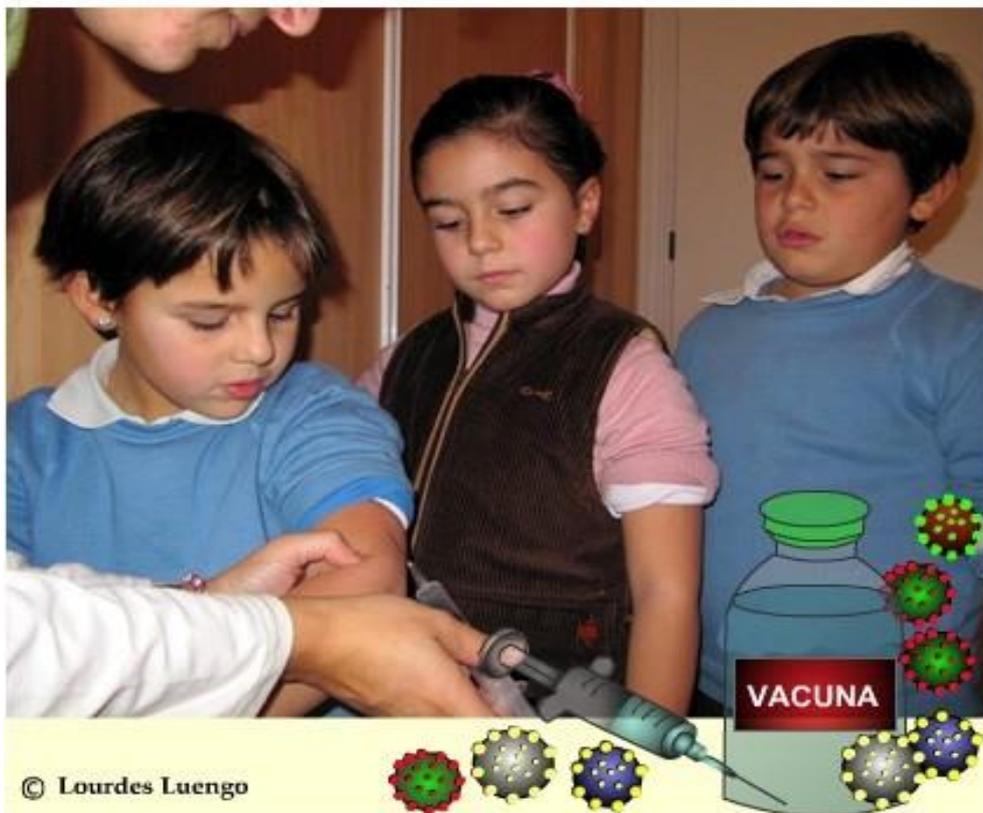
antígenos tóxicos

antígenos en pared bacteriana

© Lourdes Luengo

## Vacunas y antibióticos

- Podemos ayudarnos a prevenir o curar infecciones mediante la vacunación y los antibióticos.
- La vacunación consiste en introducir en el organismo microbios o virus muertos o inactivos que no producen la enfermedad, pero sus antígenos son reconocidos por los linfocitos que fabricarán anticuerpos, confiriendo al individuo vacunado, una inmunidad específica.
- Los antibióticos son sustancias producidas por los hongos y bacterias que impiden el crecimiento de microorganismos patógenos. El primer antibiótico fue descubierto por Alexander Fleming en 1928 y se llamó penicilina.



### Fleming y el descubrimiento de la penicilina

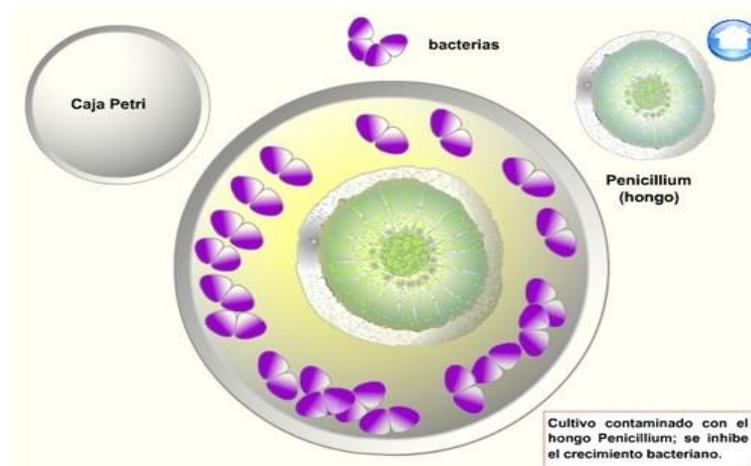
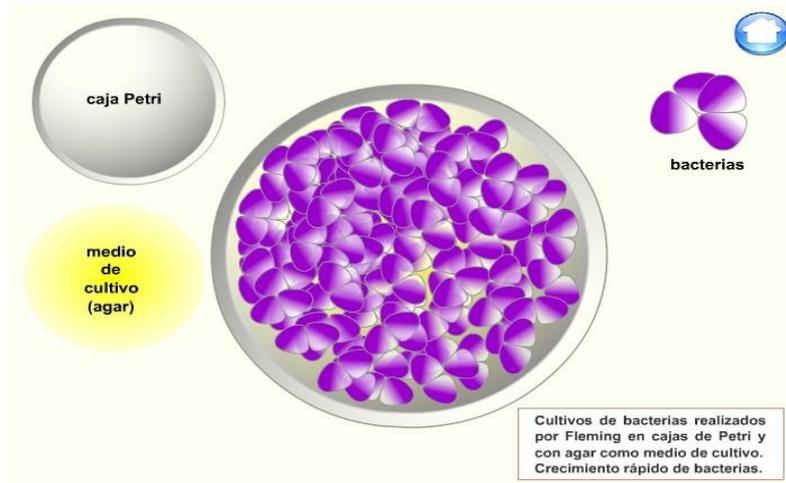
**Penicillium notatum**

▶ Cultivos de bacterias    ▶ Contaminación con el hongo    ▶ Biografía  
© Lourdes Luengo

La animación que acompaña este apartado trata sobre Alexander Fleming y su descubrimiento de la penicilina.

Consta de tres apartados en el que podemos ver:

1. Cultivo de bacterias. En el que vemos cómo van proliferando el número de bacterias si las cultivamos en un medio apropiado.
2. Contaminación con el hongo. Los cultivos se contaminaron fortuitamente con el hongo *Penicillium* y Fleming observó algo muy interesante y que le dio pie para su investigación, ya que las colonias de bacterias no crecían en presencia del hongo. Algo del hongo impedía su crecimiento.
3. En el tercer apartado leerás algo de la biografía de tan importante científico.



### BIOGRAFÍA:

Alexander Fleming nace en 1881 en el seno de una familia campesina. Empieza sus estudios de medicina a los 20 años y se licenció obteniendo la medalla de oro de la Universidad de Londres. Su carrera profesional estuvo dedicada a la investigación de las defensas del cuerpo humano contra las infecciones bacterianas. Su nombre está asociado al descubrimiento de la penicilina, sustancia que ha salvado a millones de personas.

El descubrimiento de la penicilina ha sido uno de los hallazgos más importantes en la historia de la Medicina. Fue un hallazgo fortuito que se produjo cuando un hongo destruía varios cultivos bacterianos con los que estaba trabajando. Fleming dedujo que alguna sustancia producida por el hongo impedía el crecimiento de las bacterias. El hongo era un moho conocido con el nombre de *Penicillium notatum* y la sustancia sintetizada por él y que mataba a las bacterias fue llamada penicilina. Fue el primer antibiótico y hoy en día existen otros muchos.